

**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
PROMEC - UFRGS**

***MODELAGEM DE ESTOL DINÂMICO EM
TURBINAS EÓLICAS DE EIXO VERTICAL***

Jorge Antonio Villar Alé

Mestre em Engenharia

Tese para obtenção do título de
Doutor em Engenharia

Porto Alegre

1996

**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
PROMEC - UFRGS**

***MODELAGEM DE ESTOL DINÂMICO EM
TURBINAS EÓLICAS DE EIXO VERTICAL***

Jorge Antonio Villar Alé

Mestre em Engenharia

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica PROMEC, como parte dos requisitos para a obtenção do título de ***Doutor em Engenharia.***

Área de Concentração: Fenômenos de Transporte

**Porto Alegre
março 1996**

Esta tese foi julgada adequada para a obtenção do título de *Doutor em Engenharia* e aprovada em sua forma final pelo orientador e pela Banca Examinadora do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, PROMEC.

Orientador:

Prof. Dr. Debi Pada Sadhu, UFRGS

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Miguel Hiroo Hirata (COPPE/UFRJ)
Prof. Dr. Lygia Damasceno Ferreira Marczak (CPGEQ/UFRGS)
Prof. Dr. Horácio Antônio Vielmo (PROMEC/UFRGS)

Prof. Horácio Antônio Vielmo
Coordenador do PROMEC

Porto Alegre, março de 1996

NÃO APRENDO A LIÇÃO

*A lição de conviver,
senão de sobreviver
no mundo feroz dos homens,
me ensina que não convém
permitir que o tempo injusto
e a vida iníqua me impeçam
de dormir tranqüilamente.
Pois sucede que não durmo.*

*Frente à verdade ferida
pelos guardiães da injustiça
ao escárnio da opulência
e o poderio dourado
cujo esplendor se alimenta
da fome dos humilhados
o melhor é acostumar-se,
o mundo foi sempre assim.
Contudo, não me acostumo.*

*A lição persiste sábia:
convém cabeça, cuidado,
que as engrenagens esmagam,
o sonho que não se submete.
E que a razão prevaleça
vigilante e não conceda
espaços de emoção.
Perante a vida ofendida
não vale a indignação.
Complexas são as causas
do desamparo do povo.
Mas não aprendo a lição.
Concedo que me comovo.*

Thiago de Mello
(Mormaço na Floresta)

*Dedico este trabalho à memória de meus pais,
Alaguye e Victor, e à memória da minha irmã
Victoria. Como a vida continua, também dedico
o trabalho aos que me acompanham:
a minha mulher Rosângela, a minha filha
Bárbara, e aos meus irmãos Eliana, Victor,
Eduardo e Reinaldo.*

AGRADECIMENTOS

Faço meus agradecimentos a todos aqueles que direta ou indiretamente colaboraram na elaboração deste trabalho. Como sempre pecamos por omissão num momento destes, pedimos desculpas aos que não forem nomeados.

A minha esposa, Rosângela, pela dedicação e compreensão nos momentos mais difíceis e pelo tempo de convivência roubado para a elaboração do trabalho.

Ao Prof. Dr. Debi Pada Sadhu, pela amizade e confiança dada ao empreendimento deste trabalho; e aos professores da banca examinadora que estimularam na continuidade e finalização do trabalho.

Ao Prof. Dr. Nicolau Priante Filho pela amizade e constante estímulo na realização do trabalho.

Ao Dr. Didier Petot, pelo estímulo, envio de trabalhos e discussões via internet, que facilitaram e permitiram aprofundamento no modelo proposto. Também agradeço o material bibliográfico enviado pelo Dr. Wim Bierbooms, Dra. Madeleine Coutanceau, Dr. Philippe Fraunié, Dr. Rudy Dedelinkckx, Dr. David Peters e Dr. C.P. Butterfield.

Ao pessoal da área de energia solar, em especial ao Dr. Mário Macagnan e ao Eng. Cesar Prieb pela amizade e gentileza na fase de revisão do trabalho. Também agradeço ao Prof. Dr. Arno Krenzinger e ao Eng. José Luiz Salvadoretti, pela permanente disposição e apoio nas atividades de trabalho.

Ao pessoal do Promec, Sr. Paulo Kutter, e Srta. Ivanise Sostisso pela atenção e colaboração na revisão do trabalho, e à bibliotecária Sra. Juliana Bonilha pela revisão da bibliografia.

Ao Prof. Dr. Sérgio Möller, pelo apoio nas gestões relativas à bolsa de estudo, ao Prof. Dr. Paulo Beyer e ao Prof. Luís Pacheco pela indicação profissional oportuna, e ao Prof. Rogério Maestri pela amabilidade e disposição na leitura do trabalho.

Aos colegas Professores do Dpto. de Eng. Mecânica da PUC-RS, pelo apoio e estímulo na fase final do trabalho, especialmente ao Prof. Giorgio Gabellini e ao Prof. Luís Guedes.

Aos colegas, professores e funcionários da UFRGS, em especial do Demec e do Promec, que tive a oportunidade de conviver nos anos de permanência nesta universidade.

À FAPERGS e CNPq, pelo apoio econômico, sem o qual não teria sido possível a elaboração deste trabalho.

Finalmente agradeço, como estrangeiro permanente, a este País que me permitiu realizar os estudos de pós-graduação com a mesma consideração que aos seus filhos natos. Minha admiração a um país que permite um sistema de verbas públicas para aperfeiçoamento do ensino superior e ao desenvolvimento da pesquisa. Nos sentimos em dívida com a população deste país, que tem geografia e riquezas naturais continentais, no entanto, carrega uma grande parte de sua população na extrema pobreza.

SUMÁRIO GERAL

SUMÁRIO DOS CAPÍTULOS.....	vii
LISTA DE FIGURAS.....	xiii
LISTA DE TABELAS.....	xvii
LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS.....	xviii
RESUMO.....	xxiii
ABSTRACT.....	xxiv
INTRODUÇÃO.....	1
Capítulo 1	
REVISÃO DOS MODELOS AERODINÂMICOS EM TEEV.....	8
Capítulo 2	
APLICAÇÃO DO MODELO DE VÓRTICES LIVRES.....	16
Capítulo 3	
MODELOS DE ESTOL DINÂMICO EM TEEV.....	56
Capítulo 4	
MODELO PROPOSTO	88
Capítulo 5	
MODIFICAÇÕES DO MODELO PROPOSTO.....	114
Capítulo 6	
CONCLUSÕES.....	143
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	148
Apêndice-A	
AERODINÂMICA NÃO-ESTACIONÁRIA CLÁSSICA	A-1
Apêndice-B	
FENÔMENO ESTOL DINÂMICO.....	B-1
Apêndice-C	
INFORMAÇÃO ADICIONAL DO MODELO PROPOSTO.....	C-1

SUMÁRIO DOS CAPÍTULOS

	Página
INTRODUÇÃO	1
1. A TECNOLOGIA EÓLICA NO MUNDO	2
2. AS TURBINAS EÓLICAS DE EIXO VERTICAL	3
3. O FENÔMENO EM ESTUDO	5
4. METODOLOGIA UTILIZADA NA SOLUÇÃO DO PROBLEMA	6
5. ESTRUTURAÇÃO DO TRABALHO	7
CAPÍTULO 1	
REVISÃO DOS MODELOS AERODINÂMICOS EM TEEV	8
INTRODUÇÃO	9
1.1 MODELOS DE TUBOS DE CORRENTE (TC)	10
1.2 MODELO DE VÓRTICES (MV)	11
1.3 MÉTODO DA CIRCULAÇÃO LOCAL (MCL)	11
1.4 EQUAÇÕES DE EULER	12
1.5 MÉTODO DE ACOPLAMENTO POTENCIAL-VISCOSO (MAPV)	12
1.5.1 LIMITAÇÕES DO MODELO	13
1.6 EQUAÇÕES DE NAVIER-STOKES (EQNE)	13
1.6.1 LIMITAÇÕES DO MODELO	13
1.7 MODELO DE VÓRTICES LIVRES - VDART	14
1.7.1 VDART COMPARADO COM DADOS EXPERIMENTAIS	14
1.7.2 VDART COM OUTROS MODELOS	15
1.7.3 VDART E PROBLEMAS DE CONVERGÊNCIA	15
1.8 CONSIDERAÇÕES GERAIS DOS MODELOS REVISADOS	15
CAPÍTULO 2	
APLICAÇÃO DO MODELO DE VÓRTICES LIVRES	16
2.1 FUNDAMENTOS TEÓRICOS	17
2.1.1 ESCOAMENTO VISCOSO ROTACIONAL	18
2.1.2 ESCOAMENTO ROTACIONAL NÃO-VISCOSO	18
2.1.3 ESCOAMENTO IRROTACIONAL	19
2.1.3.1 <i>Equação de Bernoulli</i>	19
2.1.4 CONDIÇÕES DE CONTORNO	20
2.2. RELAÇÃO VORTICIDADE-CIRCULAÇÃO	20

2.2.1 CIRCULAÇÃO	20
2.2.2 TEOREMA DE STOKES	20
2.2.3 TEOREMA DE KELVIN	21
2.3. VORTICIDADE EM CAMPOS DE ESCOAMENTOS.....	21
2.3.1 CAMPO DE VELOCIDADES INDUZIDAS	21
2.3.2 LEI DE BIOT-SAVART.....	22
2.3.3 NÚCLEO DO VÓRTICE	24
2.4. ESCOAMENTO POTENCIAL EM AEROFÓLIOS.....	25
2.4.1 CARACTERÍSTICAS DA ESTEIRA.....	25
2.4.2 ORIGEM DA SUSTENTAÇÃO	25
2.4.3 CONDIÇÃO DE KUTTA.....	25
2.4.4 TEOREMA DE KUTTA-JOUKOWSKI.....	27
2.4.5 REPRESENTAÇÃO DA SUSTENTAÇÃO	27
2.4.6 VARIAÇÃO DA CIRCULAÇÃO NUM AEROFÓLIO	27
2.5 MODELO DE VÓRTICES LIVRES.....	28
2.5.1 CARACTERÍSTICAS DO ESCOAMENTO	28
2.5.2 VELOCIDADE RELATIVA	29
2.5.3 DETERMINAÇÃO DO ÂNGULO DE ATAQUE.....	30
2.5.4 VELOCIDADES INDUZIDAS	31
2.5.5 VÓRTICIDADE NO ESCOAMENTO	32
2.5.6 TRAJETÓRIA DOS VÓRTICES EMITIDOS.....	33
2.5.7 GERAÇÃO DE MALHA NO DOMÍNIO.....	35
2.5.8 FORÇAS AERODINÂMICAS	37
2.5.9 COEFICIENTES AERODINÂMICOS ESTÁTICOS	39
2.5.10 TORQUE E POTÊNCIA DO ROTOR	39
2.6 CONDIÇÕES DOS TESTES.....	41
2.7 PROCEDIMENTO NUMÉRICO.....	42
2.8 APLICAÇÃO DO MODELO	43
2.8.1 RESULTADOS PARA $\lambda=4.10$	43
2.8.2 RESULTADOS PARA $\lambda=3.86$	43
2.8.3 RESULTADOS PARA $\lambda=2.64$	43
2.8.4 RESULTADOS PARA $\lambda=2.04$	44
2.8.5 RESULTADOS PARA $\lambda=1.60$	44
2.8.6 COMENTÁRIO DOS RESULTADOS	44
 CAPÍTULO 3	
MODELOS DE ESTOL DINÂMICO EM TEEV.....	56
INTRODUÇÃO	57
3.1 CLASSIFICAÇÃO DOS MODELOS	58
3.1.1 MODELOS POTENCIAIS	58

3.1.2	MODELOS UTILIZANDO AS EQUAÇÕES DE NAVIER-STOKES	59
3.1.3	MODELOS SEMI-EMPÍRICOS	60
3.2	MODELO BOEING-VERTOL	61
3.2.1	APLICAÇÃO DO MODELO EM TURBINAS EÓLICAS	62
3.3	MODELO MIT.....	64
3.3.1	MIT EM TURBINAS EÓLICAS	65
3.4	MODELO INDICIAL	66
3.4.1	REGIME SEM SEPARAÇÃO	68
3.4.1.1	<i>Implementação Numérica (Região sem Separação).....</i>	<i>70</i>
3.4.2	REGIME NÃO-LINEAR.....	73
3.4.2.1	<i>Separação no Bordo de Ataque.....</i>	<i>73</i>
3.4.2.3	<i>Efeitos Transientes Afetando a Separação</i>	<i>76</i>
3.4.3	REGIME DE ESTOL INTENSO	78
3.4.3.1	<i>Condições Oscilatórias.....</i>	<i>79</i>
3.4.4	CONSIDERAÇÕES DA APLICAÇÃO DO MODELO INDICIAL.....	81
3.5	APLICAÇÃO DOS MODELOS MIT E BOEING-VERTOL.....	81
3.5.1	REGIME DE ESTOL DINÂMICO SUPERFICIAL.....	81
3.5.2	REGIME DE ESTOL DINÂMICO INTENSO	82
CAPÍTULO 4.....	88	
MODELO PROPOSTO	88	
INTRODUÇÃO	89	
4.1 FUNDAMENTAÇÃO DO MODELO	90	
4.2 FORMULAÇÃO DO MODELO	91	
4.3 SIMPLIFICAÇÃO DAS EQUAÇÕES	95	
4.4 MODELO PARA SUSTENTAÇÃO.....	97	
4.4.1	PARÂMETROS DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS	99
4.4.2	EQUAÇÕES EM FUNÇÃO DA CIRCULAÇÃO	100
4.5 MODELO DE ARRASTO	101	
4.5.1	ARRASTO EM FUNÇÃO DA CIRCULAÇÃO	102
4.6 SOLUÇÃO NUMÉRICA DAS EQUAÇÕES.....	103	
4.7 RESULTADOS DO MODELO	104	
4.7.1	TESTES EM MOVIMENTO SENOIDAL	104
4.7.2	APLICAÇÃO DO MODELO EM TURBINAS EÓLICAS	104
4.8 APLICAÇÃO DO MODELO EM TEEV.....	108	
4.8.1	ASPECTOS DO ACOPLAMENTO DO MODELO	108

4.8.2 RESULTADOS DO MODELO EM TEEV	109
4.8.3 CONSIDERAÇÕES DOS RESULTADOS OBTIDOS.....	109
4.8.4 OTIMIZAÇÃO DA METODOLOGIA.....	112
 CAPÍTULO 5.....	 114__
MODIFICAÇÕES DO MODELO PROPOSTO.....	114
INTRODUÇÃO	115
5.1 PROCEDIMENTO UTILIZADO.....	116
5.2 INFLUÊNCIA DO TEMPO CARACTERÍSTICO.....	117
5.3 EQUACIONAMENTO DA FORÇA DE ARRASTO	119
5.3.1 EXPRESSÃO DE TAKAMATSU	119
5.3.2 EXPRESSÃO DE BEDDOES.....	120
5.3.3 MODELO DE ONERA	120
5.3.4 ANÁLISE COMPARATIVA DO ARRASTO.....	121
5.3.5 EXPRESSÃO DO ARRASTE PROPOSTA.....	126
5.4. MODIFICAÇÃO DAS EQUAÇÕES DA SUSTENTAÇÃO	130
5.5 OUTROS PARÂMETROS ESTUDADOS.....	137
5.5.1 IMPORTÂNCIA DOS COEFICIENTES AERODINÂMICOS ESTÁTICOS	137
5.5.2 TERMOS DERIVATIVOS DA VELOCIDADE.....	139
5.6 VALIDADE DO MODELO NO REGIME DE ESTOL INICIAL.....	140
 CAPÍTULO 6	
CONCLUSÕES	143__
6.1 USO DO MODELO DE VÓRTICES LIVRES	144
6.2 MODELOS SEMI-EMPÍRICOS.....	144
6.3 MODELO PROPOSTO	145
6.3.1 TEMPO CARACTERÍSTICO.....	145
6.3.2 COEFICIENTE DE ARRASTO	145
6.3.3 PARÂMETRO DE ESTOL DINÂMICO	146
6.3.4 O MODELO E OS COEFICIENTES ESTÁTICOS	146
6.4 COMENTARIOS FINAIS	146
6.5 SUGESTÕES PARA CONTINUIDADE DO TRABALHO	147
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	148

APÊNDICE - A

AERODINÂMICA NÃO-ESTACIONÁRIA CLÁSSICA A-1

AERODINÂMICA NÃO-ESTACIONÁRIA CLÁSSICA A-2

A.1 CONCEITUAÇÃO BÁSICA.....	A-3
A.2 AEROFÓLIOS EM MOVIMENTO OSCILATÓRIO	A-5
A.2.1 <i>Abordagem clássica do problema</i>	A-5
A.2.2 <i>Aspectos Históricos</i>	A-6
A.3 PARÂMETROS BÁSICOS EM AERODINÂMICA NÃO-ESTACIONÁRIA	A-6
A.3.1 <i>Frequência Reduzida</i>	A-6
A.3.2 <i>Movimento Oscilatório</i>	A-7
A.4 SOLUÇÃO DE THEODORSEN.....	A-9
A.4.1 <i>Sustentação</i>	A-9
A.4.2 <i>Momento em torno do eixo de giro</i>	A-12
A.4.3 <i>Outras funções de admitância</i>	A-13
A.5 APLICAÇÃO DA TEORIA CLÁSSICA EM TURBINAS EÓLICAS	A-16
A.5.1 <i>Turbinas eólicas de eixo horizontal</i>	A-16
A.5.2 <i>Turbinas eólicas de eixo vertical</i>	A-17
A.5.3 <i>Importância da teoria clássica para turbinas eólicas</i>	A-20

APÊNDICE B

FENÔMENO DE ESTOL DINÂMICO B-1

B.1 CARACTERÍSTICAS DO FENÔMENO..... B-2

B.2 PARÂMETROS DE ESTOL DINÂMICO B-3

B.3 ESTOL DINÂMICO NUM CICLO DE OSCILAÇÃO B-3

B.3.1 ETAPAS BÁSICAS NUM CICLO	B-5
B.3.2 RESUMO DO FENÔMENO NUM CICLO	B-5
<i>Efeito na sustentação e momento:</i>	B-5
<i>Estrutura do fluxo:</i>	B-5

B.4 REGIMES DE ESTOL DINÂMICO B-6

B.4.1 REGIME LINEAR.....	B-6
B.4.2 ESTOL DINÂMICO INICIAL	B-6
B.4.3 ESTOL DINÂMICO SUPERFICIAL.....	B-8
B.4.4 ESTOL DINÂMICO INTENSO	B-8

B.5 EFEITO DOS PARÂMETROS PRINCIPAIS B-10

B.5.1 FREQUÊNCIA REDUZIDA	B-10
B.5.2 ÂNGULO MÉDIO E AMPLITUDE DE OSCILAÇÃO	B-10
B.5.3 GEOMETRIA DO AEROFÓLIO	B-10
B.5.4 NÚMERO DE REYNOLDS E NÚMERO DE MACH.....	B-14
B.5.5 OUTROS TIPOS DE MOVIMENTOS.....	B-14
B.5.6 EFEITOS TRIDIMENSIONAIS	B-14

B.6 CONDIÇÕES DOS TESTES EXPERIMENTAIS	B-17
B.7 ESTOL DINÂMICO EM TEEV	B-18
B.7.1 ASPECTOS NÃO-ESTACIONÁRIOS EM TEEV	B-19
B.7.2 REPRESENTAÇÃO DAS FORÇAS AERODINÂMICAS EM TEEV	B-21
B.7.3 TRABALHO DE STRICKLAND ET AL.	B-21
B.7.4 TRABALHO DE OLER ET AL.	B-23
B.7.5 TRABALHO DE AKINS E KLIMAS	B-23
B.7.6 TRABALHO DE VITTECOQ E LANEVILLE	B-26
B.7.7 TRABALHO DE FRAUNIE E BROCHIER ET AL.	B-26
B.7.8 TRABALHO DE HARRIS ET AL.	B-30
B.7.9 ANÁLISE DA DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÃO EM TEEV	B-34
B.7.9 CONSIDERAÇÕES GERAIS DE ESTOL DINÂMICO EM TEEV	B-38
APÊNDICE-C	
INFORMAÇÃO ADICIONAL DO MODELO PROPOSTO.....	C-1
C.1 SOLUÇÃO PARA PEQUENA AMPLITUDE DE OSCILAÇÃO.....	C-2
C.1.1 COEFICIENTES INDEPENDENTES DE α E μ	C-2
C.1.2 COEFICIENTES DEPENDENTES DE α E μ	C-3
C.2 MODELO PARA SUSTENTAÇÃO.....	C-4
C.3 FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA AERODINÂMICA.....	C-6
C.4 EQUAÇÕES PARA O COEFICIENTE DE MOMENTO.....	C-8
C.4.1 EQUAÇÕES COM TERMOS DE CIRCULAÇÃO	C-8
C.5 COEFICIENTES PARA PLACA PLANA	C-10
C.5.1 COEFICIENTES NAS EQUAÇÕES DA SUSTENTAÇÃO	C-10
C.5.2 COEFICIENTES NAS EQUAÇÕES DA CIRCULAÇÃO	C-10
C.6 COEFICIENTES PARA UM AEROFÓLIO GENÉRICO.....	C-11
C.6.1 EQUAÇÕES DO COEFICIENTE DE SUSTENTAÇÃO	C-11
C.6.2 EQUAÇÕES DO COEFICIENTE DE ARRASTO	C-11
C.6.3 EQUAÇÕES PARA O COEFICIENTE DE MOMENTO	C-12
C.7 SOLUÇÃO NUMÉRICA DAS EQUAÇÕES	C-13
C.7.1 SOLUÇÃO NUMÉRICA DO TERMO C_{L1}	C-13
C.7.2 REDUÇÃO DA EQUAÇÃO DE SEGUNDA ORDEM	C-14
C.7.3 SOLUÇÃO NUMÉRICA DE C_{L2}	C-15

LISTA DE FIGURAS

Figura		Pagina
2.1	Velocidade induzida por um filamento de vórtices	23
2.2	Vorticidade emitida num aerofólio	26
2.3	Equilíbrio da vorticidade num aerofólio	26
2.4	Geometria do rotor	28
2.5	Componentes da velocidade relativa no aerofólio	30
2.6	Configuração dos vórtices no modelo	32
2.7	Trajetória dos vórtices emitidos	34
2.8	Esquema da malha utilizada	35
2.9	Molécula da malha	36
2.10	Coeficientes aerodinâmicos no aerofólio	38
2.11	Coeficiente de sustentação	40
2.12	Coeficiente de arrasto	40
2.13a	Ângulo de ataque para $\lambda=4.1$ e NACA 0012	45
2.13b	Ângulo de ataque para $\lambda=4.1$ e NACA 0015	45
2.14a	Velocidade relativa para $\lambda=4.1$ e NACA 0012	45
2.14b	Velocidade relativa para $\lambda=4.1$ e NACA 0012	45
2.15a	Força normal para $\lambda=4.1$ e NACA 0012	46
2.15b	Força normal para $\lambda=4.1$ e NACA 0015	46
2.16a	Força tangencial para $\lambda=4.1$ e NACA 0012	46
2.16b	Força tangencial para $\lambda=4.1$ e NACA 0015	46
2.17a	Ângulo de ataque para $\lambda=3.86$ e NACA 0012	47
2.17b	Ângulo de ataque para $\lambda=3.86$ e NACA 0015	47
2.18a	Velocidade relativa para $\lambda=3.86$ e NACA 0012	47
2.18b	Velocidade relativa para $\lambda=3.861$ e NACA 0015	47
2.19a	Força normal para $\lambda=3.86$ e NACA 0012	48
2.19b	Força normal para $\lambda=3.86$ e NACA 0015	48
2.20a	Força tangencial para $\lambda=3.86$ e NACA 0012	48
2.20b	Força tangencial para $\lambda=3.86$ e NACA 0015	48
2.21a	Ângulo de ataque para $\lambda=2.64$ e NACA 0012	49
2.21b	Ângulo de ataque para $\lambda=2.64$ e NACA 0015	49
2.22a	Velocidade relativa para $\lambda=2.64$ e NACA 0012	49
2.22b	Velocidade relativa para $\lambda=2.64$ e NACA 0015	49
2.23a	Força normal para $\lambda=2.64$ e NACA 0012	50
2.23b	Força normal para $\lambda=2.64$ e NACA 0015	50
2.24a	Força tangencial para $\lambda=2.64$ e NACA 0012	50
2.24b	Força tangencial para $\lambda=2.64$ e NACA 0015	50
2.25a	Ângulo de ataque para $\lambda=2.04$ e NACA 0012	51
2.25b	Ângulo de ataque para $\lambda=2.04$ e NACA 0015	51
2.26a	Velocidade relativa para $\lambda=2.04$ e NACA 0012	51
2.26b	Velocidade relativa para $\lambda=2.04$ e NACA 0015	51
2.27a	Força normal para $\lambda=2.04$ e NACA 0012	52
2.27b	Força normal para $\lambda=2.04$ e NACA 0015	52
2.28a	Força tangencial para $\lambda=2.04$ e NACA 0012	52

2.28b	Força tangencial para $\lambda=2.04$ e NACA 0015	52
2.29a	Ângulo de ataque para $\lambda=1.6$ e NACA 0012	53
2.29b	Ângulo de ataque para $\lambda=1.6$ e NACA 0015	53
2.30a	Velocidade relativa para $\lambda=1.6$ e NACA 0012	53
2.30b	Velocidade relativa para $\lambda=1.6$ e NACA 0015	53
2.31a	Força normal para $\lambda=1.6$ e NACA 0012	54
2.31b	Força normal para $\lambda=1.6$ e NACA 0015	54
2.32a	Força tangencial para $\lambda=1.6$ e NACA 0012	54
2.32b	Força tangencial para $\lambda=1.6$ e NACA 0015	54
2.33	Representação da esteira no modelo de vórtices livres	55
3.1	Função Indicial por efeito da circulação	69
3.2	Respostas indiciais impulsivas	69
3.3	Coeficientes aerodinâmicos e ângulos de ataque definidos no modelo	72
3.4	Coeficiente normal crítico (separação no bordo de ataque)	73
3.5	Esquema de separação na região do bordo de fuga.	74
3.6	Modelo de separação na região do bordo de fuga	75
3.7	Coeficiente aerodinâmico por efeito de vórtice	78
3.8a	Força normal para $\lambda=4.1$ (modelo Boeing-Vertol)	83
3.8b	Força normal para $\lambda=4.1$ (modelo MIT)	83
3.9a	Força tangencial para $\lambda=4.1$ (modelo Boeing-Vertol)	83
3.9b	Força tangencial para $\lambda=4.1$ (modelo MIT)	83
3.10a	Força normal para $\lambda=3.86$ (modelo Boeing-Vertol)	84
3.10b	Força normal para $\lambda=3.86$ (modelo MIT)	84
3.11a	Força tangencial para $\lambda=3.86$ (modelo Boeing-Vertol)	84
3.11b	Força tangencial para $\lambda=3.86$ (modelo MIT)	84
3.12a	Força normal para $\lambda=2.64$ (modelo Boeing-Vertol)	85
3.12b	Força normal para $\lambda=2.64$ (modelo MIT)	85
3.13a	Força tangencial para $\lambda=2.64$ (modelo Boeing-Vertol)	85
3.13b	Força tangencial para $\lambda=2.64$ (modelo MIT)	85
3.14a	Força normal para $\lambda=2.04$ (modelo Boeing-Vertol)	86
3.14b	Força normal para $\lambda=2.04$ (modelo MIT)	86
3.15a	Força tangencial para $\lambda=2.04$ (modelo Boeing-Vertol)	86
3.15b	Força tangencial para $\lambda=2.04$ (modelo MIT)	86
3.16a	Força normal para $\lambda=1.64$ (modelo Boeing-Vertol)	87
3.16b	Força normal para $\lambda=1.64$ (modelo MIT)	87
3.17a	Força tangencial para $\lambda=1.64$ (modelo Boeing-Vertol)	87
3.17b	Força tangencial para $\lambda=1.64$ (modelo MIT)	87
4.1	Nomenclatura utilizada no modelo	91
4.2	Esquema de identificação dos coeficientes do modelo	96
4.3	Características de estol estático no modelo	98
4.4	Representação do estol estático para o arrasto	101
4.5	Movimento senoidal em regime linear	105
4.6	Movimento senoidal em início de estol dinâmico	105
4.7	Movimento senoidal em estol superficial	105
4.8	Movimento senoidal em estol intenso	105
4.9	Variação da frequência reduzida	106
4.10	Variação da amplitude de oscilação	107

4.11	Forças aerodinâmicas utilizando o modelo ONERA para $\lambda=1.6$	110
4.12	Forças aerodinâmicas utilizando o modelo ONERA para $\lambda=2.64$	110
4.13	Representação da histerese nas forças aerodinâmicas para $\lambda=1.6$	111
4.14	Representação da histerese nas forças aerodinâmicas para $\lambda=2.64$	111
4.14	Efeito do modelo na variação do ângulo de ataque para $\lambda=2.64$	113
4.15	Efeito do modelo na variação da velocidade relativa para $\lambda=2.64$	113
5.1	Variação do parâmetro b/W para diferentes λ	117
5.2	Força normal para $\lambda=1.6$	118
5.3	Força normal para $\lambda=2.04$	118
5.4	Força normal para $\lambda=2.64$	119
5.5	Coefficiente de arrasto para $\lambda=1.6$	121
5.6	Coefficiente de arrasto para $\lambda=2.04$	122
5.7	Coefficiente de arrasto para $\lambda=2.64$	122
5.8a	Força normal para $\lambda=1.6$	123
5.8b	Força tangencial para $\lambda=1.6$	123
5.9a	Força normal para $\lambda=2.04$	124
5.9b	Força tangencial para $\lambda=2.04$	124
5.10a	Força normal para $\lambda=2.64$	125
5.10b	Força tangencial para $\lambda=2.04$	125
5.11	Coefficiente de arrasto proposto para $\lambda=1.6$	127
5.12	Coefficiente de arrasto proposto para $\lambda=2.04$	128
5.13	Coefficiente de arrasto proposto para $\lambda=2.64$	128
5.14	Força tangencial com modelo proposto para $\lambda=1.6$	129
5.15	Força tangencial com modelo proposto para $\lambda=2.04$	129
5.16	Força tangencial com modelo proposto para $\lambda=2.64$	130
5.17a	Força normal com modelo proposto para $\lambda=1.6$	132
5.17b	Força tangencial modelo proposto para $\lambda=1.6$	132
5.18a	Força normal com modelo proposto para $\lambda=2.04$	133
5.18b	Força tangencial com modelo proposto para $\lambda=2.04$	133
5.19a	Força normal com modelo proposto para $\lambda=2.64$	134
5.19b	Força tangencial com modelo proposto para $\lambda=2.64$	134
5.20a	Força normal para $\lambda=1.6$	135
5.20b	Força tangencial para $\lambda=1.6$	135
5.21a	Força normal para $\lambda=2.04$	135
5.21b	Força tangencial para $\lambda=2.04$	135
5.22a	Força normal para $\lambda=2.64$	136
5.22b	Força tangencial para $\lambda=2.64$	136
5.23a	Força normal para $\lambda=2.04$	138
5.23b	Força tangencial para $\lambda=2.04$	138
5.24a	Força normal para $\lambda=2.64$	138
5.24b	Força tangencial para $\lambda=2.64$	138
5.25	Forças aerodinâmicas em função do ângulo azimutal para $\lambda=3.86$	141
5.26	Forças aerodinâmicas em função do ângulo de ataque para $\lambda=3.86$	141
5.27	Forças aerodinâmicas em função do ângulo azimutal para $\lambda=4.10$	142
5.28	Forças aerodinâmicas em função do ângulo de ataque para $\lambda=4.10$	142

A.1	Aerofólio em movimento oscilatório	A-8
A.2	Placa plana em movimento oscilatório	A-8
A.3	Função de Theodorsen	A-11
A.4	Função de Wagner e de Kussner	A-15
A.5	Função de Sears	A-15
A.6	Esquema de rotor e sistema de coordenadas	A-18
B.1	Fenômeno de estol dinâmico num ciclo de oscilação	B-1
B.2	Regimes típicos de estol dinâmico	B-7
B.3	Características de separação num aerofólio	B-7
B.4	Efeito da frequência reduzida	B-11
B.5	Efeito da frequência reduzida em estol intenso	B-12
B.6	Efeito do ângulo de oscilação médio	B-12
B.7	Efeito da geometria do aerofólio	B-13
B.8	Efeito do número de Reynolds	B-15
B.9	Efeito do número de Mach	B-15
B.10	Efeito de outros tipos de movimentos	B-16
B.11	Variação do ângulo de ataque em TEEV	B-19
B.12	Forças normal e tangencial	B-22
B.13	Forças normal e tangencial de TEEV em canal hidráulico	B-24
B.14	Coeficientes normal e tangencial em regime de estol dinâmico	B-25
B.15	Comparação experimental de forças aerodinâmicas	B-27
B.16	Visualização do fluxo em regime de estol dinâmico	B-28
B.17	Representação do campo de escoamento em TEEV	B-29
B.18	Ângulo de ataque em TEEV	B-31
B.19	Velocidade adimensional em TEEV	B-31
B.20	Força normal adimensional em condições de estol dinâmico	B-32
B.21	Força tangencial adimensional em condições de estol dinâmico	B-32
B.22	Força normal adimensional em função do ângulo azimutal	B-33
B.23	Força tangencial adimensional em função do ângulo azimutal	B-33
B.24	Características de estol dinâmico simulando uma TEEV	B-35
B.25	Estol dinâmico na primeira semi-trajetória para $\lambda=2.5$	B-36
B.26	Estol dinâmico na segunda semi-trajetória para $\lambda=2.5$	B-37

LISTA DE TABELAS

Tabela		Pagina
2.1	Dados experimentais de Harris [58].	41
2.2	Condições dos testes no modelo de vórtices	41
2.3	Coeficientes aerodinâmicos estáticos	41
3.1	Coeficientes utilizados no modelo Indicial	80
4.1	Coeficientes do modelo para a sustentação	99
4.2	Coeficientes do modelo para o arrasto	102
A.1	Termos de sustentação	A-9
B.1	Parâmetros estudados em estol dinâmico	B-3
C.1	Coeficientes utilizado no modelo	C-9
C.2	Coeficientes para um aerofólio genérico	C-9

LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

Símbolo	Significado
A	Razão entre o quadrado da envergadura da pá e a área da mesma (Aspec Ratio)
a	Velocidade do som
a, a_0, a_1	Coefficientes do modelo ONERA
A_1, A_2	Constantes da função indicial
A_r	Coefficientes nas equações de ONERA
b	Sem-icorda do aerofólio
b_1, b_2	Constantes da função Indicial
$C(k)$	Função de Theodorsen
c	Corda do aerofólio
C_D	Coefficiente de arrasto
C_{Dest}	Coefficiente de arrasto estático
C_D^K	Coefficiente de arrasto em condições de escoamento com separação, definido no modelo Indicial
C_L	Coefficiente de sustentação
C_{Lest}	Coefficiente de sustentação estático
C_{Li}	Coefficiente de sustentação extrapolado a partir do domínio linear
C_{ls}	Coefficiente de sustentação após o estol estático.
C_{Lmax}	Coefficiente de sustentação máximo
ΔC_L	Entrada e saída da região de estol no modelo de ONERA
C_{Li}, C_{L2}	Coefficientes aerodinâmicos do domínio linear e não linear respectivamente definidos no Modelo de ONERA
$C_{L\alpha}$	Inclinação da curva de sustentação
C_N, C_T	Coefficientes aerodinâmicos normal e tangencial
C_{Ncrit}	Coefficiente normal crítico
C_N^C	Componente normal por circulação (modelo Indicial)
C_N^P	Componente normal da sustentação definido no modelo Indicial
C_N^{Iq}	Componente normal impulsiva por variação do ângulo de giro definido no modelo Indicial
$C_N^{I\alpha}$	Componente normal impulsiva por variação do ângulo de ataque definido no modelo Indicial
C_N^K	Coefficiente normal da sustentação em condições de separação de fluxo definido no modelo Indicial
C_T^K	Coefficiente tangencial em condições de separação de fluxo definido no modelo Indicial

C_N^*	Coeficiente normal incorporando os efeitos transiente de pressão e camada limite definido no modelo Indicial
C_T^*	Coeficiente tangencial incluindo efeitos transiente de pressão e camada limite definido no modelo Indicial
C_V	Coeficiente de sustentação por efeito de vorticidade definido no modelo Indicial
C_r	Coeficientes aerodinâmicos no modelo ONERA
C_p	Coeficiente de potência do rotor
D	Diâmetro da turbina
D	Força de arrasto e força de sustentação
D_C	Função de deficiência por circulação do modelo Indicial
D_I	Função de deficiência impulsiva do modelo Indicial
D_P	Função de deficiência por variação da pressão no modelo Indicial
D_f	Função de deficiência por separação no modelo Indicial
dl	Comprimento infinitesimal de uma curva
dA	Elemento de área
d_1	Coeficiente no modelo de ONERA
E	Parâmetro do modelo ONERA
E_2	Coeficiente do modelo ONERA
F	Força de campo conservativa
$F(k), G(k)$	Funções da solução de Theodorsen
F_N, F_T	Força normal e força tangencial
F_N, F_T	Força normal e tangencial adimensionais
f	Ponto de separação adimensional no modelo de Kirchhoff
f_E	Ponto de separação efetivo
H	Altura da turbina
h	Distância de um filamento de vórtices a um ponto P induzido.
h	Coordenada do movimento vertical vertical de um aerofólio no modelo de Theodorsen
i, j, k	Vetores unitários do sistema (x,y,z) nas direções x,y,z respectivamente.
$J_0(k), J_1(k)$	Funções de Bessel
K_N	Fator de Kirchhoff no modelo Indicial
k	Frequência reduzida
k_1	Parâmetro no modelo Boeing-Vertol
K_I	Constante impulsiva do modelo Indicial
L	Força de sustentação
L_C	Força de sustentação por efeito da circulação

L_{NC}	Força de sustentação por efeitos não circulatórios
M	Número de Mach
M	Momento de giro
N	Número de pás
NTI	Incrementos do tempo por rotação
NR	Número de voltas do rotor
n, c	Vetor unitário normal e tangencial à corda do aerofólio
P	Fator linear utilizado no modelo Boeing-Vertol
P	Campo de pressão
Δq	Variação temporal do ângulo de passo
R	Raio da turbina
Re	Número de Reynolds
r	Vetor posição do rotor
r, r_0, r_1	Coeficientes do modelo de ONERA
S	Superfície que tem como fronteira uma curva C
$S(k)$	Função de Sears
s	Parâmetro no modelo de ONERA
S_1, S_2	Parâmetros de estol estático no modelo Indicial
S_α	Signo do ângulo de ataque no modelo Boeing-Vertol
S_t	Número de Strouhal
T	Torque do rotor
T_p	Constante de tempo adimensional por efeitos de pressão definido no modelo Indicial
T_I	Constante de tempo adimensional impulsiva definida no modelo Indicial
T_f	Constante de tempo por separação do modelo Indicial
T_V	Constante de tempo por vorticidade no modelo Indicial
T_L	Constante de tempo no modelo Indicial
T_{VL}	Constante de tempo no modelo Indicial
T_{st}	Constante de tempo considerando efeito do número de Strouhal no modelo Indicial
t	Tempo
t_c	Constante de tempo
Δt	intervalo de tempo
U	Velocidade de corrente livre
U_i	Velocidade induzida no modelo de Vórtices
W_0	Velocidade induzida pelo movimento do aerofólio definida no modelo de ONERA

W_1	Velocidade induzida influenciando a rotação do aerofólio definido no modelo de ONERA
W_n, W_t	Componente normal e tangencial da velocidade relativa definidos no modelo de Vórtices
w	Velocidade de perturbação vertical num aerofólio
u	Velocidade induzida num vórtice com núcleo viscoso
u_p, w_p	Velocidades induzidas respectivamente nas direções x e y do plano equatorial x-y da turbina. (modelo de vórtices)
u, w	Velocidades induzidas por um vórtice no plano x-y determinadas pela lei de Biot-Savart
x, y	Coordenada na direção x do plano x-y do rotor
$\Delta x, \Delta y$	Incremento da trajetória dos vórtices emitidos
Γ	Circulação
Γ_B	Circulação em torno do aerofólio
Γ_S	Circulação na esteira
Γ_1, Γ_2	Circulação no domínio linear e não linear respectivamente do modelo de ONERA
Ω	Velocidade angular da turbina
α	Ângulo de ataque
$\dot{\alpha}$	Derivada temporal do ângulo de ataque
α_a	Amplitude de oscilação (movimento senoidal)
α_m	Ângulo de incidência medio (movimento senoidal)
α_m	Ângulo de referência no modelo Boeing-Vertol
α_1, α_2	Ângulos formados entre as linhas que unem os extremos de um filamento de vórtices
α_f	Ângulo de ataque efetivo no modelo Indicial
α_θ	Ângulo de sustentação nula
α_E	Ângulo de ataque equivalente no modelo Indicial
α_{ee}	Ângulo de estol estático
α_{ed}	Ângulo de estol dinâmico
$\Delta\alpha$	Variação do ângulo de incidência
λ	Parâmetro de atraso temporal do modelo ONERA
λ	Relação de velocidades da turbina (Tip Speed Ratio)
ρ	Massa específica do ar
γ	Frequência natural no modelo ONERA
$\gamma(x)$	Distribuição superficial da vorticidade num aerofólio
γ	Função Gamma no modelo Boeing-Vertol
γ_L, γ_D	Função Gamma para a sustentação e o arrasto no modelo Boeing-Vertol

	Boeing-Vertol
ψ	Ângulo azimutal no plano equatorial da turbina
Ψ	Vetor potencial de velocidades
$\Psi(k)$	Função de Kussner
ψ_0	Posição azimutal no início da separação no modelo MIT
ϖ	Função vorticidade
∇	Operador nabla
$\Phi(k)$	Função de Wagner
ϕ	Funções aerodinâmicas do modelo de ONERA
ϕ_c	Função indicial pela componente impulsiva do modelo Indicial
$\phi_{I\alpha}$	Função indicial impulsiva por variação do ângulo de ataque do modelo Indicial
ϕ_{Iq}	Função Indicial impulsiva por variação do ângulo de giro do modelo Indicial
ϕ	Potencial escalar
σ	Solidez da turbina
σ	Raio limite de um núcleo de um vórtice
$\sigma, \sigma_0, \sigma_1$	Coefficientes do modelo de ONERA
∇	Operador nabla
D/Dt	Derivada substancial
τ	Tempo adimensional
τ_L	Constante de tempo adimensional no modelo MIT
θ	Coordenada angular de giro (<i>pitch</i>) do aerofólio
θ_{cl}	Ângulo (de giro) de controle cíclico
$\Delta\theta$	variação do ângulo de passo
μ	Relação adimensional de velocidades
η	Termo de deficiência da força tangencial por efeitos viscoso definido no modelo Indicial

RESUMO

O presente trabalho aborda a modelagem do fenômeno de estol dinâmico em aerofólios de turbinas eólicas de eixo vertical (TEEV). Tal fenômeno apresenta-se em certas condições de rotação, modificando consideravelmente o comportamento das forças aerodinâmicas. Os modelos aerodinâmicos utilizados atualmente nestas turbinas não permitem prever o fenômeno de maneira satisfatória. Os modelos semi-empíricos, provenientes da aplicação em pás de helicópteros, têm sido utilizados junto aos modelos de TEEV, permitindo um aprimoramento dos resultados. Contudo, pela complexidade do fenômeno, o problema mantém-se em aberto. Neste contexto, o presente trabalho aborda o assunto com uma metodologia mais eficiente.

Inicialmente, são revisados os diferentes modelos aerodinâmicos utilizados neste tipo de turbina. Aplica-se um modelo numérico baseado na teoria de vórtices livres que permite a determinação do campo de velocidades induzidas no escoamento e das forças aerodinâmicas. Este modelo utiliza coeficientes aerodinâmicos bidimensionais em condições de regime permanente. Verifica-se que os resultados obtidos são somente apropriados nas condições do regime linear, isto é, quando o ângulo de ataque não supera o ângulo de estol estático.

Posteriormente, para determinar as características não-estacionárias em que se manifesta o fenômeno de estol dinâmico, são estudados os métodos semi-empíricos que já foram utilizados em TEEV, como o modelo de Boeing-Vertol, o modelo MIT e o modelo Indicial. Foram obtidos resultados comparativos com dois destes modelos em diferentes condições, verificando-se as limitações dos mesmos para descrever o comportamento das forças aerodinâmicas.

Finalmente, é proposto o uso do modelo ONERA, ferramenta de última geração baseada num sistema de equações diferenciais ordinárias com coeficientes obtidos em ensaios de túnel aerodinâmico. O modelo tem sido validado por outros autores para sua aplicação em pás de helicópteros e em pás de turbinas eólicas de eixo horizontal. Para o caso das TEEV esta é sua primeira aplicação. Os resultados obtidos com o modelo na formulação original mostraram as dificuldades em descrever o comportamento das forças aerodinâmicas nas condições críticas em que se manifesta o fenômeno de estol dinâmico neste tipo de turbina. O trabalho permitiu identificar os efeitos de diferentes parâmetros envolvidos nas equações diferenciais. A modificação do tempo característico, introdução do parâmetro de estol dinâmico para diminuir os efeitos do termo derivativo do ângulo de ataque e proposta de uma expressão para o coeficiente de arrasto, foram fundamentais no sucesso da proposta apresentada. Tal proposta permitiu a modificação do modelo e sua extensão para aplicação em TEEV quando o ângulo de ataque apresenta grande amplitude de oscilação. Os resultados apresentados, comparados com dados experimentais de referência, mostram que o modelo descreve de maneira satisfatória os efeitos de estol dinâmico neste tipo de turbina.

ABSTRACT

A model to study the dynamic stall phenomena on vertical axis wind turbine (VAWT) blades is elaborated in this work. Such phenomena appear at certain rotational condition, modifying considerably the blade aerodynamic forces. The existing models used so far do not provide satisfactory results. Semiempirical models derived from the helicopter blades application have been tried in order to solve this problem. Nevertheless, the more complex phenomena involved in VAWT left the question open for better analysis. In this work is presented a new approach, with a more efficient method.

A revision of different aerodynamic models utilized in VAWT is presented. A numerical model based on free vortex theory is applied to find the induced velocities for the determination of the aerodynamic forces on the turbine blades. Initially this model employs aerodynamic coefficients in the steady state, and noticed that the results are satisfactory in the linear domain, that is to say, while the angle of attack is smaller than static stall angle.

For dynamic stall conditions semiempirical models such as Boeing-Vertol, MIT and Indicial are applied. Comparative results with two models at various operating ranges are obtained to verify their limitations in describing the behavior of the aerodynamic forces.

Finally the ONERA model is proposed. This second generation model is based on ordinary differential equations with coefficients obtained in wind tunnel. It has been validated by others authors for its application on helicopter blades and also on the horizontal axis wind turbine. Here it is extended to apply on the VAWT. At critical conditions where dynamic stall is severe, the original model lacks the sophistication to provide not so satisfactory results compared with the experimental ones. To improve it, the present work identifies the effect of the different parameters involving the differential equations. The success of the present work is based on the modification of the characteristic time, introduction of dynamic stall parameter to reduce the effect of the derivative term of the angle of attack and proposition of an expression for drag coefficient. Such proposition to modify the model permits its application on the VAWT operating at high angle of attack oscillation. The modified model thus provide satisfactory results compared with the experimental ones, even at severe dynamic stall conditions.

INTRODUÇÃO

INTRODUÇÃO

1. A Tecnologia Eólica no Mundo

As *turbinas eólicas* são máquinas que utilizam a energia cinética dos ventos, denominada *energia eólica*, permitindo a rotação de suas pás, e transformando esta energia em potência mecânica ou elétrica, segundo sua aplicação específica. Uma classificação básica de tais turbinas é feita segundo a posição do eixo do rotor. As denominadas *Turbinas Eólicas de Eixo Horizontal* (TEEH) possuem pás que giram num plano perpendicular à direção principal do vento. As *Turbinas Eólicas de Eixo Vertical* (TEEV) possuem suas pás girando num plano paralelo à direção do vento. Podem ser empregadas na geração de energia elétrica como sistemas interligados na rede ou como sistemas descentralizados, permitindo desta última forma, atingir regiões em que os custos das linhas de transmissão tornam inviáveis os sistemas convencionais.

As turbinas eólicas de pequeno porte têm especial importância no meio rural em países em desenvolvimento. Acopladas a sistemas de bombeamento de água são utilizadas para abastecimento de água e irrigação de cultivos, sendo as tipo multipás as mais difundidas. Recentes estatísticas do uso destas turbinas são resumidas por Gipe [1]. Estima-se que na América Latina, a Argentina concentre a maior quantidade, em torno de 600.000, Colômbia conte com 8000 e o Brasil em torno de 2000 unidades. Turbinas de pequeno porte são também utilizadas na eletrificação rural para fornecimento de energia elétrica nas propriedades, postos de saúde e escolas. Podem trabalhar isoladas ou em sistemas híbridos com equipamentos fotovoltaicos ou diesel. Atualmente nos Estados Unidos são empregadas umas 1000 unidades do tipo isoladas, sendo que na China concentram-se em torno de 110.000. As turbinas de pequeno porte também podem ser interconectadas na rede elétrica. Na década de oitenta foram interconectadas nos estados unidos aproximadamente 4500 turbinas.

A utilização de turbinas de grande porte emerge como tecnologia moderna nos anos setenta, após a crise do petróleo, quando incentivos fiscais, principalmente no estado da Califórnia nos Estados Unidos, permitiram investimentos nestes sistemas, surgindo então grandes concentrações de turbinas denominadas *Fazendas Eólicas*. Após a retirada de tais incentivos, a expansão do mercado teve um declínio, ressurgindo no final da década de oitenta e retomando vitalidade no mundo inteiro desde inícios dos anos noventa, quando começa a valorizar-se a geração da *eletricidade limpa*, isto é, obtida por fontes renováveis que não provocam problemas de contaminação ambiental. O custo da energia elétrica proveniente de sistemas eólicos já é competitivo comparado com outros sistemas convencionais. Tornar-se-á ainda mais atrativo, quando forem incluídos os benefícios aportados à qualidade do ar considerando a quantidade de contaminantes evitados com tal forma de geração elétrica. Em comparação com a geração termo-elétrica estima-se [1] que por cada kWh de energia elétrica gerada através de energia eólica são evitadas emissões correspondentes a 1kg de bióxido de carbono.

Estatísticas revelam [1] que no final de 1994 existiam em operação no mundo em torno de 25.000 turbinas de grande porte, com uma capacidade instalada de 3500MW (megawatts). As fazendas eólicas da Califórnia concentram aproximadamente 50% deste total, sendo que o restante concentra-se na Europa, principalmente na Dinamarca e na Alemanha. Estima-se, que existe no mundo um crescimento da capacidade instalada com sistemas eólicos em torno de 500MW por ano. Nos países em desenvolvimento, a Índia destaca-se na introdução desta tecnologia contando em 1994 com uma capacidade instalada de 170MW.

O Brasil, no contexto latino-americano, deverá introduzir nos próximos anos a tecnologia eólica com sistemas de pequeno e grande porte. A primeira planta de 1MW foi instalada em 1994, em Minas Gerais, formada por 04 turbinas de 250kW, e espera-se uma nova planta de 500KW no Rio Grande do Sul com 05 turbinas de 100kW. No Estado do Ceará já estão sendo realizados estudos para uma futura planta de 30MW. Em 1995 [2] apresentaram-se diretrizes nacionais para incentivar a divulgação da energia eólica, propondo-se, sob uma perspectiva otimista, que 1000MW da geração de eletricidade no país provenha de sistemas eólicos até o ano 2005.

2. As Turbinas Eólicas de Eixo Vertical

As primeiras TEEV atuantes por arrasto, como o caso das Panêmonas, têm origem milenar, provavelmente na Pérsia, China e Egito; contudo, a origem das modernas TEEV com conceituação aerodinâmica é de autoria do engenheiro francês D.G.M. Darrieus, no ano de 1920. A contribuição de Darrieus provém da interessante observação de que ao fixar pás longas e flexíveis nos seus extremos e fazê-las girar, estas adquirem uma configuração específica., denominada *Troposkien*. Posteriormente, modelos com pás retas fixas ou de geometria variável têm sido desenvolvidas.

As principais características de uma TEEV são: i) Vantagem de captar os ventos em todas as direções, não requerendo sistemas de direção das pás ao fluxo principal. ii) Os elementos como gerador, sistema de freios e sistema de engrenagens são colocados ao nível do solo, facilitando a manutenção e inspeção. iii) As pás, como as da turbina Darrieus, são fixas nos dois extremos do eixo, reduzindo o esforço estrutural. iv) As pás são fabricadas com corda constante permitindo redução de custos no processo de fabricação. Em contrapartida têm as seguintes desvantagens: i) Requerem um sistema de partida para seu acionamento em baixas velocidades; ii) Perdem captura de energia em terrenos complexos; iii) A fabricação das pás com alumínio tem custo elevado e apresenta problemas de falhas por fadiga, pelo que, modelos de segunda geração utilizam pás fabricadas com poliéster e fibra de vidro; iv) A natureza do escoamento nas pás é muito mais complexa que nas TEEH, tendo-se dificuldades na obtenção de um adequado modelagem das forças aerodinâmicas.

Estados Unidos, Canadá, Inglaterra e Alemanha têm-se destacado no desenvolvimento de TEEV. De 1974 a 1985 o Departamento de Energia (DOE) investiu 28 milhões de dólares no Sandia National Laboratory para desenvolvimento da tecnologia das turbinas Darrieus. Sandia iniciou com modelos de pequeno porte, de 5m de diâmetro e potência nominal de 3.5kW, até desenvolver turbinas de 17m de diâmetro, sendo comercializadas posteriormente por FloWind. Desta tecnologia resulta a maior concentração de TEEV do mundo em Altmont Pass e Tehachapi (Califórnia) onde existem atualmente em operação mais de 500 turbinas de duas pás e potência nominal de 250kW. Novos protótipos estão em desenvolvimento nos USA [3], como a turbina de 34m de diâmetro, em testes no Sandia National Laboratory; e a turbina de segunda geração de geometria variável, de 17m de diâmetro, desenvolvida pela FloWind Corporation e o National Renewable Laboratory (NREL).

A maior TEEV conhecida atualmente foi projetada no Canadá [4], sendo do tipo Darrieus, com potência nominal de 4MW, diâmetro de 64m, altura de 96m, de duas pás com corda de 2.4m, instalada em 1986 em Cap-Chat, em Quebec. O projeto é resultado de uma série de protótipos anteriores, de menor porte, realizados pelo National Research Council (NRC), desde 1970, e outros projetos realizados pela NRC junto ao Institute de Recherche de l'Hidro-Quebec (IREQ). Fabricantes como Adencon Energy Systems Ltd. tem comercializado esta tecnologia nesse país. Na Inglaterra também existe uma extensa pesquisa voltada para as TEEV [5]. Por exemplo, foi desenvolvido um protótipo de 25m de diâmetro, de pás retas com geometria variável para regulação da potência. A turbina tem uma potência nominal de 130kW, 18 metros de altura e duas pás com corda de 1.25m. Na Alemanha, as empresas Dornier e Heidelberg-Motor têm projetado protótipos de médio porte. No Brasil, na década de oitenta, várias universidades trabalharam no desenvolvimento de protótipos. Na UFRGS, por exemplo, o Grupo de Energia Eólica [6] desenvolveu protótipos tipo Darrieus, de 6m de diâmetro com potência nominal de 3kW.

Atualmente no mercado de turbinas eólicas a difusão massiva corresponde às TEEH, pelo maior domínio da tecnologia. O avanço na introdução das TEEV no mercado futuro depende do sucesso com que se levem as atuais pesquisas e o resultado da performance apresentada pelos protótipos em teste. O desenvolvimento de modelos aerodinâmicos que incorporam adequadamente os efeitos não-estacionários, tem importante papel no avanço da tecnologia das TEEV.

3. O Fenômeno em Estudo

Diversos fatores contribuem na complexidade do campo de escoamento das turbinas eólicas, com características acentuadamente não-estacionárias. Entre os fatores mais importantes podemos assinalar: i) Efeitos da camada limite atmosférica modificando a magnitude e direção da velocidade de corrente livre; ii) Giro num plano inclinado em relação ao vento principal, produzindo variações do ângulo de ataque; iii) Perturbações do fluxo por suportes e eixo do rotor; iv) Deformação estrutural das pás originando velocidades induzidas de translação e rotação nos elementos da pá; v) Perdas aerodinâmicas por efeitos tridimensionais; vi) Formação da esteira do rotor e interação com as pás.

Nas TEEV o elemento de pá (aerofólio) realiza um movimento cíclico rotacional, apresentando suas próprias características não-estacionárias. Na sua trajetória a velocidade relativa do aerofólio tem uma variação cíclica, a qual se reflete consequentemente no ângulo de ataque. Em certas condições de funcionamento, este ângulo excede o estol estático, manifestando o *Fenômeno de Estol Dinâmico*, fenômeno que pode apresentar-se nas pás de turbinas eólicas, asas de avião, pás de helicópteros e em geral em pás de turbomáquinas. Uma completa revisão do fenômeno é exposta no Apêndice-B do presente trabalho. Uma diferença importante entre a análise aerodinâmica das TEEV e TEEH reside em que, apesar do fenômeno manifestar-se em ambas turbinas, nas primeiras o efeito de estol dinâmico é muito mais crítico e, portanto, de maior importância.

No fenômeno de estol dinâmico ocorre a formação de vórtices na superfície de sucção do aerofólio, provocando uma deformação na distribuição de pressão. Isso manifesta-se nas forças aerodinâmicas, trazendo consequências estruturais prejudiciais quando se desconhece a magnitude de tais forças, e portanto, modificando as características do torque e potência. Estima-se [7] que um erro de 30% na predição das forças aerodinâmicas em TEEV pode resultar numa redução pelo fator de 70 na vida esperada das pás. Efeitos de estol dinâmico, no caso extremo, produzem uma diferença de resultados estáticos superiores a 100% nas forças aerodinâmicas.

As forças atuantes em condições de estol dinâmico, no acidente ocorrido com o protótipo canadense de 24m de diâmetro, 37 metros de altura e potência de 230kW, instalado para teste nas ilhas Madelaine [8], dificilmente seriam previstos utilizando os modelos teóricos da época. A turbina foi destruída numa tempestade na madrugada em julho de 1978, quando entrou em funcionamento acidentalmente por uma rajada de vento, no momento em que seu sistema de freio estava desativado para reparação. No acidente também falharam os freios aerodinâmicos quando a turbina encontrava-se em alta rotação.

Atualmente não existe um modelo capaz de prever plenamente os efeitos não-estacionários provenientes de estol dinâmico em TEEV. A maior parte das contribuições no modelamento do fenômeno têm sido feitas utilizando os denominados modelos semi-empíricos. Estes métodos, desenvolvidos nas pesquisas para pás de helicópteros, apresentam expressões apropriadas para descrever as características não-estacionárias das forças aerodinâmicas (sustentação e arrasto). Muitos destes equacionamentos incluem termos obtidos diretamente de testes experimentais onde os aerofólios são submetidos a movimentos oscilatórios, geralmente senoidais, com determinados ângulos médios, amplitude e frequência de oscilação. No caso de sua aplicação em pás de TEEV, estes são introduzidos como algoritmos para determinar os coeficientes de sustentação e arrasto em modelos específicos para estudo da performance das turbinas, como os modelos de tubos de corrente e modelos de vórtices.

4. Metodologia Utilizada na Solução do Problema

O presente estudo limita-se à análise aerodinâmica das TEEV em condições de estol dinâmico, tentando descrever de maneira mais adequada o fenômeno através de modelos semi-empíricos. Os dados experimentais utilizados para validação dos modelos provêm principalmente de testes realizados em 1990, no protótipo de TEEV de pás retas e geometria variável de 25m de diâmetro da empresa VAWT Ltda., da Inglaterra. Tais dados foram gentilmente cedidos para nossa pesquisa através de Mr. A. Harris da VAWT Ltda

Na metodologia analisam-se diferentes modelos aerodinâmicos para TEEV e os modelos específicos para o tratamento do fenômeno de estol dinâmico. Para tal foi realizado um estudo que permitiu primeiramente aproximar-se da compreensão do fenômeno assim como dos fatores e parâmetros que condicionam seu comportamento.

Trabalhou-se com vários métodos semi-empíricos, concentrando-se no modelo de ONERA [9]. Neste, o fenômeno é modelado através de um sistema de equações diferenciais, com coeficientes determinados experimentalmente em túnel aerodinâmico. O modelo tem sido validado por outros autores para análise de pás de helicópteros, e turbinas eólicas de eixo horizontal; contudo, se faz aqui sua primeira aplicação em TEEV nas quais se apresentam condições extremas de amplitude de oscilação do ângulo de ataque, que não ocorrem em outros tipos de turbinas. Para tal apresentam-se modificações que permitem aprimorar a performance do modelo nestas condições

Um modelo de vórtices [10] também é empregado para determinação das características de escoamento em TEEV. Especificamente, a velocidade relativa no aerofólio da pá e o ângulo de ataque podem ser utilizados no modelo de ONERA. Com isto o modelo tem condições de fornecer os coeficientes de sustentação e arrasto para a análise das forças aerodinâmicas da turbina. Os resultados obtidos são comparados com dados experimentais estudando-se as características, vantagens e limitações do modelo.

5. Estruturação do Trabalho

No Cap.1 são revisados diferentes métodos para análise da performance de TEEV. Tal revisão permite observar que a maior parte dos métodos dependem, para descrever de maneira correta as forças instantâneas das pás, de um adequado modelagem do fenômeno de estol dinâmico. No Cap.2 é exposto o modelo de vórtices livres de Strickland et al. [10] que permite uma análise do escoamento em turbinas eólicas de eixo vertical. O modelo foi utilizado neste trabalho, apresentando-se resultados comparados com dados experimentais de referência, que mostram claramente as condições em que se manifesta o fenômeno de estol dinâmico. No Cap.3 são revisados diversos modelos utilizados para descrever o fenômeno de estol dinâmico. Mostra-se vantagens e limitações dos modelos semi-empíricos na descrição do fenômeno em TEEV. São aplicados dois destes modelos, apresentando-se resultados em diferentes condições de escoamento. No Cap.4 apresenta-se a formulação do modelo proposto (modelo ONERA [9]), que se caracteriza por ser um modelo de segunda geração e representação computacional homogênea para os diferentes coeficientes aerodinâmicos. No Cap.5 mostra-se as modificações feitas no modelo, sugeridas a partir do nosso trabalho, para estender o mesmo às condições de estol dinâmico em TEEV. Neste capítulo mostram-se os resultados obtidos antes e após as modificações efetuadas. Finalmente, no Cap.6 apresentam-se as conclusões do trabalho e as sugestões para continuidade e aperfeiçoamento do mesmo.

São incluídas nos apêndices, informações relacionadas com fundamentos de aerodinâmica não-estacionária e características físicas do fenômeno de estol dinâmico. Os estudos de aerodinâmica não-estacionária clássica são expostos no Apêndice-A, de maneira simplificada. Tal colocação permite relacionar-se com as principais funções utilizadas para descrever os movimentos de aerofólios em escoamento sem separação. Isso torna-se importante pois alguns métodos semi-empíricos para estudo de dinâmica de estol apoiam parte de sua validação em tais funções. Uma revisão do estudo físico do fenômeno de estol dinâmico é feita no Apêndice-B. Inicialmente na forma encontrada na literatura e posteriormente é feita a análise específica para as condições das turbinas eólicas de eixo vertical. Observa-se a dependência do fenômeno a uma série de parâmetros próprios das condições de escoamento, geometria e natureza da movimentação do aerofólio. Em TEEV, o fenômeno manifesta-se em baixas condições de rotação, contudo, efeitos não-estacionários permanecem presentes em qualquer regime de escoamento. No Apêndice-C descrevem-se detalhes do modelo de ONERA.

Capítulo 1

REVISÃO DOS MODELOS AERODINÂMICOS EM TEEV

Capítulo 1

REVISÃO DOS MODELOS AERODINÂMICOS EM TEEV

Introdução

O escoamento em TEEV tem características complexas. Uma análise teórica completa para a modelagem destas turbinas requer a consideração de uma série de fatores que contribuem para a natureza não-estacionária do escoamento. Por exemplo, deve-se detectar as variações cíclicas das forças das pás na sua trajetória circular, especialmente no regime de estol dinâmico. A vorticidade emitida e transportada pela corrente local, formando posteriormente a esteira, deve ser descrita apropriadamente, assim como sua interação com as pás. Também devem ser estudados os efeitos de curvatura do perfil e sua trajetória rotacional no cálculo de camada limite e as implicações nas forças aerodinâmicas. O efeito estocástico da velocidade de corrente livre e a natureza da camada limite atmosférica são da mesma forma importantes. Efeitos de perturbação do fluxo por elementos suportes e eixo do rotor devem ser também avaliados. Pela complexidade de tais fenômenos, não existe, até o presente, uma metodologia descrevendo de maneira satisfatória sua performance. Os modelos utilizados podem ser classificados genericamente como:

- Modelo de tubos de corrente - (TC)
- Modelos de Vórtices - (MV)
- Modelo de acoplamento potencial-viscoso - (MAPV)
- Utilização das Equações de Navier-Stokes - (EQNE)

Nos *modelos de tubos de corrente* [11-26] aplicados a aerodinâmica de TEEV obtém-se uma performance geral da turbina, contudo, não permitem um detalhamento do escoamento e da maior parte dos fenômenos citados. Os *modelos de vórtices* [27-34] conseguem uma análise mais apurada das forças aerodinâmicas instantâneas nas pás e do campo de escoamento, porém, apresentam limitações quanto à qualidade de tais resultados, problemas de convergência e tempos computacionais onerosos. Os *modelos de acoplamento potencial-viscoso* [40-42] para aplicação em TEEV, encontram-se numa fase inicial de desenvolvimento, contando-se somente com resultados de natureza exploratória.

As *Equações de Navier-Stokes* têm sido utilizadas em TEEV de maneira simplificada [43-46]. Na modelagem não-estacionária bidimensional de aerofólios em movimentos oscilatórios, a discretização do domínio envolve o aerofólio, e uma região a jusante e montante, com comprimentos de uma a duas cordas de extensão. No caso das TEEV exige um domínio muito maior, abrangendo a trajetória circular do aerofólio e uma região a montante suficiente para aplicar condições de contorno adequadas. Tais magnitudes envolvem ordem de grandeza do diâmetro do rotor e não simplesmente da corda do aerofólio. Por outro lado, a natureza complexa dos fenômenos não-estacionários envolve interação entre esteira-pá, tornando mais complexa a aplicação das EQNE.

Pelas dificuldades mencionadas, os modelos de vórtices e de múltiplos tubos de corrente são ainda os mais utilizados na avaliação da performance das TEEV. A maior parte destes modelos tem restrições na determinação das forças aerodinâmicas instantâneas das pás. Para tal, são requeridos os coeficientes de sustentação e arrasto do aerofólio, obtidos de dados experimentais. A dependência da qualidade dos resultados das pás dependem, assim, da qualidade dos resultados de testes experimentais, os quais são realizados em condições de regime permanente bidimensional, para um determinado número de Reynolds e ângulo de ataque. Esta limitação por outro lado, é importante no estudo de estol dinâmico, já que os coeficientes de sustentação e arrasto podem ser substituídos por uma modelagem do fenômeno. Desta forma a qualidade dos resultados não-estacionários depende da qualidade do modelo de estol dinâmico utilizado.

As características mais importantes na correta descrição da performance aerodinâmica do rotor (torque e potência), dependem da adequada modelagem da força tangencial. Nos aspectos estruturais das TEEV, a força normal com magnitude muito superior à força tangencial é mais relevante. Nos trabalhos estudados observa-se que, mesmo nos modelos que utilizam métodos semi-empíricos, as maiores dificuldades encontram-se ao tentar descrever os fenômenos de estol dinâmico na força tangencial, especificamente quando comparadas com resultados experimentais.

1.1 Modelos de Tubos de Corrente (TC)

De maneira geral, para determinar a performance das turbinas nestes modelos, são empregadas as teorias de elemento de pá e teoria da quantidade de movimento. Baseando-se em tais relações obtém-se, por meio de um procedimento iterativo, os fatores de interferência, permitindo determinar a velocidade relativa e ângulo de ataque no elemento de pá. Os fatores de interferência são uma conceituação utilizada nestes modelos para avaliar as velocidades induzidas originadas pela esteira do rotor. Para obter as forças aerodinâmicas requerem-se as características de arrasto e sustentação do aerofólio, obtidas de dados experimentais tabulados.

Os modelos podem ser classificados em três categorias, sendo que a maior diferença entre eles está no cálculo das velocidades induzidas no rotor: i) *Simple tubo de corrente* (STC). Desenvolvido por Templin [11] considera-se o rotor encerrado num único tubo de corrente; ii) *Múltiplos tubos de corrente* (MTC). Neste, o volume varrido pelo rotor, é dividido numa série de tubos de corrente adjacentes tal como apresentado nos modelos de Wilson-Lissaman [12], Shankar [13], Strickland [14]. Nestes dois tipos de modelos (STC e MTC) consideram-se as velocidades induzidas constantes através do rotor, o qual é substituído por um disco atuador equivalente; iii) *Duplo esquema de múltiplos tubos de corrente* (DMTC). O modelo representa uma extensão do MTC proposto por Strickland [14] e aperfeiçoado por Read e Sharpe [15], Madsen e Lungren [16], Paraschivoiu [17], Healey [18] e Loth e McCoy [19]. Neste modelo considera-se que a turbina é substituída por duas metades de rotor em série e aerodinamicamente independentes. O cálculo das velocidades induzidas através da turbina é baseado no princípio de dois discos atuadores em série para cada parte do rotor. Os modelos mais sofisticados podem utilizar um fator de interferência constante (DMTC) ou variável (DMTCV) como os desenvolvidos por Paraschivoiu [20-25]. Apesar de uma metodologia diferente é incluído nesta classificação o modelo de cilindro atuador de Madsen [26], já que representa basicamente um aperfeiçoamento do modelo de múltiplos tubos de corrente.

1.2 Modelo de Vórtices (MV)

São classificados, segundo o regime de escoamento, como estacionários e não-estacionários. As equações de natureza potencial são descritas satisfazendo a condição de não-penetração do fluido na superfície do aerofólio e condição de Kutta no bordo de fuga. Os elementos de pás são substituídos por vórtices discretos na linha de camber ou na superfície da pá. Estes métodos utilizam o conceito de sustentação, baseados na lei de Kutta-Joukowski e análise de velocidades induzidas, utilizando a lei de Biot-Savart.

Os modelos podem ser bidimensionais de esteira fixa em regime permanente, como os de Larsen [27], Holmes [28] e Wilson [29], ou em regime não-estacionário com esteira livre, como o de Fanucci [30] e Nguyen [31] e Strickland et al. [10]. Este último modelo apresenta como vantagem sua extensão tridimensional, feita por Strickland [32].

Pelo oneroso tempo computacional nos modelos de vórtices, Vanderbergue e Dick [33] propõem uma nova versão. Segundo os autores, o novo procedimento pode representar uma economia de tempo computacional de 50 vezes, comparado com o modelo convencional. O campo de velocidades induzidas é calculado resolvendo a equação de Poisson numa malha retangular (*vortex-in-cell*). Assume-se que a circulação no aerofólio é concentrada em $\frac{1}{4}$ da corda. Em cada intervalo de tempo determina-se a intensidade do vórtice de contorno a fim de manter a circulação total constante. A variação do vórtice de contorno, em relação ao intervalo de tempo anterior, é compensado pela introdução de um vórtice livre, o qual move-se em cada intervalo de tempo, representando a emissão da vorticidade na borda de fuga do aerofólio. Utiliza-se um vórtice de núcleo finito, cujo raio é função do tempo.

No modelo estuda-se, também, os efeitos de curvatura do fluxo e efeitos por perdas aerodinâmicas devido a suportes estruturais. Os resultados apresentados por Vandervergue e Dick [33] restringem-se à análise do coeficiente de potência. Utiliza-se um método semi-empírico para modelar o fenômeno de estol dinâmico, porém, não se apresentam resultados das forças aerodinâmicas instantâneas, dificultando observar as vantagens do modelo em relação a fenômenos não-estacionários.

Uma análise comparativa de modelos de tubos de corrente e um modelo de vórtices pode ser encontrado em Amos e Bragg [34].

1.3 Método da Circulação Local (MCL)

Uma aproximação denominada *método de circulação local* (MCL) é utilizada para determinar a performance e forças aerodinâmicas de TEEV. O modelo desenvolvido inicialmente para análise de pás de helicópteros por Azuma [35] é estendido, pelo mesmo autor, para análise em pás de turbinas eólicas de eixo horizontal [36], e posteriormente para TEEV [37]. Aponta-se vantagens do modelo em relação aos problemas encontrados nos modelos de vórtices, como extensivo tempo computacional e problemas de convergência.

No modelo, determina-se a distribuição da circulação ao longo da pá para qualquer posição azimutal. As forças das pás são estimadas por superposição de “n” pás imaginárias, cada uma com uma distribuição elíptica da circulação. Efeitos de esteira de vórtices são considerados pela mudança da velocidade induzida em qualquer instante.

O modelo considera efeitos não-estacionários do aerofólio, dando à sustentação uma representação adequada segundo o regime de escoamento. Para alta velocidade de rotação a sustentação é representada em termos da teoria clássica [38] pelas funções de Theodorsen e Sears. Para baixa rotação, o autor emprega o acoplamento de um método semi-empírico.

A validade do modelo é realizada por Azuma [35] em comparação com dados experimentais, predizendo o comportamento de dinâmica de estol. Indica-se que o modelo é eficiente, consome reduzido tempo computacional e não apresenta problemas de convergência numérica.

1.4 Equações de Euler

James [39] faz uma análise em escoamento bi-dimensional não viscoso e irrotacional, deduzido a partir da equação de Euler e equação da continuidade. Supõe pás com perfis muito finos e ângulos de ataque muito pequenos (aproximados por série de Fourier), causando pequenas perturbações no campo de escoamento. O problema é reduzido a um caso especial do movimento não estacionário de pás em trajetórias curvas, resolvido analiticamente quando a velocidade de rotação das pás é muito elevada ou muito pequeno, e portanto, fugindo do interesse prático.

1.5 Método de Acoplamento Potencial-Viscoso (MAPV)

Holer et al.[40], utilizam um método de singularidades (painéis), acoplando, modelos integrais da camada limite laminar e turbulenta não-estacionária. Os resultados mostram efeitos não-estacionários de aerofólios para ângulo de ataque constante ou em movimento com pequena oscilação. O modelo não é aplicado diretamente às condições de um aerofólio em movimento rotacional para análise de TEEV.

Fraunié [41], e Brochier et al. [42] fazem um completo estudo sobre os efeitos não-estacionários de aerofólio em movimento rotacional. Empregam uma combinação de equações de acordo com a parte do escoamento em estudo. As diferentes regiões do escoamento são conectadas por meio das condições de contorno. Permite uma redução no tempo computacional em comparação com os modelos de vórtices utilizados em TEEV. São considerados dois conjuntos de equações: um para a região afastada do aerofólio, isto é, para o escoamento não-viscoso irrotacional, e outro próximo da superfície do aerofólio, para determinar o crescimento da camada limite nas superfícies do mesmo.

O escoamento irrotacional é resolvido por um método integral, considerando uma distribuição de singularidades no perfil e na esteira. Um vórtice é emitido para cada incremento de tempo; a convecção da esteira e o movimento do aerofólio são levados em consideração. A função potencial é calculada a partir da equação de Laplace, e então introduzida na equação de Bernoulli não-estacionária para se obter distribuição de pressão. A sustentação e o arrasto são obtidos por integração da pressão ao longo do aerofólio. A camada limite é determinada pela solução numérica das equações integrais, adotando-se um modelo não-estacionário para as tensões turbulentas. Pode ser determinada a transição laminar-turbulenta, separação e pontos de descolamento e recondicionamento do fluxo e a re-circulação ocorrida na separação da borda de ataque.

1.5.1 Limitações do modelo

O modelo permite descrever as forças não-estacionárias de maneira adequada para condições de escoamento sem separação. Isto é, antes de apresentar-se os efeitos de estol intenso. Os resultados mostram uma boa predição do escoamento, porém, segundo Brochier et al. [42] o modelo deve ser completado por um modelo de estol dinâmico a fim de prever efeitos não-estacionários observados experimentalmente. Nas conclusões de Franuié [41] salienta que a validade das aproximações da camada limite são duvidosas: i) Nas regiões onde a parede e o escoamento apresentam curvaturas significativas; ii) Na vizinhança dos pontos de descolamento da camada limite; iii) Nos movimentos de rotação onde os efeitos centrífugos e de Coriolis são significativos.

1.6 Equações de Navier-Stokes (EQNE)

Um modelo baseado na solução laminar e incompressível das equações de Navier Stokes é proposto por Rajagopalan [43] para escoamento 2-D. É utilizado o procedimento de volumes finitos (SIMPLER), conforme descrito por Patankar [44]. Posteriormente Allet et al. [45] apresentam uma extensão 3-D. No modelo, o campo de velocidades induzidas é determinado pela solução simultânea das componentes da velocidade e pressão estática, a partir da equação da continuidade e da equação da quantidade de movimento. Com as duas componentes do campo de velocidade induzidas e a velocidade de referência da turbina, o ângulo de ataque relativo é determinado. Os coeficientes aerodinâmicos de sustentação C_L , e arrasto C_D , são obtidos a partir de testes experimentais. O método prediz a performance de TEEV de maneira satisfatória. Ressalta-se que pelo menor tempo computacional, o modelo de múltiplos tubos de corrente (DMTC) continua sendo uma ferramenta alternativa para estimar rapidamente a performance da TEEV.

Rajagopalan e Klimas [46], estudam a influência do terreno utilizando o modelo. É analisada a performance e campo de escoamento 3-D em turbina Darrieus e torre, sobre a influência de um terreno plano. Detalhes do campo de escoamento são discutidos, graficando vetores de velocidades, contornos de pressão e da vorticidade. A torre da turbina é modelada como um cubo sólido e a condição de não penetração é prescrita na torre e no terreno plano. As características da performance em função do coeficiente de potência, C_p , e a força normal, F_N , são apresentadas.

1.6.1 Limitações do Modelo

Não é incluído uma modelagem para estol dinâmico. A qualidade dos resultados nas condições de dinâmica de estol dependem dos dados estáticos tabulados de C_L e C_D , introduzidas no modelo em função do ângulo de ataque e obtidos a partir de testes experimentais. Esta observação indica que apesar de utilizar-se as EQNE, o modelo depende dos valores experimentais de C_L e C_D , e portanto, uma boa representação dos fenômenos de estol dinâmico dependerá da qualidade do modelo de estol dinâmico a ser introduzido.

1.7 Modelo de Vórtices Livres - VDART

O modelo é explicado através de diversas publicações como as de Nguyen [31] e de Strickland et al.[10] e conhecido pelo código computacional VDART. Possui as seguintes vantagens em relação a outros métodos: i) Resultados mais apurados das forças aerodinâmicas instantâneas na trajetória das pás, em comparação com outros modelos e resultados experimentais; ii) Resultados apropriados do campo de velocidades induzidas e estrutura de esteira; iii) Extensão tridimensional do modelo [32]; iv) Fácil adaptação de modelos semi-empíricos para a modelagem do fenômeno de estol dinâmico. A principal desvantagem é de requerer maior tempo computacional que os modelos de tubos de corrente. No Cap.2 este será o modelo em estudo.

A circulação no aerofólio é representada por um único vórtice que descreve adequadamente o escoamento para distâncias de perfil superiores à corda [31]. Utiliza-se a lei de Kutta-Joukowski para relacionar a sustentação com a circulação em torno do aerofólio. O vórtice da pá fica, então, definido em função da velocidade relativa local, da corda do aerofólio e do coeficiente de sustentação.

A natureza não-estacionária, na trajetória circular descrita pelo aerofólio, fica modelada pelo balanço da circulação total. Pelo teorema de Kelvin, a variação da circulação no aerofólio é contrabalançada pela intensidade e magnitude dos vórtices que desprendem na borda de fuga. As velocidades induzidas são determinadas aplicando a lei de Biot-Savart.

A análise requer determinação da velocidade local do fluido, em cada um dos pontos do campo de escoamento em que se encontra um centro de vórtice. Com estas velocidades determina-se a nova posição de todos os vórtices que compõem a esteira. No instante em que se completa uma volta, calcula-se torque médio e coeficiente de potência da turbina correspondente a essa volta. O procedimento é repetido no número de voltas adequado para satisfazer a condição de convergência. Como a maioria dos modelos de MTC e DMTC, os coeficientes aerodinâmicos (C_L, C_D) são obtidos de dados experimentais para aerofólios em túnel aerodinâmico, em condições estacionárias para diferentes ângulos de ataque e número de Reynolds.

Strickland et al. [32] estendem o modelo de vórtices livres para turbina Darrieus de pás curvas, usando o conceito de estrutura tridimensional. Mais tarde Klimas [47] inclui modelo de estol dinâmico. Cardona [48] utiliza o modelo VDART (2-D) de Strickland, realizando uma série de modificações para aperfeiçoamento do modelo, incluindo os efeitos de curvatura de fluxo, efeito de estol dinâmico, número de Reynolds instantâneo e resistência aerodinâmica estrutural.

1.7.1 VDART Comparado com Dados Experimentais

As forças normais medidas e modeladas [31,10] mostram boa concordância com as previsões analíticas. A comparação entre valores medidos e o modelo, para a força tangencial, mostram-se bastante precárias. Isto é atribuído a problemas experimentais. A reprodução das linhas de trajetórias do escoamento, obtidas por injeção de corante nas pás, mostram-se concordantes com os resultados do modelo. Velocidades preditas na esteira, como indicado pelo movimento de partículas sólidas, apresentam boa concordância com a análise experimental.

1.7.2 VDART com Outros Modelos

Assinala-se [31] que os coeficientes de potência preditos utilizando MTC são semelhantes aos obtidos utilizando o VDART (2-D), exceto para alta relação de velocidades e alta solidez da turbina. A distribuição das forças com a posição azimutal são significativamente diferentes nos dois modelos para relação de velocidades elevadas. O modelo VDART (2-D) mostra significativo retardamento do escoamento na semi-trajetória a jusante do rotor. A maior desvantagem do modelo encontra-se no excessivo tempo computacional requerido para o cálculo, já que existe um procedimento acumulativo da informação anterior em cada nova volta.

Amos e Bragg [34] apresentam um estudo comparativo de três modelos: MTC, DMTC e VDART (3-D), junto a dados experimentais. As conclusões mais importantes são dadas em função do parâmetro $\lambda = \Omega R / U$, que relaciona a velocidade rotacional ΩR (com Ω a velocidade angular e R o raio da turbina) com a velocidade de corrente livre U . No presente trabalho este parâmetro é definido como *relação de velocidades*. Amos e Bragg [34] concluem que: i) Para baixo λ , todos os modelos tendem a prever o coeficiente de potência de forma sobre dimensionada. Isto é atribuído a efeitos não-estacionários dos aerofólios. Ressalta-se a importância dos modelos de estol dinâmico para baixo λ ; ii) Para alto λ , o modelo de vórtices apresenta instabilidade numérica. Por exemplo para $\lambda=8$, o modelo não fornece solução coerente. Os modelos com MTC e DMTC também apresentam dificuldades para altos valores de λ .

1.7.3 VDART e Problemas de Convergência

Nos estudos com o modelo VDART (2-D), realizados por Cardona [39], indica-se que apresenta problemas de convergência na modelagem de turbinas com solidez elevada. Instabilidades numéricas são detectadas para alto λ por Amos e Bragg [25], utilizando o modelo de Strickland [10].

Considera-se que o método converge, quando existe um valor assintótico do coeficiente de potência em diferentes voltas. Cardona [48], apresenta os seguintes comentários com relação ao problema de convergência: i) O procedimento converge tanto mais rápido quanto menor o valor de λ ; ii) O tempo de processamento impede um excessivo cálculo de número de voltas; iii) Para solidez definida como $\sigma = Nc/R$, (com N o número de pás, c corda do aerofólio e R raio da turbina) superior a 0.5, apresentam-se problemas de convergência para $\lambda > 3$, observando-se que o número de pás afeta ligeiramente λ , a partir do que se apresentam ditos problemas; iv) Para uma mesma solidez os problemas de convergência com λ baixos encontram-se com maior frequência para TEEV com três pás do que para duas pás. v) Para $\sigma < 0.3$ o procedimento converge na faixa normal de operação da turbina ($\lambda < 8$).

1.8 Considerações Gerais dos Modelos Revisados

Os modelos existentes encontram dificuldades em descrever as forças aerodinâmicas quando a turbina opera em regime de estol dinâmico. Além disto, se observa que nos modelos aerodinâmicos consagrados, os resultados, para uma adequada modelagem de tais forças, dependem da qualidade do modelo de estol dinâmico utilizado.

Capítulo 2

APLICAÇÃO DO MODELO DE VÓRTICES LIVRES

Capítulo 2

APLICAÇÃO DO MODELO DE VÓRTICES LIVRES

2.1 Fundamentos Teóricos

Utilizamos aqui a definição de fluido, como aquela substância que se deforma continuamente sob a aplicação de uma tensão de cisalhamento, por menor que esta seja. O escoamento ou movimentação dos fluidos é estudado através da teoria de campos físicos, tratando o mesmo como um meio contínuo, isto é, cada propriedade do fluido apresenta um valor definido em cada ponto do espaço. Uma função (vetorial ou escalar) constitui um campo quando a mesma é contínua e derivável, recebendo em cada ponto um valor único. Em dinâmica dos fluidos, a massa específica, pressão e velocidade são consideradas como funções contínuas.

A denominação de *campo de escoamento* refere-se a um conjunto de campos vetoriais e escalares das propriedades e forças que atuam num fluido em movimento, e sobre um determinado corpo, quando inserido nesse campo.

Em aerodinâmica subsônica [49] pode-se estudar as características de escoamento considerando um *fluido ideal*, definido como um fluido não viscoso, homogêneo e incompressível. Estas suposições são compatíveis com a realidade física na maior parte dos problemas.

A solução de tais problemas reduz-se basicamente à determinação do *campo vetorial de velocidades* e *campo escalar de pressão* (incógnitas) num determinado domínio com *condições de contorno* específicas. Isto é realizado por meio de duas leis básicas: A lei da conservação da massa e lei da conservação da quantidade de movimento. Esta última pode ser derivada da segunda lei de Newton, sendo conhecida como *Equação de Euler*.

Um tratamento equivalente pode ser feito utilizando a equação de transporte da vorticidade. As novas incógnitas são a *vorticidade* ω e o *vetor potencial* Ψ . Segundo as características do escoamento, rotacional ou irrotacional, o problema poderá reduzir-se a resolver, respectivamente, a *equação de Poisson* ou a *equação de Laplace*. Nos *métodos de vórtices*, o campo de velocidades é obtido resolvendo tais equações em termos da integração da *lei de Biot-Savart* ou *Função de Green*. Geralmente utiliza-se um tratamento *Lagrangeano* do sistema de referência, acompanhando no tempo a trajetória das partículas de fluido. Outras metodologias reduzem o tempo computacional, resolvendo as equações do campo de escoamento num referencial *Euleriano*, considerando uma malha de pontos fixos.

2.1.1 Escoamento Viscoso Rotacional

Num campo de escoamento a velocidade de um elemento de fluido que se move sob ação de uma força conservativa externa pode ser definida pela equação do transporte da vorticidade [49].

$$\frac{D\vec{\omega}}{Dt} = (\vec{\omega} \cdot \nabla) \vec{U} + \nu \nabla^2 \vec{\omega} \quad (2.1)$$

onde \vec{U} é o vetor velocidade, $\vec{\omega} = \nabla \times \vec{U}$ é a vorticidade e ν a viscosidade cinemática do fluido. O primeiro termo do lado direito da Eq.2.1 é o transporte da vorticidade, que representa a variação de um elemento de vorticidade devido ao campo de velocidades. O segundo termo representa a taxa de difusão da vorticidade pela ação da viscosidade. Tal equação é conhecida como *equação de transporte de Helmholtz*, podendo ser deduzida a partir da equação de Navier-Stokes (White [50].pag.96).

2.1.2 Escoamento Rotacional Não-Viscoso

Em estudos de aerodinâmica pode-se considerar que a vorticidade gerada na superfície do corpo é confinada a uma pequena região da camada limite e na esteira. Isto não implica, contudo, que a vorticidade seja zero fora desta região. Para um fluido incompressível e não-viscoso, o campo de escoamento rotacional pode ser dado pela equação da continuidade e equação do transporte da vorticidade:

$$\nabla \cdot \vec{U} = 0 \quad (2.2)$$

$$\frac{D\vec{\omega}}{Dt} = (\vec{\omega} \cdot \nabla) \vec{U} \quad (2.3)$$

A Eq. 2.3 é equivalente à equação de Euler. A anulação do divergente da velocidade ($\nabla \cdot \vec{U} = 0$) caracteriza um campo solenoidal. Nestas condições de escoamento, o campo de velocidade é satisfeito por um vetor potencial, Ψ , de velocidades na forma:

$$\vec{U} = \nabla \times \vec{\Psi} \quad (2.4)$$

o qual pode ser determinado pela solução da equação de Poissão:

$$\nabla^2 \vec{\Psi} = -\vec{\omega} \quad (2.5)$$

2.1.3 Escoamento Irrotacional

Em alguns tipos de escoamento em que se considera a vorticidade confinada na camada limite e na esteira, pode ocorrer que na região exterior a este confinamento a vorticidade seja nula. Em tal caso o escoamento nesta região é irrotacional ($\omega=0$). Demonstra-se (ver [51], pag.139) que se $\nabla \times \vec{U}=0$, então o campo de velocidades pode ser satisfeito por um potencial escalar ϕ de velocidades na forma:

$$\vec{U} = -\nabla \phi \quad (2.6)$$

Para fluido incompressível, mostra-se, com ajuda da equação da continuidade, que o potencial de velocidades deverá satisfazer a equação de Laplace:

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (2.7)$$

tal tipo de escoamento é conhecido como campo harmônico [51] já que satisfaz as condições do campo solenoidal ($\nabla \cdot \vec{U}=0$) e as condições do escoamento potencial ($\nabla \times \vec{U}=0$).

2.1.3.1 Equação de Bernoulli

Num sistema de coordenadas fixo em relação ao fluido, a determinação do campo de pressão, P , para escoamento não-estacionário, é dada pela equação de Bernoulli, que pode ser deduzida a partir da Eq. de Euler (ver [52] pag.126), fazendo simplificações como escoamento incompressível e irrotacional num campo de força conservativa externa ($F=\nabla\Omega$):

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2}(\nabla \phi)^2 - \Omega + \frac{P}{\rho} = f(t) \quad (2.8)$$

Para uma altura z acima do nível de referência: $\Omega=gz$ onde g é a aceleração da gravidade. $f(t)$ é uma função arbitrária do tempo.

2.1.4 Condições de Contorno

No escoamento potencial não-estacionário, as condições de contorno que devem ser especificadas para um aerofólio são: i) *Condição no infinito*: considera-se que a perturbação no escoamento pelo aerofólio desaparece nas regiões afastadas; ii) *Condição de não penetração*: na superfície sólida do aerofólio não podem existir velocidades perpendiculares ao mesmo; iii) *Condição na esteira*: tratada como uma superfície de descontinuidade, não devendo existir velocidades perpendiculares à mesma, assegurando inexistência de saltos de pressão, já que não suporta forças [52]; iv) *Condição de Kutta*: o escoamento suave na borda de fuga, com velocidades finitas, assegura a unicidade da solução.

2.2. Relação Vorticidade-Circulação

2.2.1 Circulação

Quando a vorticidade é concentrada numa lâmina ou numa linha sem espessura, a intensidade desta pode ser dada em termos da circulação. Para uma curva fechada, C , onde $d\vec{l}$ é um comprimento infinitesimal da curva C , a circulação é definida [53] como:

$$\Gamma = \oint_C \vec{U} d\vec{l} \quad (2.9)$$

2.2.2 Teorema de Stokes

Teorema matemático válido para qualquer vetor ou função escalar. Especificamente tratando-se do vetor velocidade, relaciona-se a circulação e vorticidade num campo de escoamento. O teorema expressa (ver [53] pag.49) que a circulação em qualquer curva fechada é igual à integral da componente normal da vorticidade sobre uma superfície que encerra tal curva:

$$\Gamma = \oint_C \vec{U} d\vec{l} = \iint_S \nabla \times \vec{U} d\vec{A} = \iint_S \vec{\omega} d\vec{A} \quad (2.10)$$

onde S é superfície que tem como fronteira a curva C , e dA é um elemento de área da superfície. O teorema considera uma distribuição uniforme de fluido na superfície. A inclusão de um aerofólio dentro do circuito que encerra a superfície tem tratamento diferente.

2.2.3 Teorema de Kelvin

Para um fluido viscoso numa curva fechada, a variação da circulação depende da viscosidade cinemática e da variação da vorticidade ao longo de um circuito da curva [51], sendo dado por:

$$\frac{D\Gamma}{Dt} = -\nu \int \nabla \times \vec{\omega} d\vec{l} \quad (2.11)$$

para um fluido não-viscoso (compressível ou incompressível) a Eq.2.11 se reduz ao teorema de Kelvin [53]:

$$\frac{D\Gamma}{Dt} = 0 \quad (2.12)$$

Tal teorema estabelece que num escoamento não-viscoso com campo de forças conservativas (irrotacional), a circulação em torno de qualquer curva fechada movendo-se com o fluido permanece sempre constante.

Os teoremas de Kelvin e de Stokes consideram que não existem superfícies de descontinuidade. A inclusão de uma superfície sólida como um aerofólio no interior do circuito requer um tratamento em que a circulação Γ seja atribuída previamente. Diferentemente do teorema de Stokes, o teorema de Kelvin é deduzido para características específicas de escoamento: campo de forças conservativas e fluido não-viscoso.

2.3. Vorticidade em Campos de Escoamentos

2.3.1 Campo de Velocidades Induzidas

O campo de escoamento que coexiste com uma dada distribuição de vorticidade e desaparece com ela, é denominado *campo de velocidades induzidas* [53]. A existência de tais velocidades (U_i) requer a existência de um campo rotacional proveniente de uma distribuição de vorticidade na forma:

$$\vec{\omega} = \nabla \times \vec{U}_i \quad (2.13)$$

Considerando um escoamento irrotacional com velocidade de corrente livre, U_∞ , e a existência de uma distribuição de vorticidade fornecendo um campo de velocidades induzidas, se tem:

$$\vec{\omega} = \nabla \times (\vec{U}_\infty + \vec{U}_i) = \nabla \times \vec{U}_i \quad (2.14)$$

desta forma o escoamento pode ser analisado como composto de um campo irrotacional e um campo rotacional. A velocidade em qualquer ponto do escoamento deverá considerar as componentes de ambos os campos.

2.3.2 Lei de Biot-Savart

Denomina-se *linha de vórtice* a uma linha cuja tangente em cada ponto tem a direção do vetor vorticidade. Esta linha caracteriza a trajetória do campo de vórtices. Se através de cada ponto de uma curva fechada desenharmos uma linha de vórtice que passa através do ponto, tais linhas formam um *tubo de vórtices* do qual a curva constitui uma seção transversal. O *filamento de vórtices* é um tubo de vórtice de dimensões infinitesimais.

Na teoria de vórtices, o filamento de vórtices, e portanto o tubo de vórtices, possui características específicas, determinadas pelo teorema de Helmholtz [52]: i) a intensidade da vorticidade é constante; ii) é formado pelas mesmas partículas de fluido; iii) o filamento não pode desaparecer no fluido. Deverá terminar nas fronteiras ou formar um anel.

As velocidades induzidas num ponto do campo de escoamento por um único filamento de vórtices pode ser obtida a partir da lei de Biot-savart [51,52,53]. Para um ponto “p” (Fig.2.1) no campo do escoamento, um filamento de vórtices de forma arbitrária, com intensidade Γ e comprimento l , induz uma velocidade dada por:

$$\mathbf{v} = \frac{\Gamma}{4\pi h} \int \frac{\vec{r} \times d\vec{l}}{r^3} \quad (2.15)$$

onde \vec{r} é o vetor posição de pontos no filamento de vórtices em relação ao ponto “p”, com magnitude r . Um filamento formado por uma linha reta de comprimento finito e intensidade constante Γ , induz uma velocidade normal no ponto “p” dada por [51]:

$$v = \frac{\Gamma}{4\pi h} (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2) \quad (2.16)$$

onde α_1 e α_2 são os ângulos formados entre as linhas que unem os extremos do filamento de vórtices ao ponto P. Para um filamento de vórtices representado por uma linha reta de comprimento infinito ($\alpha_1 = \alpha_2 = 0$), a velocidade induzida é dada por:

$$v = \frac{\Gamma}{4\pi h} \quad (2.17)$$

As singularidades quando r tende a zero (Eq. 2.15) são removidas, considerando um vórtice com núcleo viscoso.

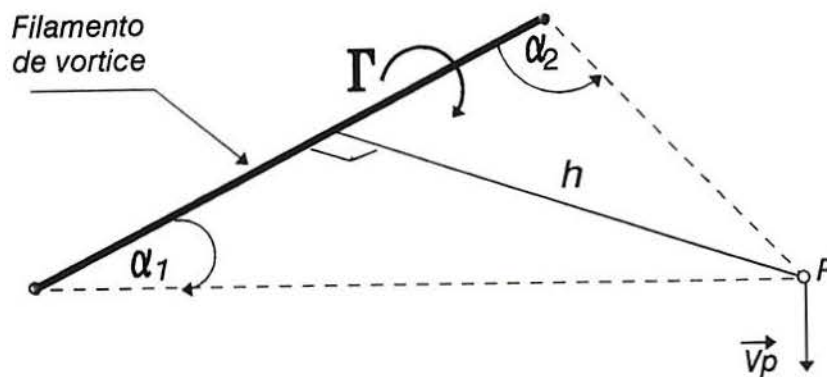


Figura: 2.1 Velocidade induzida por um filamento de vórtices

2.3.3 Núcleo do Vórtice

Num fluido viscoso, a presença de um vórtice de intensidade constante Γ_0 , origina velocidades de diferente natureza. Pela ação da viscosidade na região próxima do centro (núcleo), a velocidade tem um comportamento rotacional. O fluido tende a girar como uma massa sólida com velocidade angular Ω , constante, e cada partícula do fluido tem uma velocidade que aumenta com o afastamento do centro ($u=\Omega r$). Na região mais afastada do centro do vórtice, o fluido tende a comportar-se como fluido irrotacional, e a velocidade diminui inversamente proporcional ao raio ($u=k/r$). Aplicando o teorema de Stokes numa região circunferencial de raio r , que limita as regiões rotacional e irrotacional, se obtém (ver [51] pag. 391) o perfil da velocidade induzida, tendo uma representação exponencial em função do tempo e da viscosidade cinemática do fluido:

$$u = \frac{\Gamma_0}{2\pi r} \left(1 - e^{\frac{-r^2}{4\nu t}} \right) \quad (2.18)$$

Define-se σ , como o *raio limite* (núcleo) da região rotacional e irrotacional do fluido. Fora do núcleo do vórtice ($r > \sigma$) o termo exponencial tende a zero, sendo o movimento irrotacional:

$$u = \frac{\Gamma_0}{2\pi r} \quad (2.19)$$

Nas proximidades do núcleo do vórtice ($r < \sigma$) o movimento é rotacional, tendendo o fluido a girar como uma massa sólida com velocidade angular:

$$u = \frac{\Gamma_0}{8\pi\nu t} r \quad (2.20)$$

A igualdade das velocidades anteriores na fronteira do núcleo do vórtice ($r=\sigma$) permite avaliar o raio do núcleo:

$$\sigma = 2(\nu t)^{1/2} \quad (2.21)$$

Portanto, num fluido viscoso o núcleo do vórtice aumenta no tempo, diferentemente de um fluido não-viscoso, em que se considera o vórtice com centro em $r=0$.

2.4. Escoamento Potencial em Aerofólios

2.4.1 Características da Esteira

Num aerofólio em escoamento potencial origina-se uma *superfície de descontinuidade* sem espessura na proximidade do contorno superior e inferior [49]. Tal superfície representa fisicamente a fronteira das duas camadas de fluidos que abandonam a região da borda de ataque com velocidades diferentes. No caso de escoamento viscoso, o fenômeno é representado por uma camada de vórtices confinados numa superfície de espessura finita dando origem a esteira (Fig.2.2). A equivalência conceitual entre ambas superfícies demonstra-se (ver [52] pag.218), pelo fato de que a vorticidade gerada na camada viscosa é independente da espessura e portanto similar à gerada na superfície de descontinuidade do fluido não-viscoso.

Nas soluções de escoamento potencial, a vorticidade da esteira pode ser representada por singularidades, como por exemplo uma sequência de linhas de vórtices que se movem com a velocidade local e onde a circulação deve ser conservada. O campo de escoamento é considerado sempre como irrotacional, exceto na linha de vórtices que representa de maneira singular a esteira.

2.4.2 Origem da Sustentação

O mecanismo de início da sustentação num aerofólio é de natureza transiente, podendo ser explicado em função da circulação em torno do aerofólio e da vorticidade na borda de fuga [52]. Considera-se que é induzida pelo surgimento de um vórtice no bordo de fuga. O vórtice aumenta em intensidade até equilibrar as velocidades no bordo de fuga provenientes das superfícies superior e inferior. A partir desse instante, abandona a borda de fuga, sendo arrastado pela corrente local e dissipando-se progressivamente por efeito da viscosidade na esteira. Neste instante, o escoamento estabelece suas condições de regime permanente, no qual a circulação em torno do aerofólio é constante e igual e oposto ao vórtice gerado (ver Fig.2.3).

Cada modificação na velocidade de corrente livre ou no ângulo de ataque representará necessariamente o surgimento de um novo vórtice, alterando a magnitude da circulação em torno do aerofólio. Tal vórtice será novamente arrastado pela corrente local dissipando-se na esteira.

2.4.3 Condição de Kutta

A *condição de Kutta* [49,51,53], é a condição necessária para assegurar num escoamento potencial a solução única da intensidade da circulação e do campo de escoamento correspondente ao fenômeno de sustentação. Nela se impõe que a intensidade da circulação do aerofólio seja tal que o ponto de estagnação é arrastado para a borda de fuga. Nessa região a união das camadas de fluidos superior e inferior o escoamento é suave e com velocidades finitas. O escoamento representa-se a partir do bordo de fuga (Fig.2.2) como uma esteira de vórtices sem espessura.

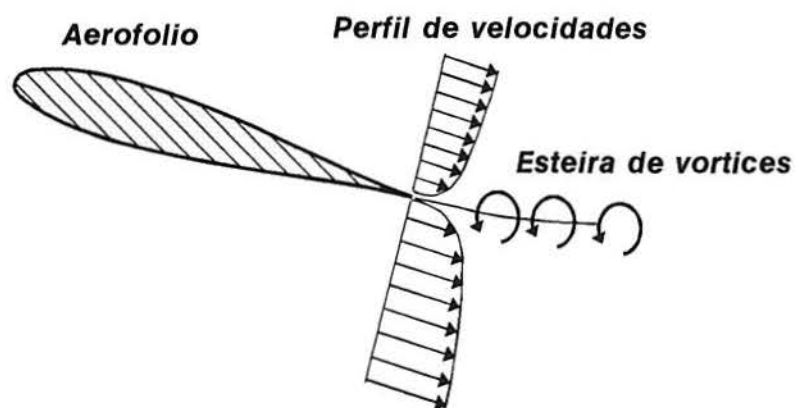


Figura 2.2 Vorticidade emitida num aerofólio.

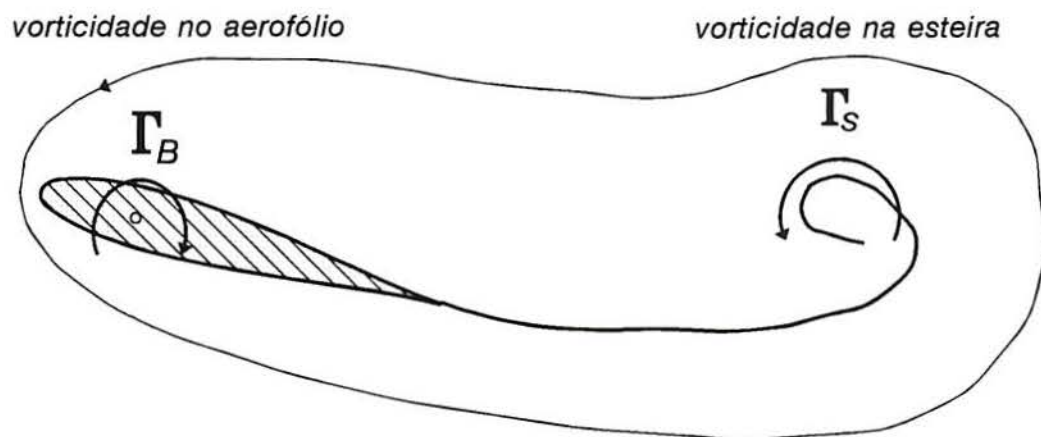


Figura 2.3 Equilíbrio da vorticidade num aerofólio.

2.4.4 Teorema de Kutta-Joukowski

O teorema de Kutta-Joukowski [51,52,53] para a circulação, estabelece que se existe uma circulação de magnitude Γ_B em torno de um aerofólio imerso num escoamento que se move com velocidade relativa W , então existirá uma sustentação (por unidade de envergadura) cuja magnitude é dada por:

$$L = \rho W \Gamma_B \quad (2.22)$$

onde ρ é a massa específica do fluido. Tal teorema é a condição adicional necessária para assegurar uma solução única da intensidade da circulação e do campo de velocidades. Nestas condições, o escoamento representa-se a partir da borda de fuga como uma esteira de vórtices sem espessura. Da análise adimensional [49] a sustentação também pode ser dada como:

$$L = \frac{1}{2} \rho c W^2 C_L \quad (2.23)$$

2.4.5 Representação da Sustentação

Na teoria potencial [54], a circulação do aerofólio pode ser representada por uma distribuição de vórtices discretos ao longo da linha de camber do aerofólio. A circulação total no aerofólio é dada por:

$$\Gamma_B = \int_0^c \gamma(x) dx \quad (2.24)$$

onde $\gamma(x)$ é a distribuição superficial da vorticidade ou circulação por unidade de comprimento ao longo da corda.

2.4.6 Variação da Circulação num Aerofólio

Quando ocorrem mudanças temporais do ângulo de ataque e ou da velocidade de corrente livre (escoamento não-estacionário), modifica-se a circulação no aerofólio. Pelo teorema de Kelvin, a circulação total numa curva fechada envolvendo o aerofólio e sua esteira deve permanecer constante, e portanto, qualquer mudança na circulação do aerofólio deve ser compensada pela variação da vorticidade da esteira, Γ_s , com apropriada direção e sentido (Fig.2.3), desta forma:

$$\Gamma_c = \Gamma_B + \Gamma_s \quad (2.25)$$

2.5 Modelo de Vórtices Livres

No modelo, o aerofólio é substituído por um vórtice de contorno. As velocidades induzidas pelos filamentos de vórtices do campo de escoamento são obtidas utilizando a lei de Biot-Savart. Estas velocidades são necessárias para determinação da velocidade local e ângulo de ataque do aerofólio. Pelo conceito de sustentação e com auxílio da lei de Kutta-Joukowski, é obtida uma relação para a intensidade do vórtice de contorno, e pelo teorema de vorticidade de Helmholtz é determinada a intensidade dos vórtices emitidos na borda de fuga na movimentação do aerofólio. No modelo original [10] as forças aerodinâmicas são obtidas em função do ângulo de ataque e das características de sustentação e arrasto do aerofólio, obtidas por dados tabulados de condições estáticas para um número de Reynolds específico.

2.5.1 Características do Escoamento

No modelo, considera-se um fluido incompressível, não-viscoso, não-estacionário, com escoamento bidimensional e irrotacional. A vorticidade é concentrada numa fina camada próxima do aerofólio e na esteira de vórtices.

Considerando-se o plano x - y (Fig.2.4) como o plano equatorial de uma TEEV de pás retas e seção constante, a qual gira com velocidade angular constante, Ω , submersa num escoamento com velocidade U_∞ .

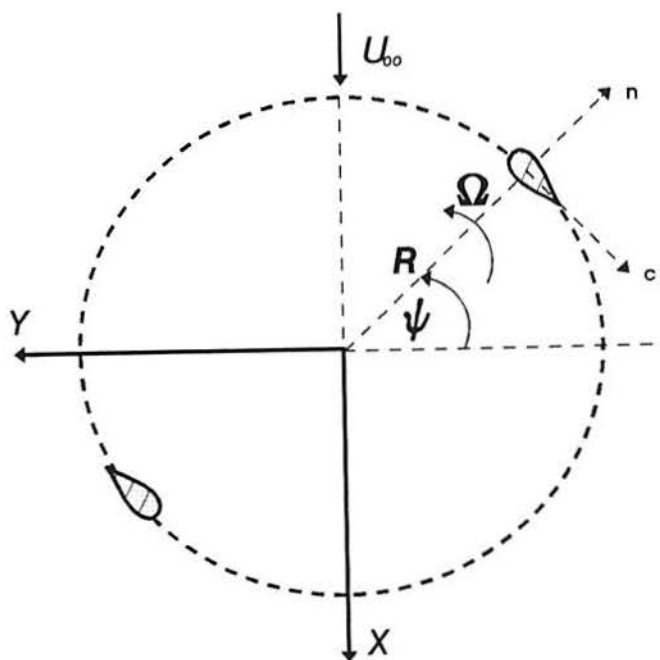


Figura 2.4 Geometria do rotor

2.5.2 Velocidade Relativa

O vetor posição da seção aerodinâmica (aerofólio) de uma pá é dado por:

$$\vec{r} = \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} i \\ j \\ k \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -R \sin \psi \\ -R \cos \psi \\ 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} i \\ j \\ k \end{Bmatrix} \quad (2.26)$$

onde i, j, k são os vetores unitários do sistema de coordenadas (x, y, z) com origem no centro da circunferência traçada pela trajetória do aerofólio. R é o raio da turbina e $\psi = \Omega R$ é o ângulo azimutal no plano equatorial. A movimentação da pá produz a formação de uma esteira, a qual gera velocidades induzidas, modificando a velocidade relativa. No escoamento bidimensional, u_p e w_p representam, respectivamente, as velocidades induzidas nas direções x e y . A velocidade relativa do aerofólio no percurso cíclico rotacional é dada pelas contribuições da velocidade de corrente livre, da velocidade tangencial ΩR , e das velocidades induzidas:

$$\vec{W} = \begin{Bmatrix} U_\infty \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \Omega x \\ \Omega y \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} u_p \\ w_p \\ 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} i \\ j \\ k \end{Bmatrix} \quad (2.27)$$

No sistema de coordenadas (c, n) , fixo no aerofólio com centro em $1/4$ da corda, os componentes da velocidade relativa são dados por:

$$\begin{Bmatrix} W_c \\ W_n \end{Bmatrix} = \vec{W} \begin{Bmatrix} \vec{c} \\ \vec{n} \end{Bmatrix} \quad (2.28)$$

onde c e n são, respectivamente, os vetores unitários tangencial e normal à corda do aerofólio, definidos por:

$$\begin{Bmatrix} \vec{c} \\ \vec{n} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi \\ -\sin \psi & -\cos \psi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} i \\ j \end{Bmatrix} \quad (2.29)$$

2.5.3 Determinação do Ângulo de Ataque

O ângulo de ataque, conforme a Fig. 2.5, é dado pela relação:

$$\tan \alpha = \frac{-W_n}{W_c} \quad (2.30a)$$

substituindo as expressões dos componentes da velocidade relativa se obtém:

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{(U_\infty + u_p) \sin \psi + w_p \cos \psi}{(U_\infty + w_p) \cos \psi + \Omega R - w_p \sin \psi} \right) \quad (2.30b)$$

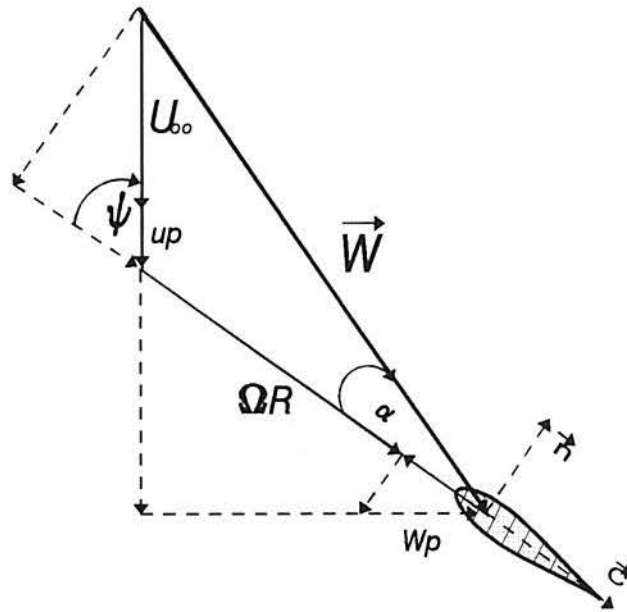


Figura 2.5 Componentes da velocidade relativa no aerofólio

2.5.4 Velocidades Induzidas

Os componentes da velocidade de perturbação (u_p, w_p) no elemento de pá, num dado instante, são determinados pelo somatório de todas as velocidades induzidas (u, w) no ponto, originadas pelos “ n ” vórtices existentes no campo de escoamento:

$$\begin{aligned} u_p &= \sum_{i=1}^n u_i \\ w_p &= \sum_{i=1}^n w_i \end{aligned} \tag{2.31}$$

As velocidades induzidas (u, w) , num ponto $P(x, y)$ (aerofólio) por um vórtice localizado no ponto $P_o(x_o, y_o)$ (esteira) são determinadas de acordo com a lei de Biot-Savart em função de Γ , que representa intensidade da vorticidade:

$$\begin{aligned} u &= \frac{\Gamma(y - y_o)}{2\pi r^2} \\ w &= \frac{\Gamma(x - x_o)}{2\pi r^2} \end{aligned} \tag{2.32}$$

$$r^2 = (x - x_o)^2 + (y - y_o)^2$$

No modelo, os vórtices são formados livremente no tempo, podendo ocorrer que o ponto onde deve ser avaliada a velocidade induzida fique muito próxima do centro de um vórtice. Tal fator provocaria que o vetor r fosse muito pequeno e a aplicação direta da lei de Biot-Savart forneceria velocidades induzidas irrealmente altas. Para remover a singularidade quando $r \rightarrow 0$, é utilizado o conceito de núcleo de vórtice para fluido viscoso, [51], de tal forma que a velocidade induzida próxima do núcleo ($r < \sigma$) é avaliada pela expressão:

$$u = \left(\frac{\Gamma r}{2\pi \sigma^2} \right) \tag{2.33}$$

onde $\sigma = \max(r, \sigma)$. No fluido viscoso o núcleo do vórtice aumenta no tempo na forma $\sigma = (4\nu t)^{1/2}$, sendo ν a viscosidade cinemática do fluido ou pode-se também adotar uma viscosidade artificial [33]. Na emissão de vórtices num aerofólio, t representa o tempo da trajetória do vórtice emitido. Adota-se aqui um tratamento simplificado (ver ref.[55]), no qual considera-se o núcleo constante: $\sigma = 0.05R$, onde R é o raio da turbina.

2.5.5 Vorticidade no Escoamento

A dificuldade remanescente é a determinação dos vórtices de contorno e vórtices emitidos. Nos modelos de vórtices [30] a intensidade do vórtice fixo no aerofólio é dada por uma distribuição de vórtices discretos fixos na curva de camber do aerofólio. Strickland et al. [10] representa tal linha somente por um único vórtice de contorno, Γ_B , posicionado em $1/4$ da corda. Isto representa adequadamente o campo de escoamento para distâncias maiores que um comprimento de corda. Uma representação do sistema pode ser apreciada na Fig.2.6. Mostra-se também os vórtices emitidos que se desprendem do aerofólio e são arrastados pela corrente. Em cada mudança de posição da pá deve satisfazer-se o teorema de Kelvin-Helmoltz pelo qual um vórtice é gerado e emitido com intensidade igual à mudança da intensidade do vórtice de contorno.

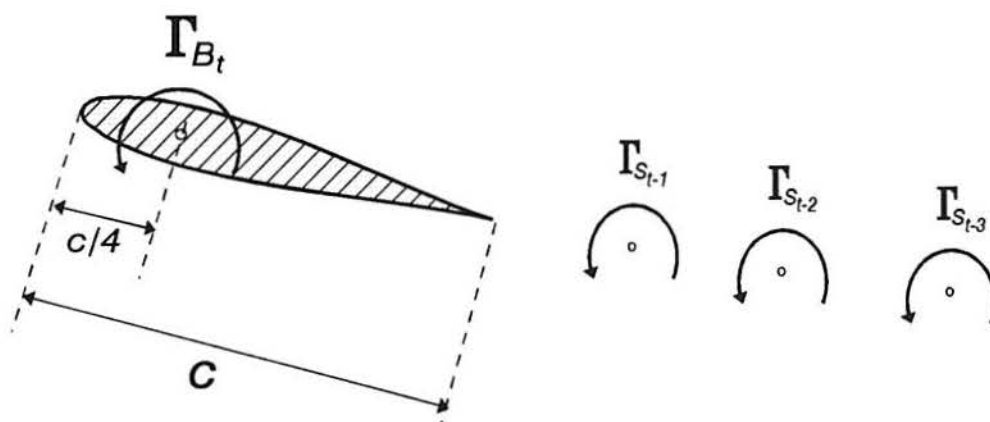


Figura 2.6 Configuração dos vórtices no modelo

A intensidade do vórtice de contorno (Γ_B) é obtida relacionando as expressões de sustentação dada pela lei de Kutta-Joukowski (Eq.2.22) e pela definição de sustentação do aerofólio (Eq.2.23), obtendo-se a expressão:

$$\Gamma_B = \frac{1}{2} C_L c W \quad (2.34)$$

Os vórtices emitidos, Γ_S , são então determinados para cada incremento de tempo na forma:

$$\Gamma_{S_{t-1}} = \Gamma_{B_t} - \Gamma_{B_{t-1}} \quad (2.35)$$

2.5.6 Trajetória dos Vórtices Emitidos

Em cada intervalo de tempo, os vórtices emitidos são arrastados pela corrente local. A trajetória de cada um deles deve ser conhecida no tempo (Fig.2.7), uma vez que as velocidades induzidas são avaliadas a partir dos mesmos. No primeiro intervalo de tempo, a trajetória do vórtice é avaliada por:

$$\Delta r(x, y, t) = \Delta x i + \Delta y j$$

$$\Delta x = (u_p + U_\infty) \Delta t \quad (2.36)$$

$$\Delta y = w_p \Delta t$$

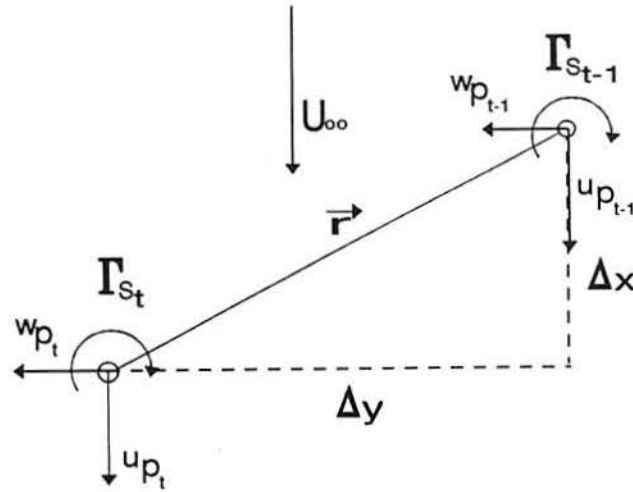


Figura 2.7 Trajetória dos vórtices emitidos

Nos seguintes incrementos de tempo, a trajetória dos vórtices é avaliada pela formulação explícita:

$$\begin{aligned}\Delta x &= \left(\frac{3}{2} u_{p_t} - \frac{1}{2} u_{p_{t-1}} + U_{\infty} \right) \Delta t \\ \Delta y &= \left(\frac{3}{2} w_{p_t} - \frac{1}{2} w_{p_{t-1}} \right) \Delta t\end{aligned}\tag{2.37}$$

2.5.7 Geração de Malha no Domínio

O tempo computacional gasto no modelo é oneroso, já que para cada intervalo de tempo Δt , devem ser calculadas as velocidades induzidas nas pás devido a cada vórtice emitido. O modelo também requer considerável espaço de memória computacional, já que cada vórtice avança sobre a influência de todos os outros no campo de escoamento e portanto todos devem ser armazenados. Para redução deste tempo e espaço de memória adota-se uma malha (Fig.2.8) que envolve o rotor e se estende a jusante, tal como sugerido por Nguyen [31].

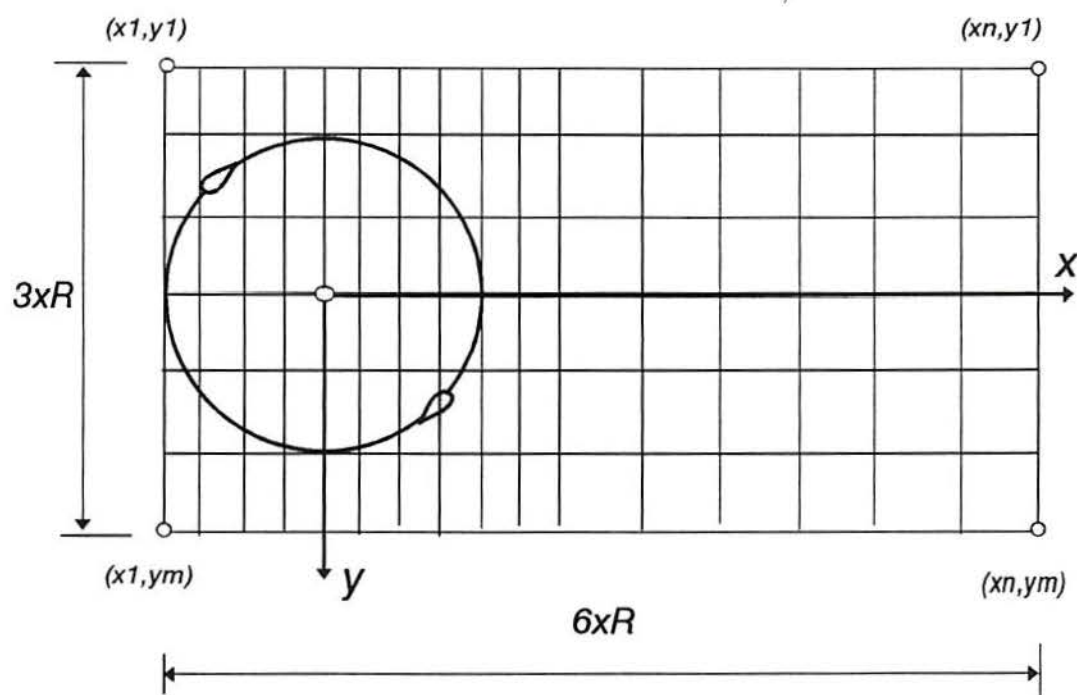


Figura 2.8 Esquema da malha utilizada

No procedimento computacional, com a Eq.2.32 são determinadas as velocidades induzidas nos pontos da malha. Velocidades em qualquer ponto dentro do domínio são então calculadas por interpolação linear de tais velocidades.

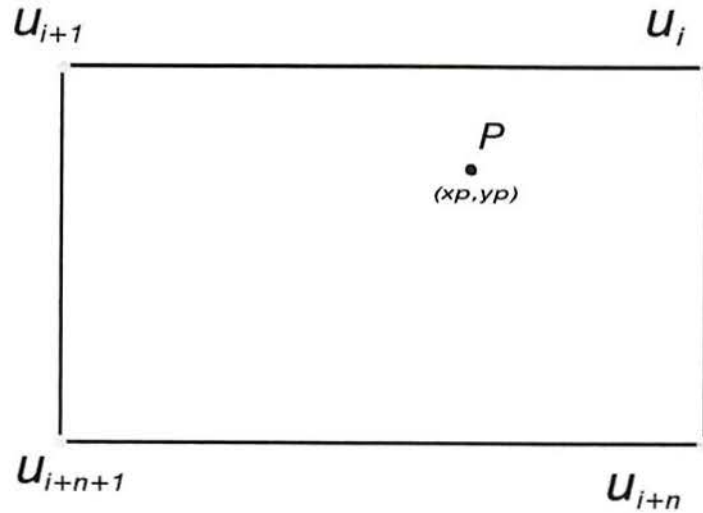


Figura 2.9 Molécula da malha

Para um ponto “P” dentro do domínio (Fig.2.9), a velocidade de perturbação na direção x é dada por:

$$u_p = (\Delta y - \Delta y \Delta x) u_{i+1} + (1 - \Delta y - \Delta x + \Delta y \Delta x) u_i + (\Delta x - \Delta y \Delta x) u_{i+n+1} + (\Delta x - \Delta y \Delta x) u_{i+n} \quad (2.38)$$

com:

$$\Delta x = \frac{x_p - x_i}{x_{i+n} + x_i} \quad (2.39)$$

$$\Delta y = \frac{y_p - y_i}{y_{i+n} + y_i}$$

onde n é o número máximo de pontos na direção x . Por um procedimento similar é avaliada a componente da velocidade induzida na direção y . Velocidades fora do domínio também são determinadas pela lei de Biot-Savart.

2.5.8 Forças Aerodinâmicas

Na análise são consideradas basicamente duas forças: i) uma força tangencial por unidade de envergadura, F_T , atuando ao longo da linha da corda do aerofólio na direção do movimento; ii) outra força normal por unidade de envergadura F_N , atuando na direção do vetor normal unitário. As forças podem ser expressas em função dos coeficientes aerodinâmicos C_N e C_T :

$$\begin{Bmatrix} F_N \\ F_T \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \rho c W^2 \begin{Bmatrix} C_N \\ C_T \end{Bmatrix} \quad (2.40)$$

onde C_N e C_T (Fig. 2.10a) dependem dos coeficientes aerodinâmicos de sustentação, C_L , e arrasto, C_D , (Fig. 2.10b) e do ângulo de ataque:

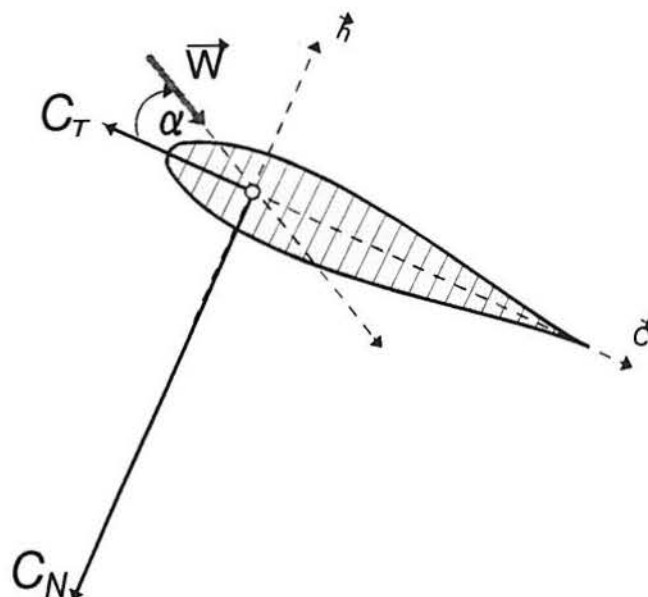
$$\begin{Bmatrix} C_N \\ -C_T \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \alpha & -\cos \alpha \\ \cos \alpha & \sin \alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C_L \\ C_D \end{Bmatrix} \quad (2.41)$$

Na análise adimensional as forças são definidas como:

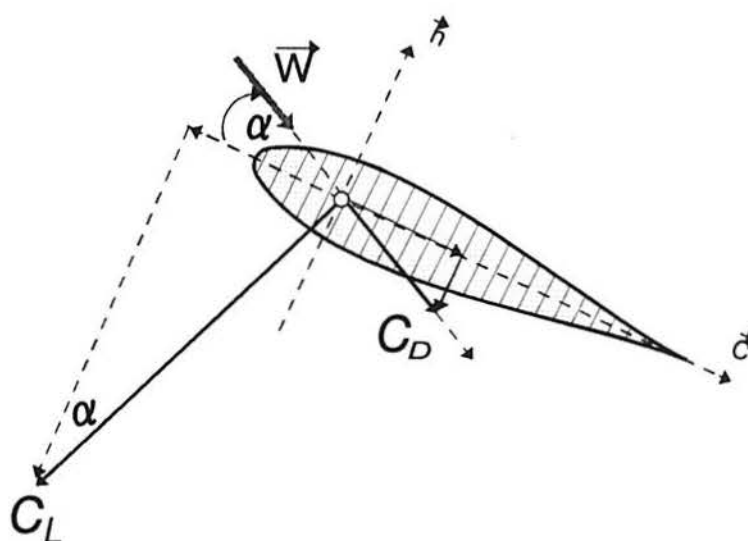
$$\begin{Bmatrix} F_N^* \\ F_T^* \end{Bmatrix} = \frac{1}{\frac{1}{2} \rho c U_\infty^2} \begin{Bmatrix} F_N \\ F_T \end{Bmatrix} = \left(\frac{W}{U_\infty} \right)^2 \begin{Bmatrix} C_N \\ C_T \end{Bmatrix} \quad (2.42)$$

Os resultados das forças aerodinâmicas apresentados neste trabalho correspondem à *formulação adimensional* dada pela Eq. 2.42. Contudo, para simplificar a nomenclatura são definidas nos gráficos como F_N e F_T (*sem acento*)

O coeficiente de momento em torno do eixo de giro C_M não é analisado no presente trabalho, sendo importante em outras áreas como na análise estrutural e no estudo da aerelasticidade das pás.



a) Coeficientes normal e tangencial



b) Coeficientes de sustentação e arrasto

Figura 2.10 Coeficientes aerodinâmicos no aerofólio

2.5.9 Coeficientes Aerodinâmicos Estáticos

Conforme observado na Eq. 2.41, as forças aerodinâmicas são obtidas no modelo em função dos coeficientes aerodinâmicos de sustentação e arrasto. Originalmente, estes são obtidos a partir de testes em túnel aerodinâmico em condições estáticas. Para a faixa de Reynolds do trabalho apresentado, encontramos na literatura dados experimentais para aerofólio NACA 0012 com $Re=7.6 \times 10^5$ obtidos por Michos et al. [56] e para aerofólio NACA 0015 e $Re=6.55 \times 10^5$ obtidos por Jacobs e Sherman [57] e corrigidos por Madsen [26] para efeitos tridimensionais. Na Fig.2.11 mostra-se estes coeficientes em função do ângulo de ataque. Observa-se especialmente no coeficiente de sustentação que, apesar de se ter a mesma ordem de grandeza do número de Reynolds, os resultados na região pós-estol são bastante diferentes em ambos aerofólios.

2.5.10 Torque e Potência do Rotor

O torque produzido por um único elemento de pá pode ser escrito na forma adimensional como:

$$T^* = \frac{F_r}{RU_\infty^2} = \frac{1}{2} \frac{c}{R} F_r^* \quad (2.43)$$

A contribuição de um único elemento de pá na potência instantânea é dada por:

$$C_p = T \frac{\Omega R}{U_\infty} \quad (2.44)$$

O coeficiente médio da potência para um rotor girando numa única rotação é dado por:

$$C_p = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n_t} \sum_{j=1}^{n_b} C_{p_{ij}} \quad (2.45)$$

onde n_t representa o número de incrementos de tempo por volta e n_b o número de pás.

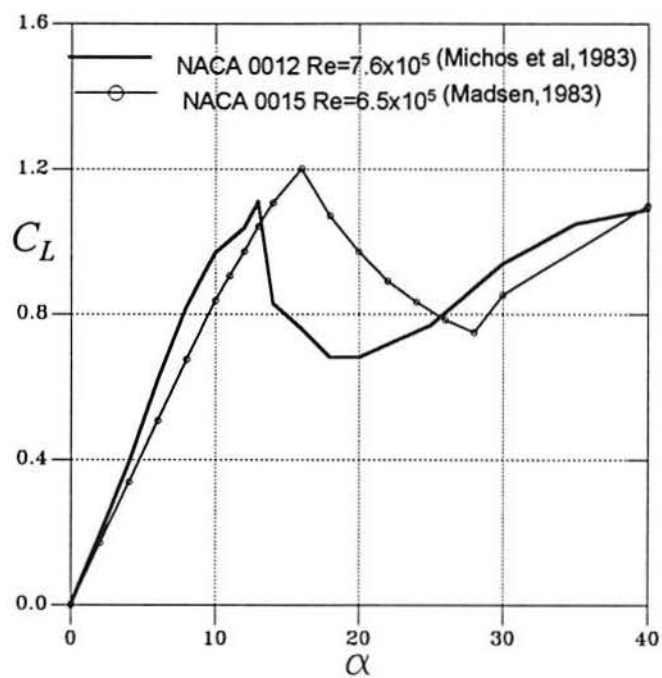


Figura 2.11 Coeficiente sustentação

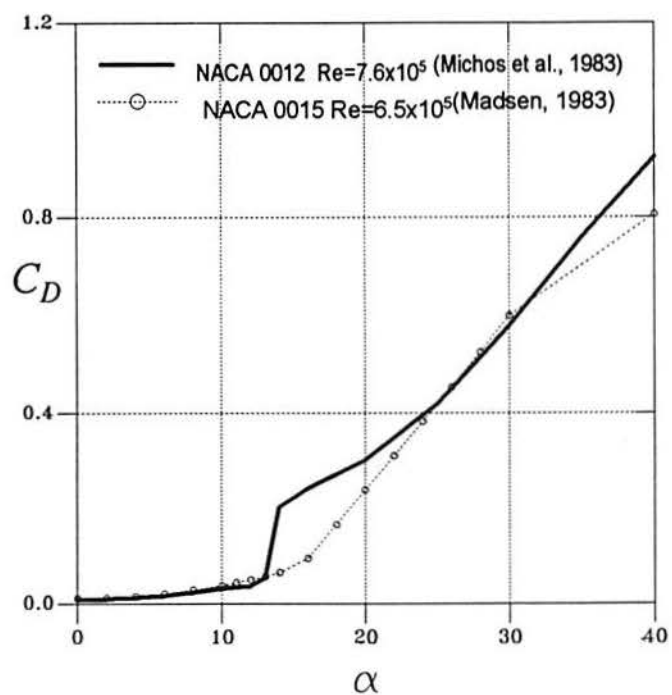


Figura 2.12 Coeficiente de arrasto

2.6 Condições dos Testes

Os dados experimentais utilizados para estudar o problema, correspondem aos resultados de Harris [58]^(*) obtidos com protótipo de TEEV de pás retas com: Diâmetro, $D=25$, Corda, $c=1.25m$, Aerofólio, NACA 0015. Número de pás $N=02$, altura das pás, $H=18m$. A *solidez* da turbina σ , é definida como a razão entre a área total das pás e a área barrida pela turbina dada como $\sigma=NHc/2RH$, equivalente neste caso à relação, $c/R=0.1$. Nas TEEV o parâmetro característico da amplitude de oscilação do ângulo de ataque é dado pela *relação de velocidades* $\lambda=\Omega R/U_\infty$. A tabela 2.1 resume a principal informação dos testes experimentais em função de tal parâmetro. Nas tabelas 2.2 e 2.3 se encontram outras informações das condições que se utilizou o modelo.

Tabela 2.1 Dados experimentais de Harris [58]

Teste	λ	U_∞ (m/s)	Ω (rad/s)	n (rpm)	$\Omega c/2U_\infty$
Nº 1	1.6	9.69	1.24	11.84	0.08
Nº 2	2.04	9.34	1.52	14.54	0.10
Nº 3	2.64	10.64	2.24	21.42	0.13
Nº 4	3.86	9.2	2.84	27.14	0.19
Nº 5	4.10	6.79	2.23	21.28	0.20

Tabela 2.2 Condições dos testes no modelo de vórtices

Número de pás	n=2
Relação corda raio	$c/R=0.1$
Relação de velocidades	λ variável segundo Tab.2.1
Incrementos de tempo por rotação	NTI=36
Número de voltas do rotor	NR=3
Largura x Comprimento (da malha)	3R x 6R
Número de pontos (da malha)	9x16=144 pontos

Tababela 2.3 Coeficientes Aerodinâmicos Estáticos

	Michos et al. [56]	Madsen [26]
Tipo de aerofólio	NACA 0012	NACA 0015
Número de Reynolds	$Re=7.6 \times 10^5$	$Re=6.5 \times 10^5$
Número de dados em tabela	42	24
Estol estático	$C_{Lest}=1.1$ para $\alpha_{ee}=13^\circ$	$C_{Lest}=1.2$ para $\alpha_{ee}=16^\circ$
Correção para H/c	sem correção	11.8

(*) Obs: Harris[58] obtêm os coeficientes aerodinâmicos C_N e C_T por integração da distribuição de pressão no aerofólio da pá. Utiliza 17 transdutores de pressão. Um modelo de tubos de corrente é empregado para determinar as velocidades induzidas no aerofólio obtendo-se a velocidade relativa. Com as componentes da velocidade se obtém o ângulo de ataque. Para cada λ existem 256 pontos com: $\alpha \psi W C_N C_T$ numa rotação da pá. Para efeitos comparativos no presente trabalho denominamos *resultados experimentais* a todos os fornecidos por este autor, incluindo α e W .

2.7 Procedimento Numérico

O programa requer a definição do número de pás, relação de velocidades e solidez da turbina. São dadas as dimensões da malha e número de pontos da mesma. Especifica-se o número de voltas do rotor e número de segmentos angulares em que se divide o círculo subscrito pela trajetória do rotor. São fornecidos também os valores experimentais estáticos (tabulados) de C_L e C_D versus α para um determinado número de Reynolds.

O método computacional utiliza as equações expostas anteriormente podendo ser resumido como segue:

1. Considera-se inicialmente ($t=0$) o campo de escoamento sem a existência de esteira, definindo valores iniciais nulos para a circulação na pá ($\Gamma_B=0$), e na esteira ($\Gamma_S=0$). Estas condições iniciais são substituídas posteriormente por valores correspondentes a tempos anteriores.
2. Com condições do tempo anterior, são determinadas pela lei de Biot-Savart as velocidades induzidas no aerofólio, e com estas a velocidade relativa e o ângulo de ataque. Obtém o valor de $C_L(\alpha)$ correspondente, e pela lei de Kutta Joukowski a circulação no aerofólio (Γ_B) e consequentemente o vórtice da esteira (Γ_S) nesse instante.
3. Conhecida a intensidade da vorticidade na esteira, pode-se recalculas as velocidades induzidas e em função destas, o novo valor da circulação. O procedimento é repetido para corrigir os valores obtidos com as condições do tempo anterior.
4. Com as velocidades corrigidas obtém, finalmente, os valores atualizados de W , α , $C_L(\alpha)$, $C_D(\alpha)$, Γ_B , Γ_S .
5. Com a informação anterior pode-se determinar os coeficientes C_N , C_T , com os quais se determina F_N , F_T , que por sua vez, são armazenados para comparação com dados experimentais.
6. Pela lei de Biot-Savart determina-se nos pontos da malha as velocidades induzidas pelos vórtices da esteira. Por interpolação de tais velocidades, determinam-se as velocidades nos pontos de cada vórtice existente na esteira.
7. Determina-se a nova posição dos vórtices, que são arrastados pela corrente local formando a trajetória da esteira.
8. O incremento do tempo é realizado colocando o aerofólio numa outra posição na trajetória azimutal, dando origem a um novo vórtice emitido. Armazenam-se os valores da circulação e vórtices da esteira do tempo anterior para reiniciar o procedimento que é repetido o número de vezes especificado ou até obter uma solução periódica.

2.8 Aplicação do Modelo

Os resultados para a faixa de testes resumidas na Tabela 2.1 são mostrados nas figuras 2.13 a 2.31. Para estudar a influência da geometria do aerofólio foram analisados dois tipos, um NACA 0012 e outro NACA 0015. As forças normal e tangencial são dadas em forma adimensional conforme a Eq.2.42. A velocidade relativa é adimensionalizada pela velocidade de corrente livre. Define-se como primeira semi-trajetória ao percurso efetuado pelo aerofólio entre 0° e 180° e por segunda semi-trajetória o percurso entre 180° e 360° .

2.8.1 Resultados para $\lambda=4.10$

Observa-se nas Fig. 2.13 a 2.16 que nestas condições se tem uma boa concordância com os resultados experimentais, subestimando-se o ângulo de ataque, a força normal e forças tangencial, especialmente na segunda semi-trajetória ($\psi > 180^\circ$). Os resultados do modelo utilizando o aerofólio NACA 0015, que coincide com o utilizado nos testes experimentais, apresenta uma melhor performance nas forças normal e tangencial. No caso da força tangencial (Fig.2.16) observa-se a dificuldade do modelo em descrever corretamente o comportamento na segunda semi trajetória. Nestas condições o ângulo de ataque alcança seu máximo para $\psi \approx 100^\circ$, com um valor $\alpha \approx -12^\circ$, de tal forma que a sustentação e arrasto são obtidos na região linear, antes do estol estático.

2.8.2 Resultados para $\lambda=3.86$

Os resultados são apresentados nas Fig.2.17 a 2.20. Para ambas geometrias (NACA 0012 e NACA 0015) observa-se um comportamento similar em relação ao ângulo de ataque e variação da velocidade relativa. No caso da força normal (Fig. 2.19) os resultados são bastante semelhantes entre os aerofólios, superestimando-se consideravelmente tal força na segunda semi-trajetória, e existindo um deslocamento na posição do valor do pico máximo negativo. Os resultados obtidos pelo modelo antecipam este valor em relação à posição azimutal. Os dados experimentais apresentam este máximo em $\psi \approx 90^\circ$, mas no modelo surge em torno de 70° . No caso de F_T (Fig.2.20) os valores do aerofólio NACA 0015 subestimam seu comportamento entre $\psi \approx 90^\circ$ e $\psi \approx 230^\circ$. O ângulo de ataque alcança seu máximo para $\psi \approx 110^\circ$ com um valor $\alpha \approx -12.5^\circ$ valor no limiar do estol estático para NACA 0012.

2.8.3 Resultados para $\lambda=2.64$

Nestas condições observa-se que os resultados de α e W (Fig.2.21 e Fig.2.22) aproximam-se mais dos valores de Harris[58] que no caso dos resultados anteriores (para $\lambda=4.10$ e 3.86), especialmente na segunda semi-trajetória. O ângulo de ataque (Fig.2.21) alcança seu máximo negativo em $\psi \approx 120^\circ$ com $\alpha \approx -21.5^\circ$. Este valor de α ultrapassa acentuadamente o ângulo de estol estático dos aerofólios utilizados. Aprecia-se na Fig 2.22a e Fig.2.22b que W obtida pelo modelo apresenta um comportamento semelhante aos resultados de Harris[58].

A força normal obtida pelo modelo (Fig.2.23) não apresenta a mesma qualidade em relação aos resultados obtidos nos testes anteriores. Existe um deslocamento acentuado do pico máximo. O aerofólio NACA 0012 apresenta as maiores divergências na primeira semi-trajetória do rotor. No caso da força tangencial (Fig.2.24), os resultados do modelo colapsam acentuadamente, especialmente os obtidos com o aerofólio NACA 0012. Os resultados do aerofólio NACA 0015 apresentam uma melhor performance.

2.8.4 Resultados para $\lambda=2.04$

O ângulo de ataque (Fig.2.25) apresenta boa concordância com os dados experimentais. O ângulo de ataque alcança seu máximo negativo em $\psi \cong 120^\circ$ com um valor $\alpha \cong -29^\circ$ de tal forma que os dados de sustentação e arrasto são obtidos na região pós-estol, que é bem diferente em ambos aerofólios. A velocidade relativa (Fig.2.26) apresenta divergências que se acentuam nos extremos do percurso para $0 \leq \psi \leq 90$ e $270 \leq \psi \leq 360$. A força normal (Fig.2.27) apresenta picos máximos bastante acentuados e superiores aos dados experimentais. A força tangencial (Fig.2.28) perde sua caracterização apresentando uma faixa considerável de valores negativos e picos muito defasados dos obtidos experimentalmente.

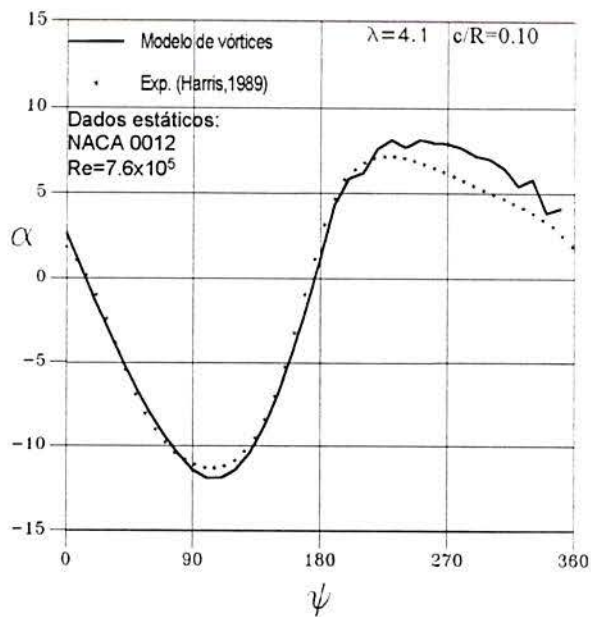
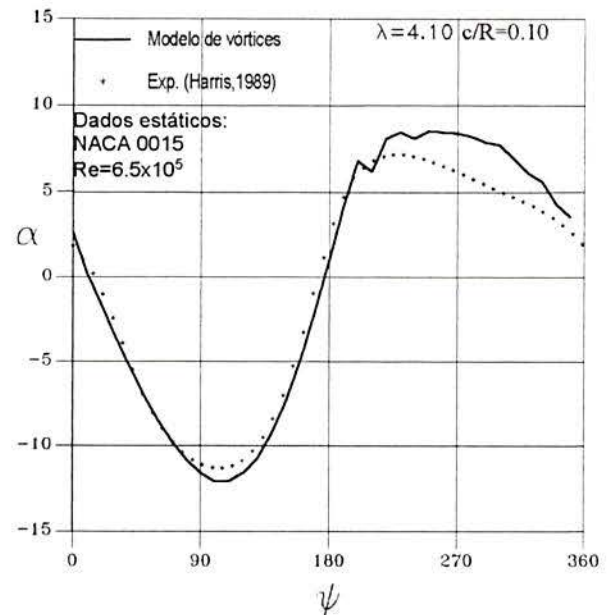
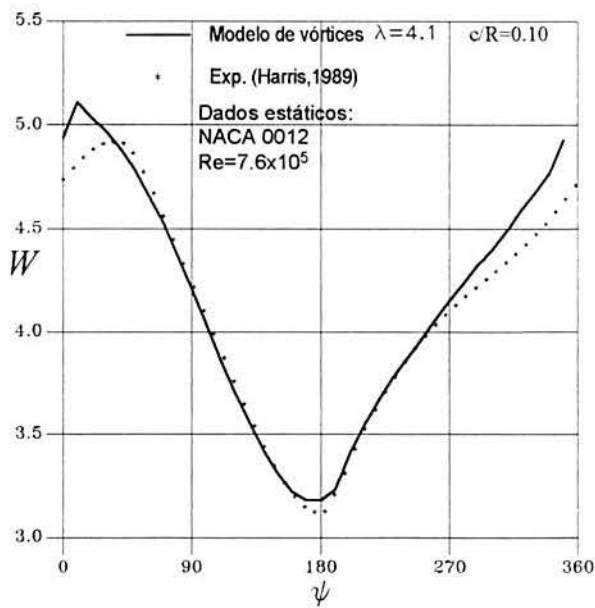
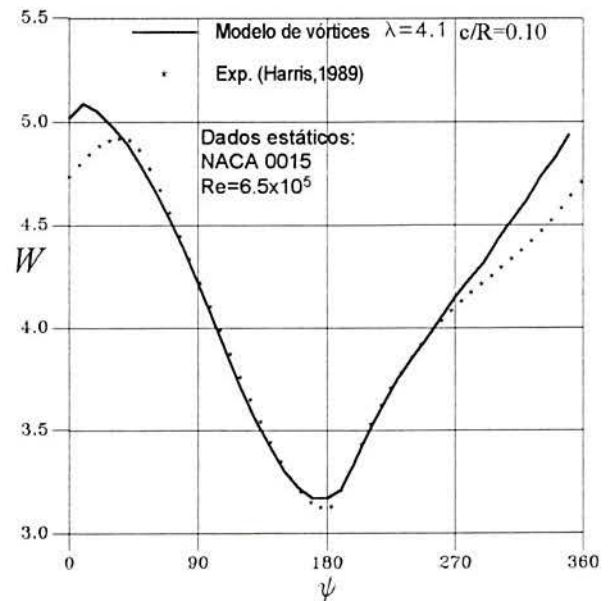
2.8.5 Resultados para $\lambda=1.60$

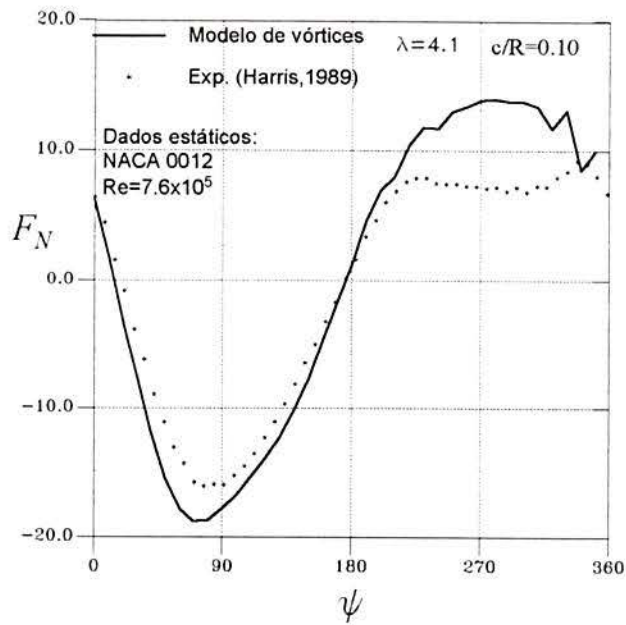
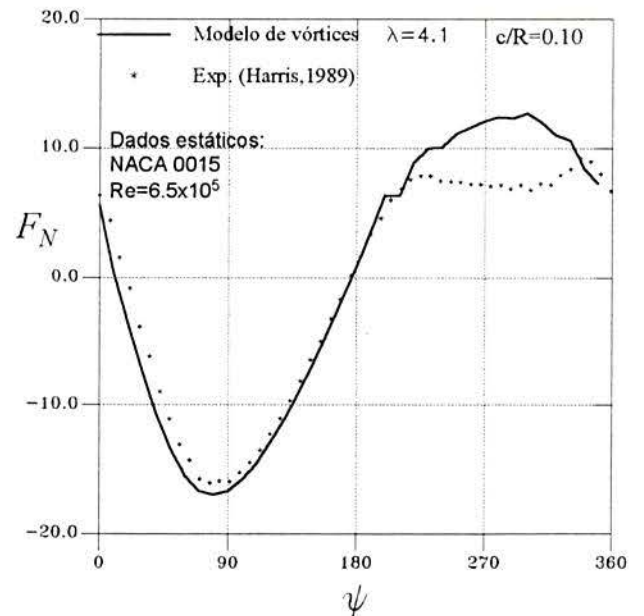
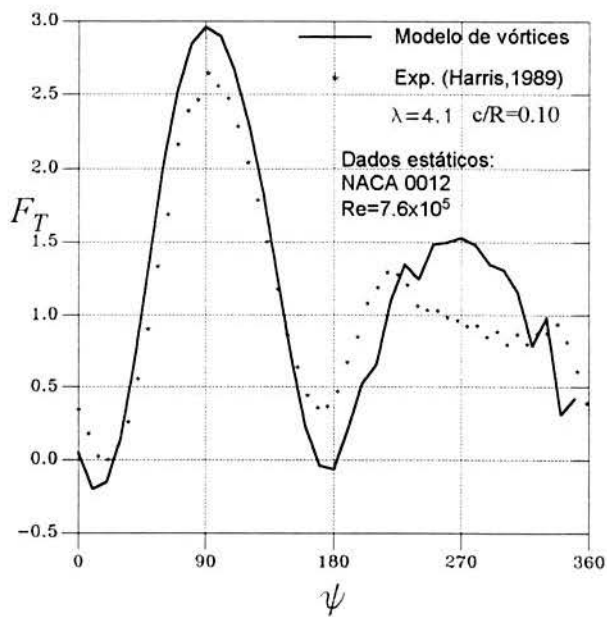
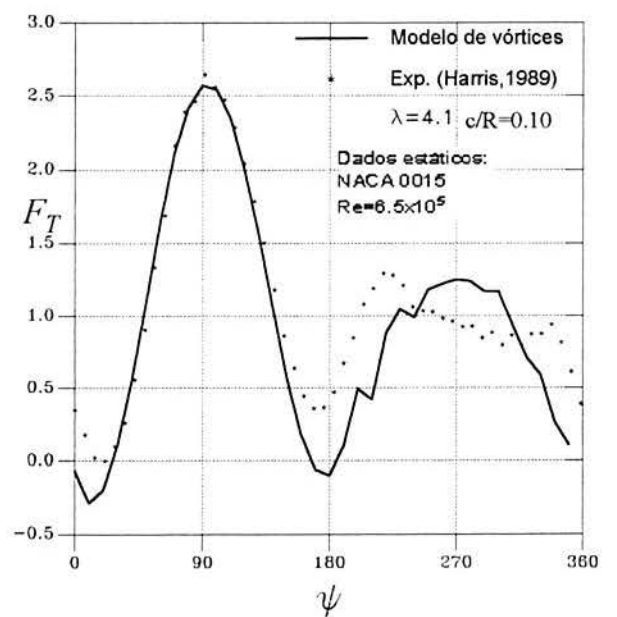
O ângulo de ataque (Fig.2.29) apresenta boa concordância com os dados experimentais. O ângulo de ataque alcança seu máximo negativo em $\psi \cong 130^\circ$ com um valor $\alpha \cong -38^\circ$. O comportamento da velocidade relativa (Fig.2.30) é similar aos casos anteriores. A força normal (Fig.2.31) tem picos da ordem de grandeza dos resultados experimentais, porém, defasados na posição azimutal. Os resultados da força tangencial (Fig.2.32) revelam as maiores divergências do modelo em especial quando se utilizam os dados estáticos de sustentação e arrasto do aerofólio NACA 0012.

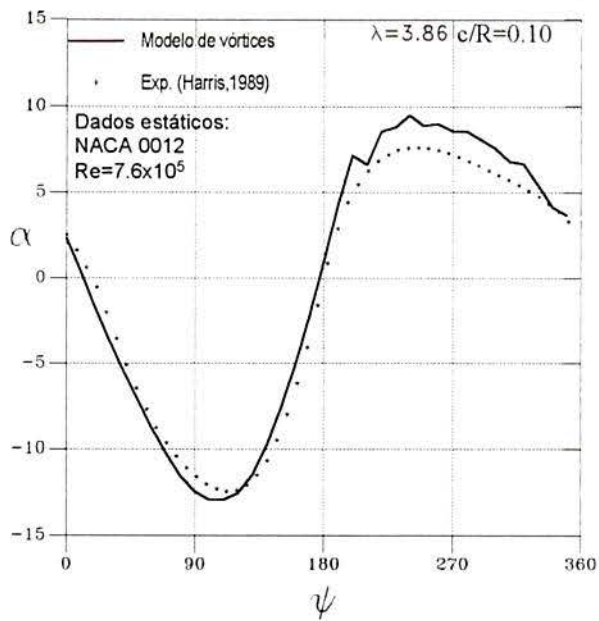
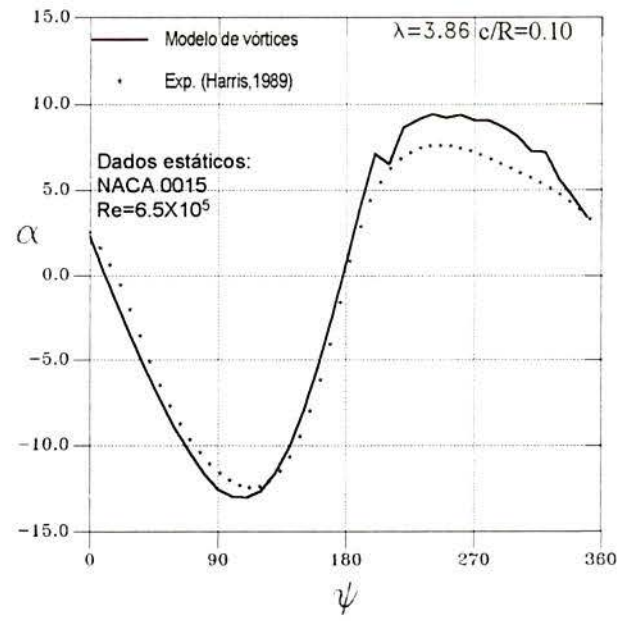
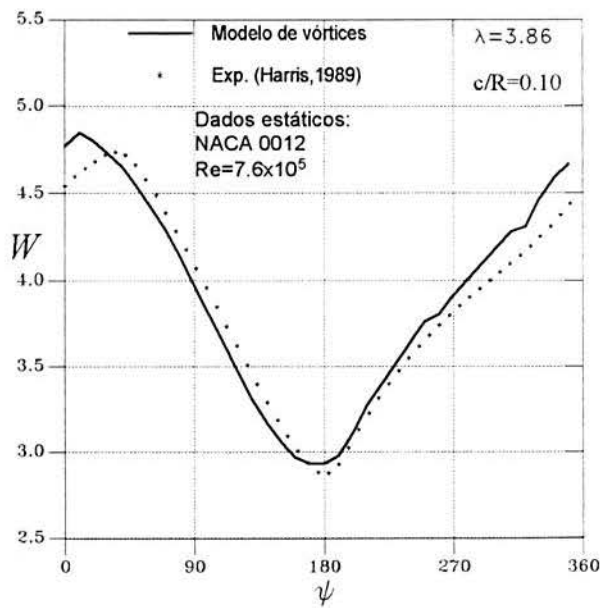
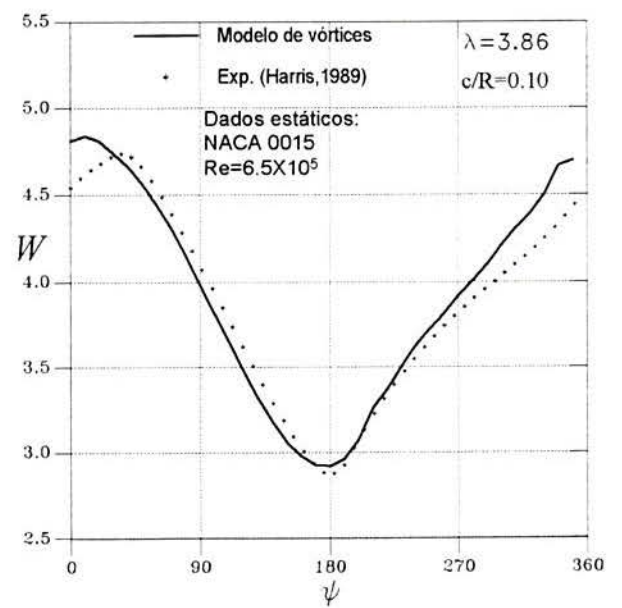
2.8.6 Comentário dos Resultados

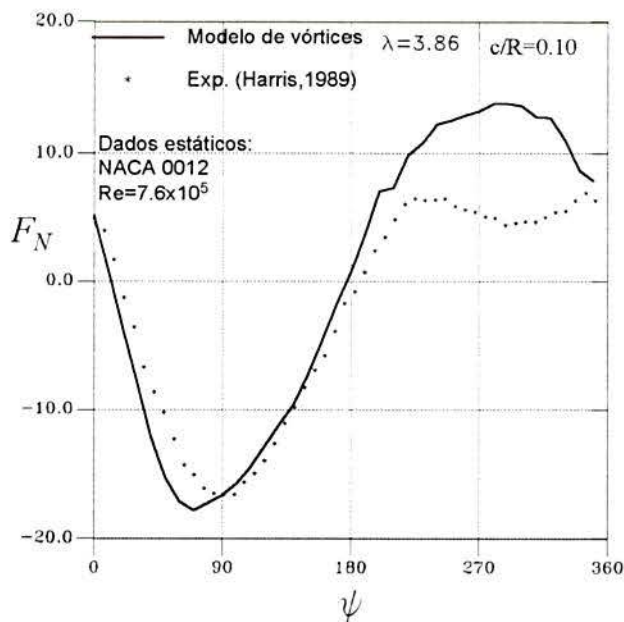
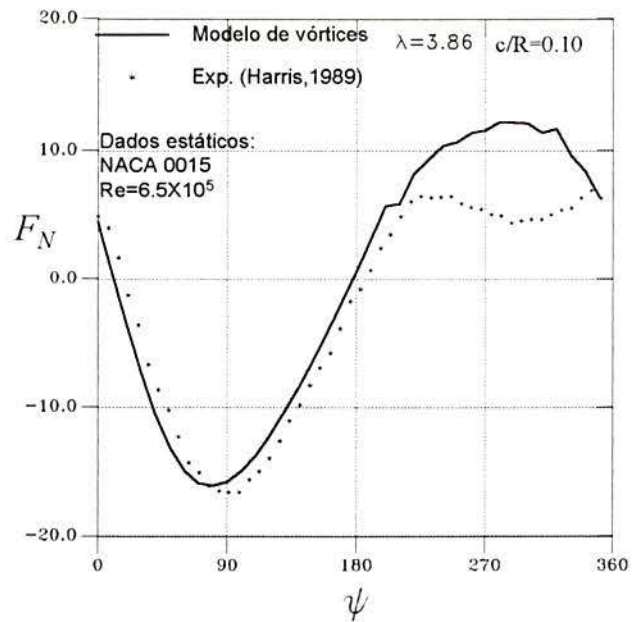
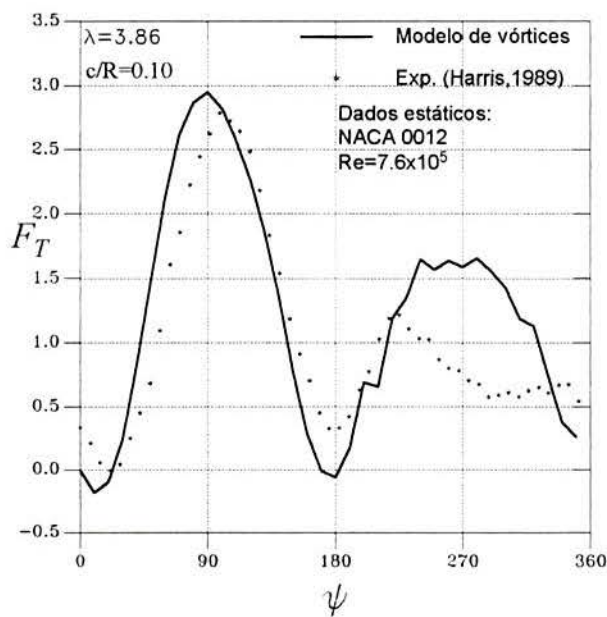
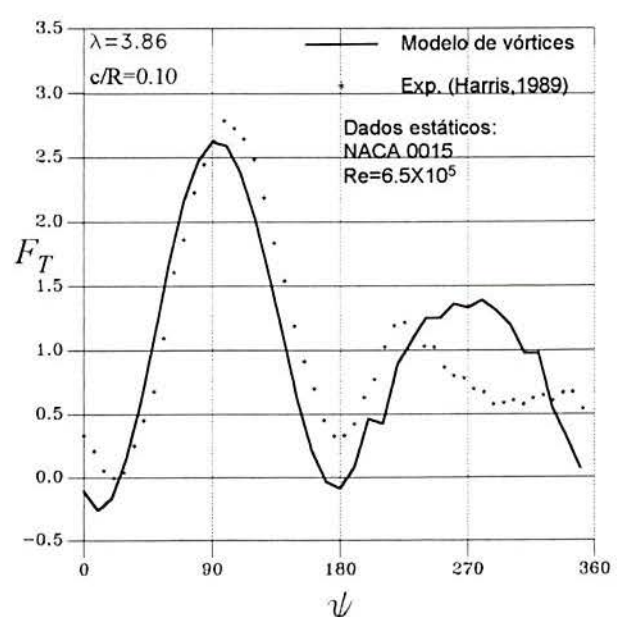
Nestes primeiros testes, utilizando o modelo de vórtices livres, verificamos as acentuadas divergências que se encontram nos resultados, em especial em relação à força tangencial para baixa relação de velocidade λ onde se manifesta o fenômeno de estol dinâmico. Apesar de tais divergências, os testes revelam que até $\lambda=3.86$, o modelo apresenta um comportamento que permite uma análise quantitativa e qualitativa das forças aerodinâmicas no rotor. Os resultados mostram a importância de trabalhar com os dados próprios do aerofólio utilizado nos testes experimentais. Neste caso, o aerofólio NACA 0015.

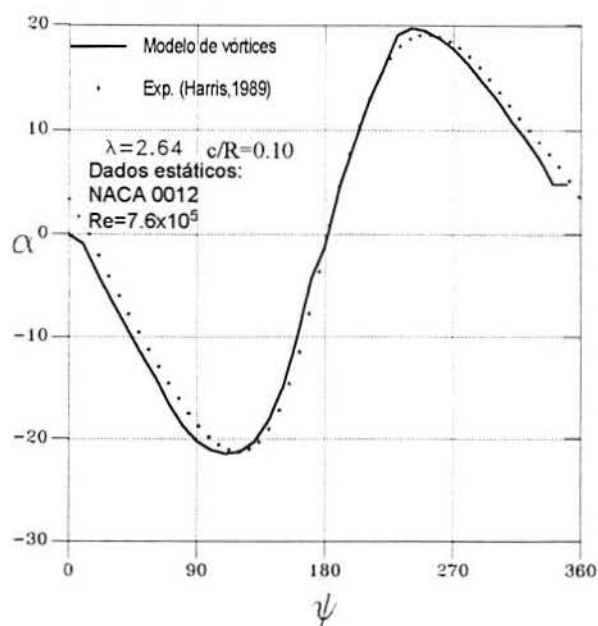
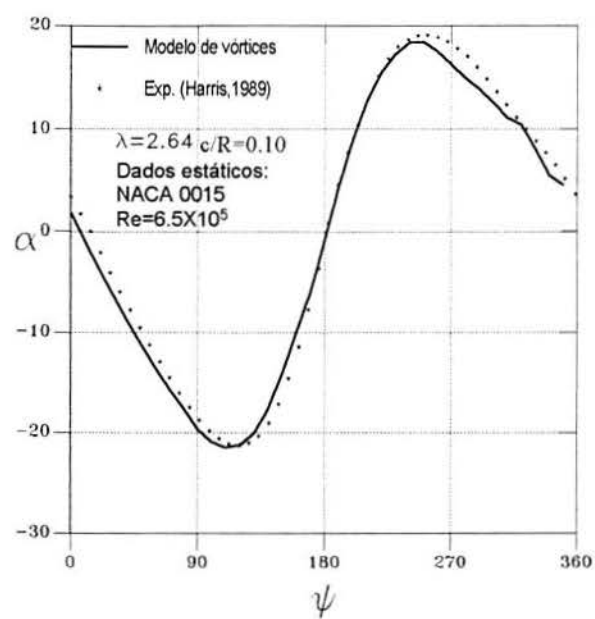
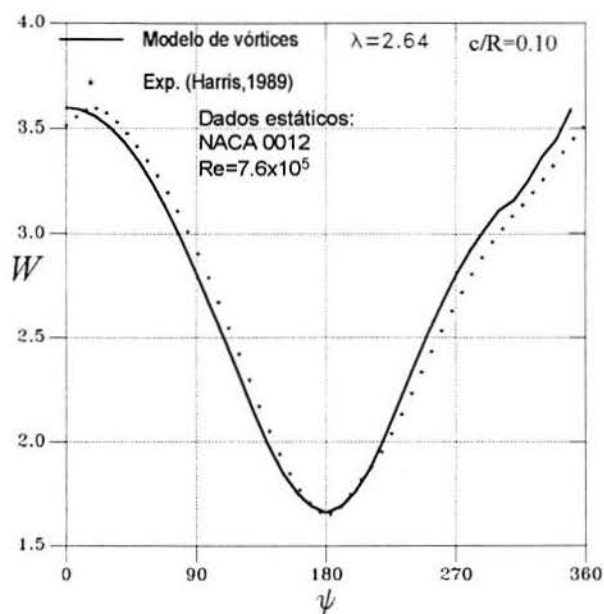
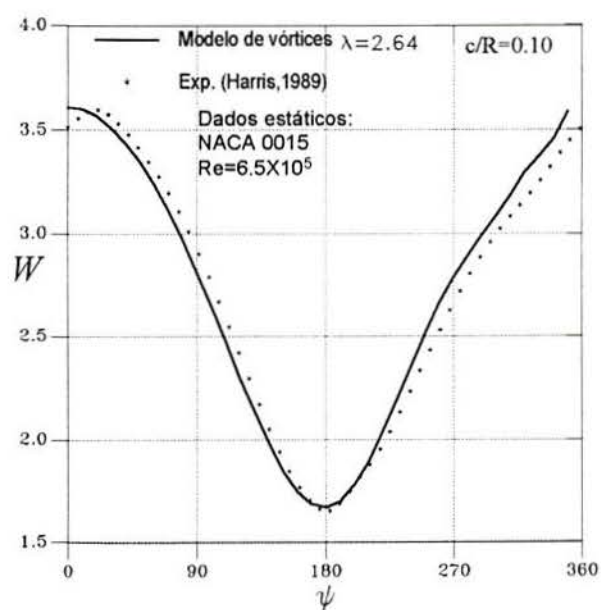
Finalmente, pode-se observar na Fig.2.33, outras facilidades no uso do modelo, tal como representação da esteira de vórtices dada pela trajetória de uma partícula de fluido emitida numa pá, e o efeito no campo de escoamento do número de pás.

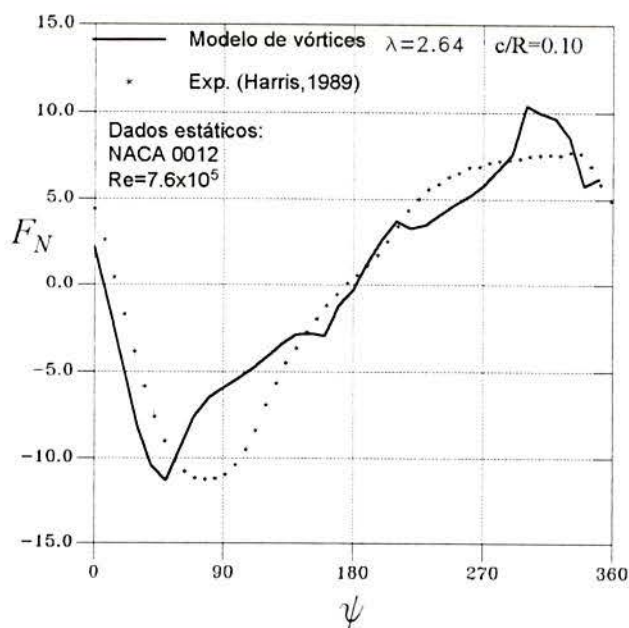
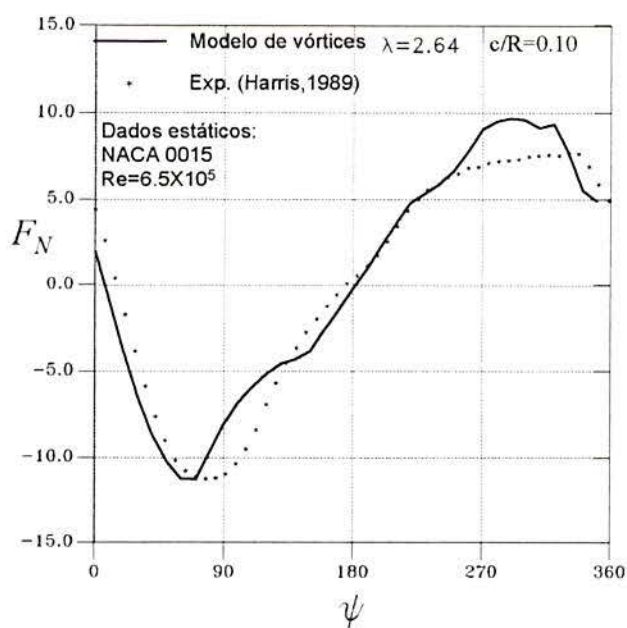
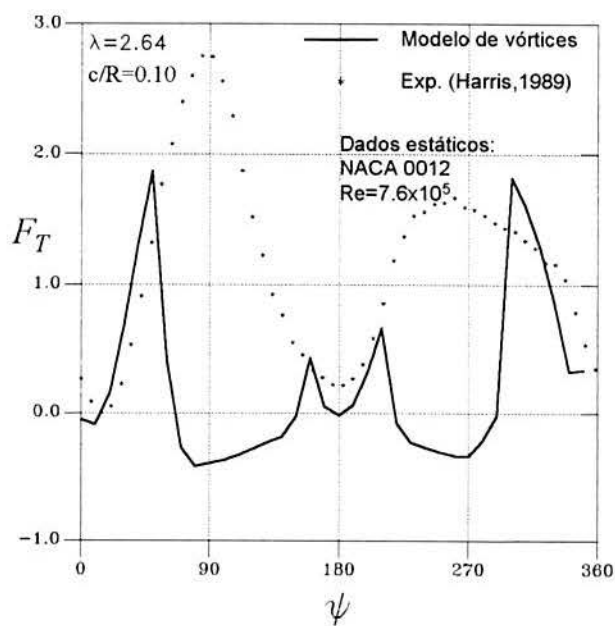
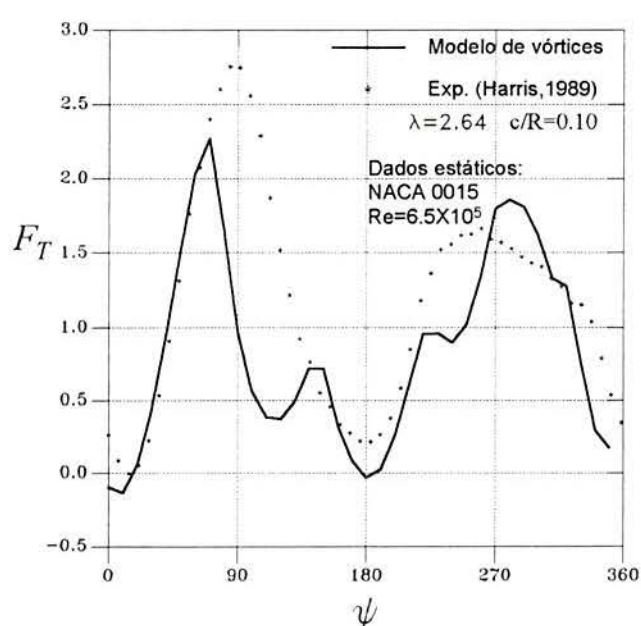
Figura 2.13a Ângulo de ataque para $\lambda=4.1$ Figura 2.13b Ângulo de ataque para $\lambda=4.10$ Figura 2.14a Velocidade relativa para $\lambda=4.1$ Figura 2.14b Velocidade relativa para $\lambda=4.1$

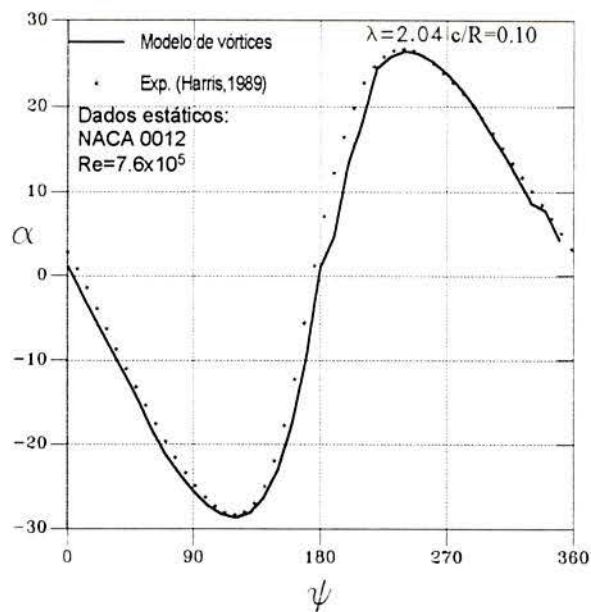
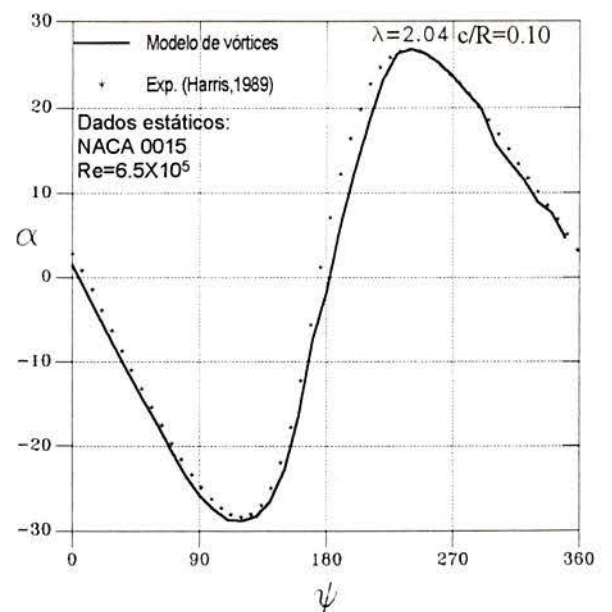
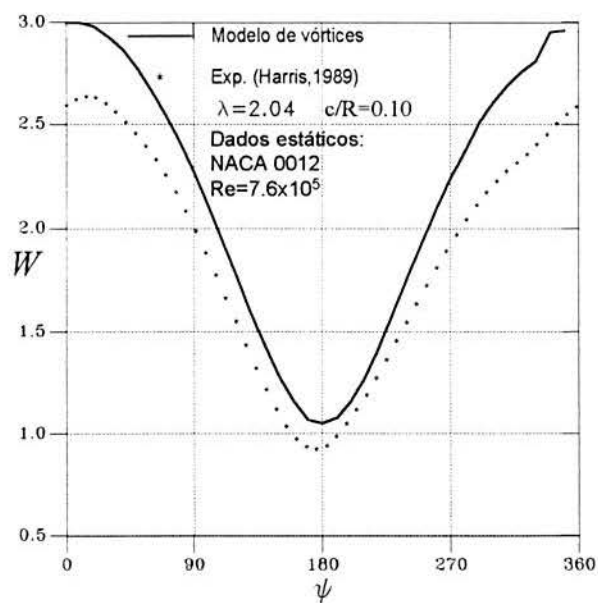
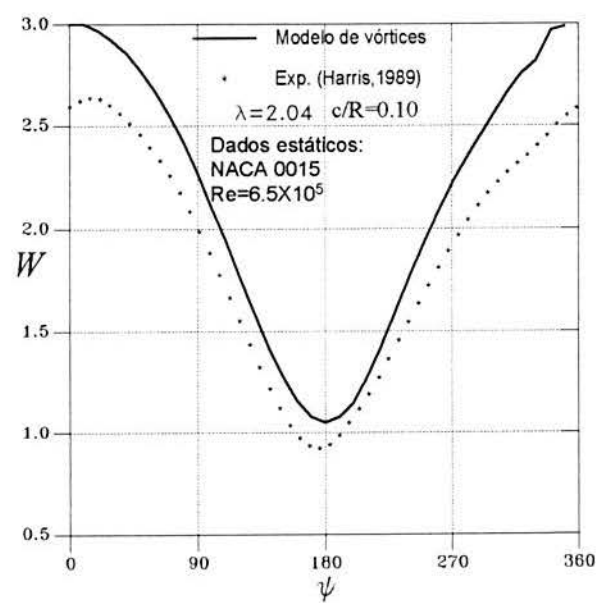
Figura 2.15a Força normal para $\lambda=4.1$ Figura 2.15b Força normal para $\lambda=4.1$ Figura 2.16a Força tangencial para $\lambda=4.1$ Figura 2.16b Força tangencial para $\lambda=4.1$

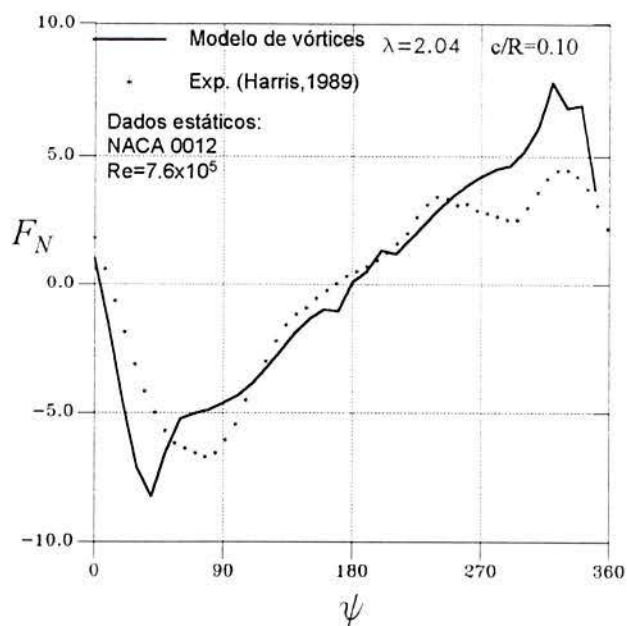
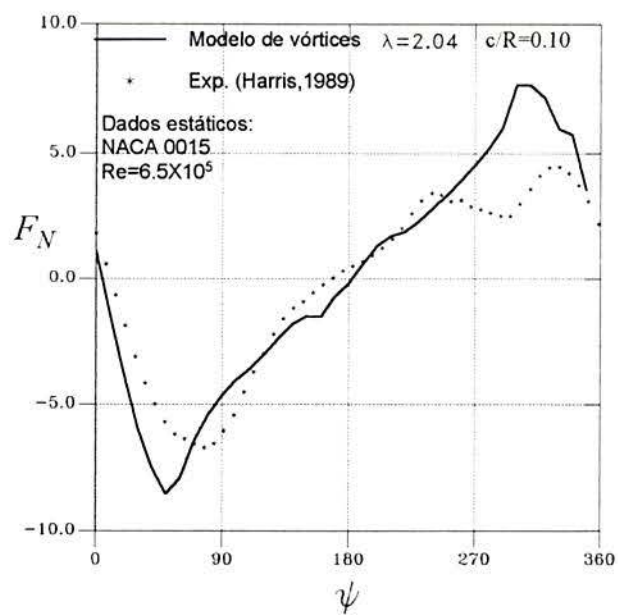
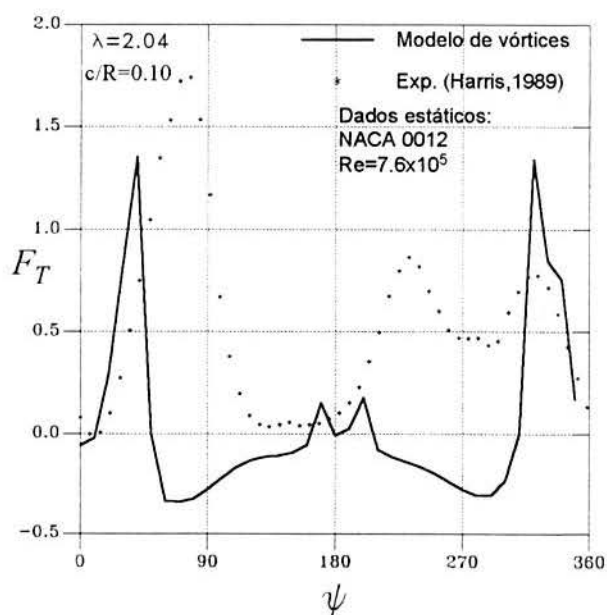
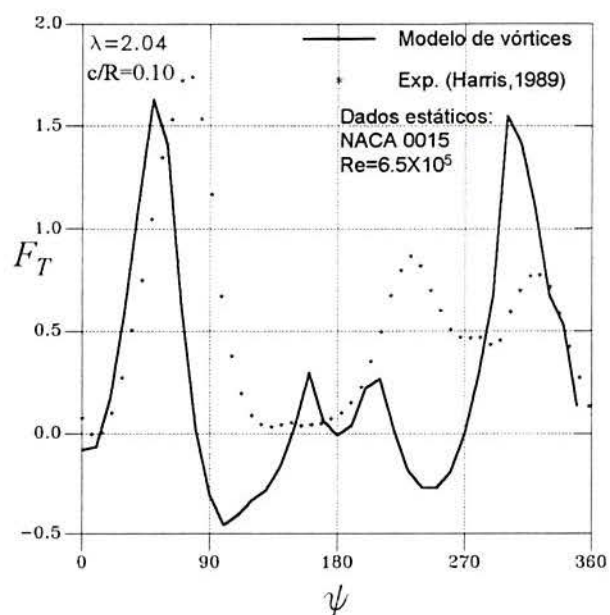
Figura 2.17a Ângulo de ataque para $\lambda=3.86$ Figura 2.17b Ângulo de ataque para $\lambda=3.86$ Figura 2.18a Velocidade relativa para $\lambda=3.86$ Figura 2.18b Velocidade relativa para $\lambda=3.86$

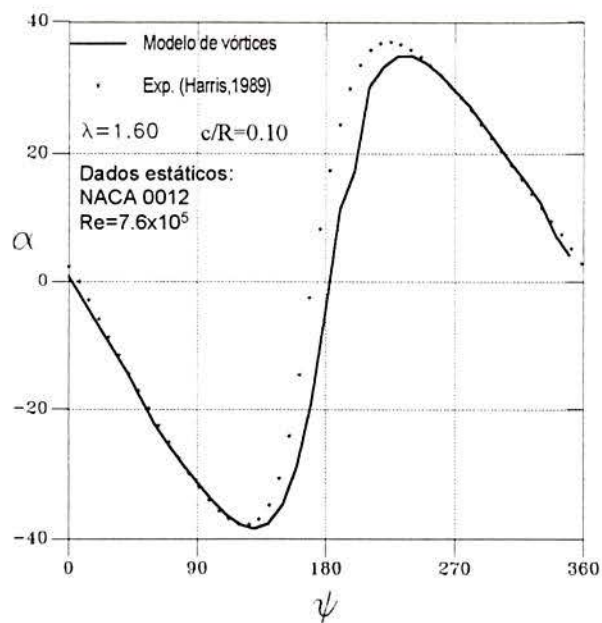
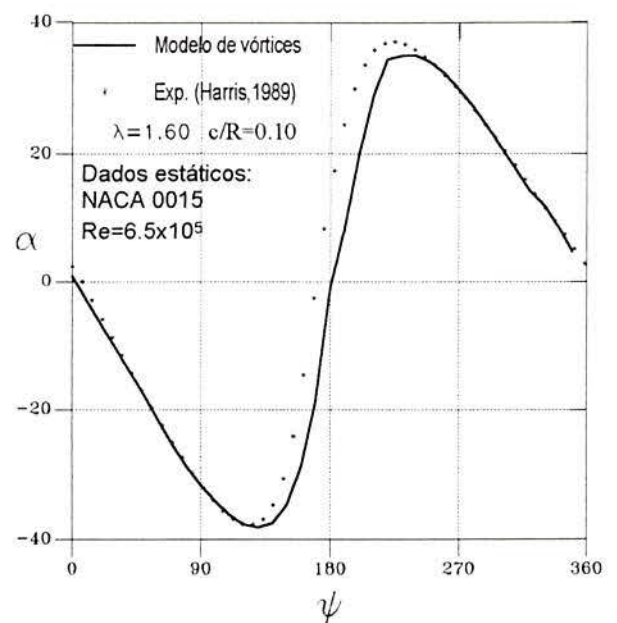
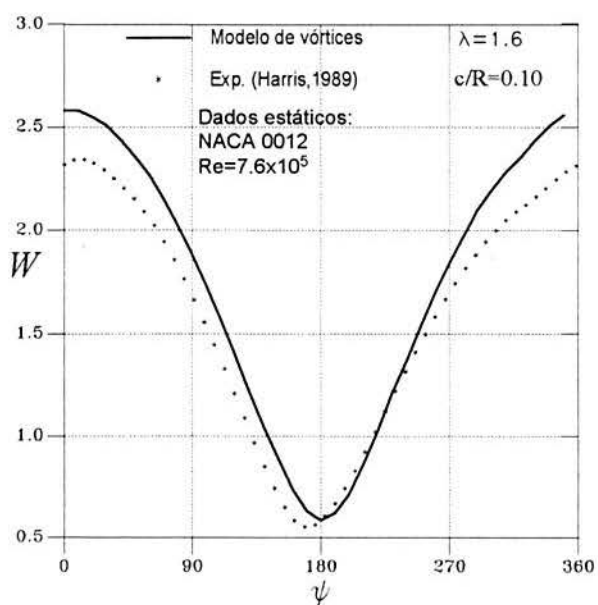
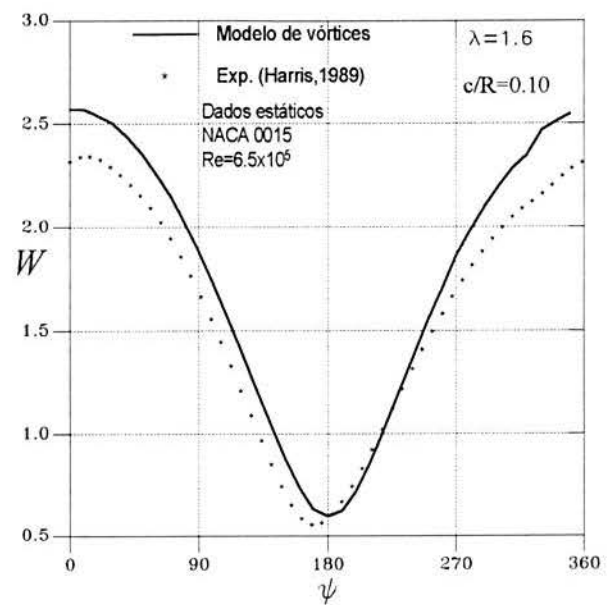
Figura 2.19a Força normal para $\lambda = 3.86$ Figura 2.19b Força normal para $\lambda = 3.86$ Figura 2.20a Força tangencial para $\lambda = 3.86$ Figura 2.20b Força tangencial para $\lambda = 3.86$

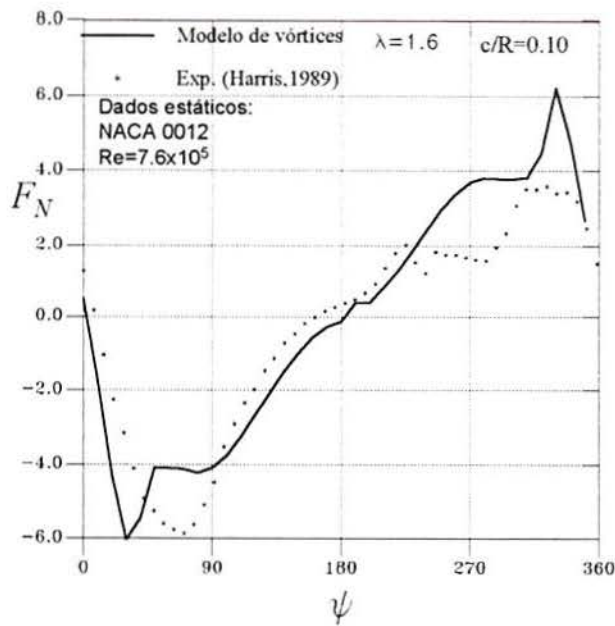
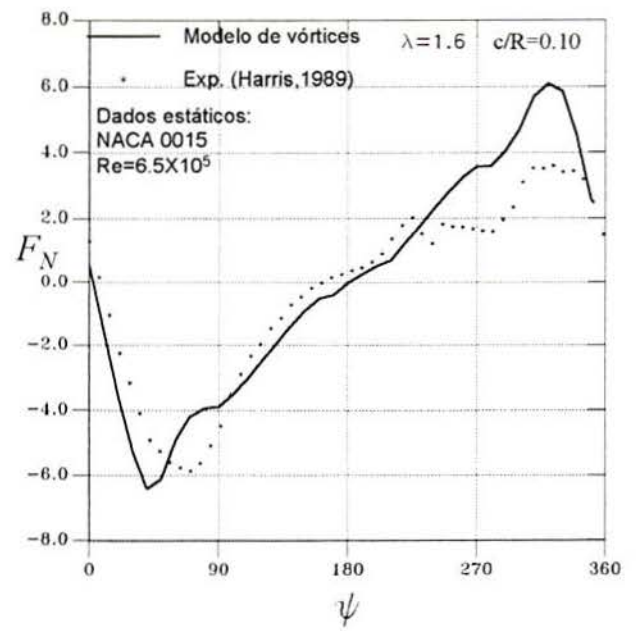
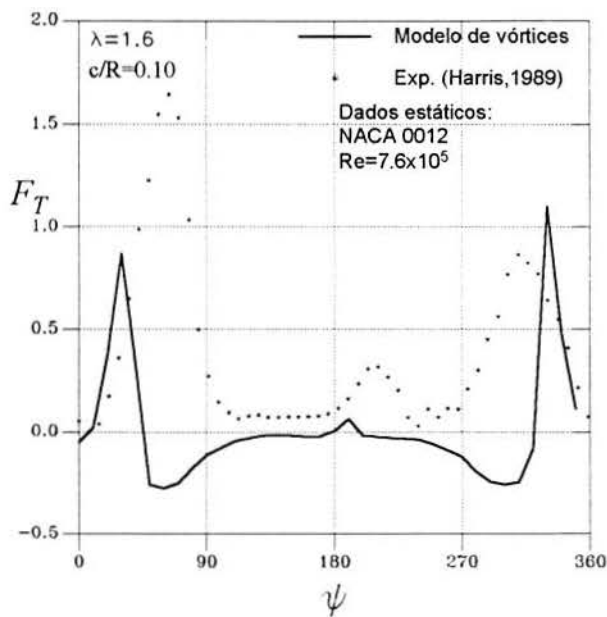
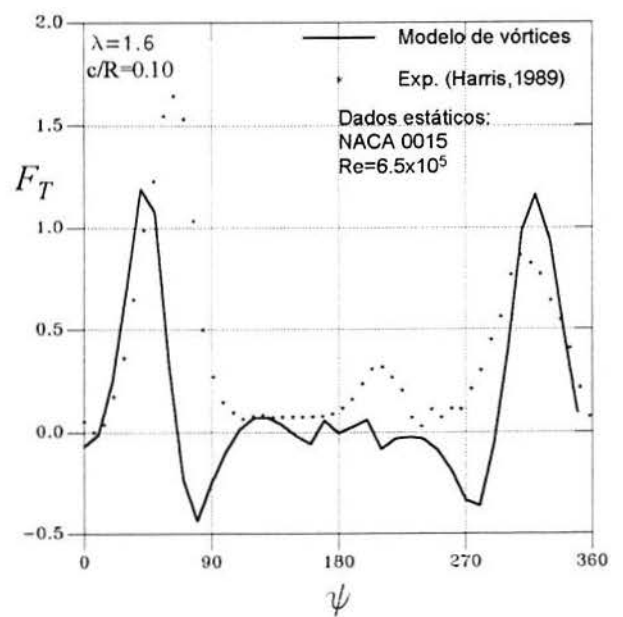
Figura 2.21a Ângulo de ataque para $\lambda = 2.64$ Figura 2.21b Ângulo de ataque para $\lambda = 2.64$ Figura 2.22a Velocidade relativa para $\lambda = 2.64$ Figura 2.22b Velocidade relativa para $\lambda = 2.64$

Figura 2.23a Força normal para $\lambda=2.64$ Figura 2.23b Força normal para $\lambda=2.64$ Figura 2.24a Força tangencial para $\lambda=2.64$ Figura 2.24b Força tangencial para $\lambda=2.64$

Figura 2.25a Ângulo de ataque para $\lambda=2.04$ Figura 2.25b Ângulo de ataque para $\lambda=2.04$ Figura 2.26a Velocidade relativa para $\lambda=2.04$ Figura 2.26b Velocidade relativa para $\lambda=2.04$

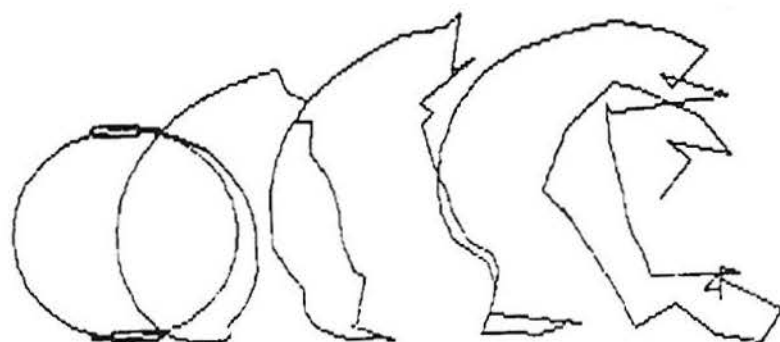
Figura 2.27a Força normal para $\lambda=2.04$ Figura 2.27b Força normal para $\lambda=2.04$ Figura 2.28a Força tangencial para $\lambda=2.04$ Figura 2.28b Força tangencial para $\lambda=2.04$

Figura 2.29a Ângulo de ataque para $\lambda=1.60$ Fig.2.29b Ângulo de ataque para $\lambda=1.60$ Figura 2.30a Velocidade relativa para $\lambda=1.6$ Fig.2.30b. Velocidade relativa para $\lambda=1.6$

Figura 2.31a Força normal para $\lambda=1.6$ Figura 2.31b Força normal para $\lambda=1.6$ Figura 2.32a Força tangencial para $\lambda=1.6$ Fig. 2.32b Força tangencial para $\lambda=1.6$



a) rotor com uma pá $c/R=0.10$ $\lambda=4.1$



b) rotor com duas pás $c/R=0.10$ $\lambda=4.1$



c) rotor com três pás $c/R=0.10$ $\lambda=4.1$

Figura 2.33 Representação da esteira no modelo de vórtices livres

Capítulo 3

MODELOS DE ESTOL DINÂMICO EM TEEV

Capítulo 3

MODELOS DE ESTOL DINÂMICO EM TEEV

Introdução

No capítulo anterior foi observado que as maiores divergências do modelo de vórtices livres, em comparação com os resultados experimentais, se manifestam nas condições de alta amplitude de oscilação do ângulo de ataque, especialmente quando se supera o ângulo de estol estático. Também se observa uma variação cíclica do ângulo de ataque na trajetória circular do aerfólio, semelhante ao comportamento de um aerofólio em movimento oscilatório senoidal. Em tal situação, trabalhos experimentais mostram [59] que manifesta-se o fenômeno de estol dinâmico.

O fenômeno associado com escoamento não-estacionário em torno de aerofólios, tem sido de interesse da área de aerodinâmica durante muitos anos. Sua importância é reconhecida especialmente no projeto de rotores de helicópteros, turbomáquinas e turbinas eólicas. As características físicas do fenômeno de estol dinâmico são expostas por McCroskey [59], fazendo uma completa revisão do assunto mostrando os progressos teóricos e experimentais. No apêndice-B do presente trabalho, se expõe o assunto, incluindo uma análise do fenômeno em TEEV.

Os grandes desafios na análise teórica não-estacionária referem-se ao regime de estol dinâmico intenso. Neste regime, a região viscosa é muito acentuada motivo pelo qual as aproximações de camada limite e modelos de turbulência possuem validade limitada. Um método viável deverá reproduzir o fenômeno básico de emissão de vórtices e as diferenças quantitativas dos regimes de estol dinâmico. Os resultados experimentais de McCroskey e Pucci [60] fornecem informações adequadas para avaliar modelos numéricos.

Os principais métodos para descrever o fenômeno de estol dinâmico são revisados por McCroskey [59,61]. Estes dependem da natureza das equações utilizadas, podendo ser classificados em três grandes grupos:

- i) *Modelos potenciais* com ou sem inclusão das equações de camada limite
- ii) *Modelos com Equações de Navier-Stokes* junto a modelos de turbulência
- iii) *Modelos semi-empíricos* empregando correlações com coeficientes obtidos em túnel aerodinâmico.

Nos dois primeiros grupos, os modelos possibilitam o estudo do campo de escoamento e distribuição superficial da pressão no aerofólio, e conseqüentemente, obtenção das forças aerodinâmicas. No último grupo, os modelos fornecem diretamente o comportamento das forças aerodinâmicas. Neste capítulo é feita uma revisão dos principais modelos, apresentando o equacionamento dos modelos semi-empíricos. Estes podem ser acoplados a os modelos aerodinâmicos convencionais de turbinas eólicas para levar em consideração os efeitos de estol dinâmico.

3.1 Classificação dos modelos

3.1.1 Modelos Potenciais

Aplicados em aerofólios em escoamento não-estacionário, podem incluir separação da camada limite e efeitos da interação potencial-viscoso, a partir das equações da camada limite. A principal subdivisão destes modelos pode ser dada como: i) *Métodos das singularidades*; ii) *Método de vórtices discretos*; iii) *Métodos com acoplamento da camada limite*.

Os métodos de vórtices e das singularidades adotam para a solução do campo de escoamento uma formulação em termos da *função de Green* ou da *lei de Biot-Savart*. Giesing[62] utiliza um método de singularidades determinando características aerodinâmicas de aerofólios restritos a pequenas oscilações. Paraschivoiu e Parrouffe[63] e Choi[64] obtiveram por diferentes métodos de singularidades resultados para movimento oscilatório no regime sem separação.

Na análise do escoamento com separação, os modelos de vórtices são frequentemente adotados. Uma representação da solução do campo de escoamento com separação fixa para placa plana foi utilizada pela primeira vez por Ham [65] para tentar descrever o fenômeno de estol dinâmico. Com um procedimento de vórtices Vezza e Galbraith [66] estudaram o movimento impulsivo de aerofólios considerando a separação predeterminada.

O acoplamento da camada limite em modelos potenciais permite estudar também o escoamento nas vizinhanças da superfície do aerofólio. Tem-se obtido com sucesso (em condições específicas) a representação das forças e momentos aerodinâmicos durante o fenômeno de estol dinâmico. Podem ser citados nesta classificação os trabalhos de Crimi e Reeves [67] e Rao et al. [68]. Mesmo assim, os métodos oferecem poucas indicações dos mecanismos responsáveis pelo fenômeno de emissão de vórtices, fato mais significativo em estol dinâmico.

Os modelos potenciais podem prever os efeitos de separação do bordo de ataque, porém os aspectos viscosos devem ser impostos, modelados ou aproximados. Apresentam desvantagens com relação ao tempo computacional, já que o número de vórtices aumenta continuamente e devem ser considerados para cada solução. Os resultados obtidos mostram-se qualitativamente corretos para número de Reynolds na ordem de 10^6 requerendo-se desenvolvimentos adicionais para extensão do mesmo.

Dificuldades existem na modelagem do ponto de separação como posição, instante do surgimento e variação do mesmo na superfície do aerofólio pela mudança de incidência. A análise da camada limite fornece alguma informação qualitativa do fenômeno do atraso do estol e histerese, porém existem dificuldades em fornecer detalhes da formação do vórtice que dá início ao fenômeno. Modificações e refinamentos destes métodos podem oferecer exatidão e eficiência computacional no mínimo para estol dinâmico superficial. Os fatos gerais de estol dinâmico em movimento oscilatório podem ser explicados em função do fenômeno de emissão de vórtices. Também permite detectar as diferenças entre estol estático e estol dinâmico no regime superficial ou intenso.

3.1.2 Modelos Utilizando as Equações de Navier-Stokes

As inerentes limitações dos modelos de acoplamento das equações potenciais com camada limite e questões relacionadas com a representação não-estacionária da separação levam a considerar a utilização das equações de Navier-Stokes. Com tal procedimento pode-se cobrir as diferentes partes do escoamento com o mesmo conjunto de equações. Algumas dificuldades devem ser ainda superadas para ter aproximações de acordo com as aplicações práticas. Entre elas podemos citar: i) os resultados dependem da qualidade do modelo de turbulência utilizado; ii) problemas de resolução da malha dificultam a captura do fenômeno de emissão de vórtices de pequena escala; iii) oneroso tempo computacional e grandes espaços de memória são requeridos; iv) escoamento com número de Reynolds inferiores aos utilizados em aplicações práticas. (tem-se obtido resultados como o de Tassa e Sankar [72] para $Re=2.5 \times 10^6$ e $k=0.15$) v) a maior parte dos testes tem sido efetuados para movimentos oscilatórios senoidais.

Apesar destas restrições, os métodos desenvolvidos para escoamento laminar [69] tem proporcionado conhecimentos significativos no mecanismo físico de estol intenso estabelecendo os fundamentos para solução de problemas com número de Reynolds mais elevados.

Autores como Metha [69], Shamroth e Gibeling [70], Sankar e Tassa [71], Tassa e Sankar [72] Shida et al. [73] e Daube et al. [74] tem contribuído para o aperfeiçoamento desta metodologia. Um resumo dos resultados mais representativos de tais trabalhos são apresentados por McCroskey [59] e Johnson [75]. Trabalhos recentes (ver por exemplo as referências [76],[77],[78]) apresentam os primeiros resultados para analisar o fenômenos em turbinas eólicas de eixo horizontal. Apesar dos avanços obtidos, envolvendo um oneroso tempo computacional, não conta-se ainda com resultados satisfatórios que permitam a modelagem do fenômeno de estol dinâmico.

3.1.3 Modelos Semi-empíricos

Observa-se que diferentes metodologias contribuem para descrever em parte alguma característica do fenômeno de estol dinâmico. Não obstante, pela complexidade do mesmo, até o momento não existe um método que o descreva em toda sua extensão e detalhamento. Pode-se por exemplo: i) analisar os fenômenos não-estacionários em regime de estol superficial com as equações da teoria não-estacionária clássica; ii) utilizar o método dos painéis e vórtices discretos para modelar os efeitos de separação; iii) fazer acoplamento potencial viscoso para incluir os efeitos de interação da camada limite; iv) fornecer soluções com as equações de Navier-Stokes para evitar problemas existentes nos métodos com acoplamento potencial-viscoso, porém com limitações no número de Reynolds e tempo computacional.

Aspectos qualitativos e quantitativos de estol dinâmico são capturadas por métodos de natureza semi-empíricos, porém requerem aperfeiçoamentos. Pela praticidade são utilizados em projetos de engenharia. Apesar de dependentes de testes experimentais, vem suprimindo as deficiências dos métodos anteriores, continuando seu uso até que o desenvolvimento de códigos computacionais mais sofisticados consiga descrever com economia de tempo computacional o fenômeno de estol dinâmico em toda sua extensão.

Os modelos procuram a correlação de forças e momentos, obtidos a partir de testes em túnel aerodinâmico, de forma a caracterizar os efeitos de parâmetros relevantes como: forma do aerofólio, número de Mach, amplitude e frequência de oscilação, ângulos médios e tipo de movimento. A revisão de vários modelos semi-empíricos é apresentada por McCroskey [61].

Uma característica comum nestes modelos é que os efeitos não-estacionários consideram a variação instantânea do ângulo de ataque. Dois parâmetros adimensionais são utilizados: i) o *parâmetro de estol dinâmico* $\dot{\alpha} c/U_{\infty}$, onde $\dot{\alpha}$ é a derivada temporal do ângulo de ataque, c é a corda do aerofólio e U_{∞} a velocidade de corrente livre. ii) O *tempo adimensional* na forma $U_{\infty} \Delta t/c$, onde t é o tempo real.

Existe uma vasta quantidade de modelos semi-empíricos, sendo que os revisados neste trabalho correspondem àqueles que tiveram alguma aplicação em turbinas eólicas. Estes são: *modelo Boeing-Vertol* [79], *modelo MIT* [31], *modelo Indicial* [87-89] e *modelo de ONERA* [93-95].

Outros modelos semi-empíricos como os métodos de Machielse e Favier foram utilizados para análise de estol dinâmico em TEEH e encontram-se documentados na Ref.[86]. O *método UTRC* (United Technologies Research Center) e o *método de Lockheed* são descritos no trabalho de McCroskey [59] sem precedentes de utilização em turbinas eólicas.

Observa-se uma carência de estudos comparativos dos diversos modelos de natureza semi-empírica. Isto é de fundamental importância para analisar limitações, validade e faixa de operação dos modelos quando comparados com dados experimentais.

3.2 Modelo Boeing-Vertol

O modelamento é desenvolvido por Gormont [79] para análise aerodinâmica de pás de helicópteros. Sua formulação no domínio linear baseia-se na teoria clássica de Theodorsen [80]. Para extensão no regime de estol dinâmico se trabalha com uma formulação semi-empírica obtida através de dados em túnel aerodinâmico. O atraso temporal em atingir o estol dinâmico é dado em função do *parâmetro de estol dinâmico* ($c\dot{\alpha}/2W$). O ângulo de ataque de referência, α_m , nas condições de estol dinâmico é determinado pela relação:

$$\alpha_m = \alpha - \gamma k_1 \left(\frac{c\dot{\alpha}}{2W} \right)^{1/2} S_{\dot{\alpha}} \quad (3.1)$$

onde α é o ângulo de ataque efetivo, W a velocidade relativa, c , a corda do aerofólio e, $S_{\dot{\alpha}}$, é o sinal de $\dot{\alpha}$. A função gama, γ , depende da geometria do aerofólio e do número de Mach, sendo obtido de testes experimentais para aerofólios em movimento oscilatório senoidal. Para relação espessura/corda, $e/c > 0.10$, (e baixo número de Mach) o valor de γ para a sustentação e arrasto é dado por:

$$\begin{aligned} \gamma_L &= 1.4 - 6(0.06 - e/c) \\ \gamma_D &= 1.0 - 2.5(0.06 - e/c) \end{aligned} \quad (3.2)$$

k_1 é um parâmetro que varia segundo o signo de $\dot{\alpha}$:

$$k_1 = 0.75 + 0.25 S_{\dot{\alpha}} \quad (3.3)$$

O valor instantâneo dos coeficientes de sustentação e arrasto são dados em função do ângulo de ataque de referência na forma:

$$\begin{aligned} C_L &= \left(\frac{\alpha}{\alpha_m - \alpha_0} \right) C_L(\alpha_m) \\ C_D &= C_D(\alpha_m) \end{aligned} \quad (3.4)$$

onde α_0 é o ângulo de sustentação nula. Na formulação original, (Gormont [79]) a metodologia é aplicada quando o ângulo de ataque é maior que o ângulo de estol estático, ou quando o ângulo de ataque encontra-se diminuindo e de magnitude maior que o ângulo de estol estático.

Trabalho mais recente (Mandal e Burton [81]) utiliza o modelo em TEEV com algumas modificações em que considera-se os efeitos de estol dinâmico para $\alpha > 5.0^\circ$. Na condição pré-estol a sustentação é obtida pela contribuição dos coeficientes obtidos com ângulo de ataque de referência e ângulo de ataque efetivo:

$$C_L = PC_L(\alpha_m) + (1 - P)C_L(\alpha) \quad (3.5)$$

onde P é um fator determinado pela relação linear:

$$P = \left(\frac{\alpha - 5}{\alpha_{ee} - 5} \right) \quad (3.6)$$

onde α_{ee} é ângulo de estol estático. Para $\alpha = 5^\circ$ o termo $P=0$ anulado-se a contribuição do estol dinâmico e recaindo o problema na situação estática. No caso extremo em que $\alpha = \alpha_{ee}$, $P=1$ e a contribuição de estol dinâmico é máxima. Mesmo com tais modificações, os resultados da força tangencial apresentados por Mandal e Burton [81] diferem dos experimentais.

3.2.1 Aplicação do Modelo em Turbinas Eólicas

O modelo foi introduzido por Strickland et al. [10] para TEEV, junto ao modelo de vórtices discretos. Paraschivoiu e Allet [25] o empregam para analisar os efeitos de estol dinâmico em TEEV acoplado ao modelo de múltiplos tubos de corrente. O modelo é introduzido na denominada zona de baixa turbulência. Resultados dos trabalhos anteriores mostram a dificuldade do modelo em descrever as características de estol dinâmico comparado com dados experimentais das forças normais e tangenciais. Observa-se que as maiores divergências encontram-se na análise da força tangencial.

Estudos comparativos entre o modelo Boeing-Vertol e o modelo ONERA foram realizados por Bierbooms [82] para aplicação em TEEH comparando C_L versus $\alpha(t)$, para $k=0.03$ e $Re=3 \times 10^6$ em movimento oscilatório $\alpha = 15^\circ + 10^\circ \sin(\omega t)$. Os resultados mostram que apesar do reduzido tempo computacional, o modelo apresenta alguns comportamentos fisicamente incorretos.

Similarmente, Alé e Sadhu [83], analisam o modelo para movimentos oscilatórios em diferentes condições de regimes de estol dinâmico, comparado com o modelo de ONERA e com dados experimentais. Nessas condições e em outros testes [84] o modelo de ONERA apresenta uma melhor performance.

Uma aplicação do modelo em TEEV é feita por Cardona [48], incluindo efeitos de curvatura do fluxo, e fazendo algumas modificações no modelo semi-empírico. Para isto se utilizam valores médios entre os coeficientes estáticos e os coeficientes determinados por Boeing-Vertol. Os resultados, ainda que melhorados, apresentam deficiências na descrição dos fenômenos de estol dinâmico quando estudadas as forças normal e tangencial.

Vandenberghe e Dick [33], utilizam a metodologia de Cardona [48] para estol dinâmico na simulação de TEEV junto a um método de vórtices livres. Os resultados obtidos correspondem ao coeficiente de potência, não mostrando resultados das forças aerodinâmicas. Yeznasni [86] o emprega junto a outros modelos semi-empíricos para análise de TEEH, porém para relação de velocidades $\lambda=9$ e $\lambda=3.86$ faixa que escapam ao interesse de nosso trabalho e do fenômeno de estol dinâmico em TEEV.

3.3 Modelo MIT

O modelo desenvolvido no *Massachusetts Institute of Technology* (MIT) foi aperfeiçoado por Noll e Ham [85] introduzindo-se a relação empírica de Boeing-Vertol para determinação do ângulo de ataque em condições de estol dinâmico. Em condições de escoamento sem separação, isto é, quando o valor absoluto do ângulo de ataque é inferior ao valor absoluto do ângulo de estol estático as características dos coeficientes aerodinâmicos são obtidas de dados experimentais próprios do aerofólio em regime permanente. Quando α supera o ângulo de estol estático, α_{ee} , os coeficientes aerodinâmicos se consideram crescentes linearmente até alcançar valores máximos que dependem experimentalmente do *parâmetro de estol dinâmico* $\left| \frac{c \dot{\alpha}}{2W} \right|$. Após α atingir α_{max} , os coeficientes aerodinâmicos do modelo baseiam-se na teoria clássica de um perfil oscilando, impondo-se uma lei de diminuição exponencial da sustentação em função do ângulo azimutal até atingir o ângulo de estol estático. No equacionamento são incluídos constantes de tempos adimensionais que representam o tempo de deslocamento do vórtice emitido.

O ângulo de estol dinâmico, α_{ed} , é definido utilizando a formulação de Boeing-Vertol na forma:

$$\alpha_{ed} = \alpha_{ee} - C_{L\alpha} \left(\frac{c \dot{\alpha}_{ee}}{2W} \right)^{1/2} \quad (3.7)$$

onde $C_{L\alpha}$ é a inclinação da curva de sustentação. Na região linear $|\alpha| < |\alpha_{ee}|$, o modelo utiliza valores estáticos tabulados dependentes do número de Reynolds:

$$C_L = C_{Lest}(\alpha) \quad (3.8a)$$

$$C_D = C_{Dest}(\alpha) \quad (3.8b)$$

na região $|\alpha_{ee}| < |\alpha| < |\alpha_{ed}|$ a sustentação é determinada por interpolação linear e o arrasto continua sendo obtido nas condições estáticas:

$$C_L = C_{L\alpha} \sin \alpha \quad (3.9a)$$

$$C_D = C_{Dest}(\alpha) \quad (3.9b)$$

quando o ângulo de ataque alcança o pico máximo ($\alpha = \alpha_{\max}$) e os coeficientes aerodinâmicos são superiores ou iguais aos coeficientes máximos é imposta uma lei de decrescimento exponencial até se atingir o ângulo de estol estático:

$$C_L = (C_{L_{\max}} - C_{L_{EE}}) \exp\left\{-\frac{(\psi - \psi_0)2R}{\tau_L c}\right\} + C_{L_{EE}} \quad (3.10a)$$

$$C_D = C_L \tan \alpha \quad (3.10b)$$

onde ψ_0 é a posição azimutal onde inicia a região de separação, R é a posição radial do aerofólio, c é a corda. $\tau_L = 1.0$ é uma constante de tempo adimensional que registra o instante em que o aerofólio alcança seu coeficiente de sustentação máximo. O modelo supõe que isto ocorre quando o vórtice emitido a partir do bordo de ataque atinge a metade da corda do aerofólio. Considera-se que o vórtice viaja com a metade da velocidade da corrente livre. $C_{L_{EE}}$ é o coeficiente de sustentação estático para $\alpha = \alpha_{ce}$.

O termo $C_{L_{\max}}$ é obtido em função do *parâmetro de estol dinâmico* $\left|\frac{c\dot{\alpha}}{W}\right|$:

$$C_{L_{\max}} = 1.0 + 40\left|\frac{c\dot{\alpha}}{W}\right| \quad \text{para} \quad 0 \leq \left|\frac{c\dot{\alpha}}{W}\right| \leq 0.05 \quad (3.11a)$$

$$C_{L_{\max}} = 3.0 \quad \text{para} \quad \left|\frac{c\dot{\alpha}}{W}\right| > 0.05 \quad (3.11b)$$

Um equacionamento similar é dado para o coeficiente de momento porém não utilizado em nossa análise e portanto não incluído no presente trabalho.

3.3.1 MIT em Turbinas Eólicas

Paraschivoiu e Allet [25] apresentam a modelagem das forças aerodinâmicas em TEEV utilizando o método MIT junto ao modelo de múltiplos tubos de corrente, fazendo uma análise comparativa junto ao modelo de Boeing-Vertol. Yeznasni [86] utiliza o modelo na análise da performance de TEEH.

3.4 Modelo Indicial

Em regime não-estacionário, um elemento de pá pode estar submetido a uma combinação de movimentos modificando no tempo o ângulo de ataque e o ângulo de passo. Isto provoca uma perturbação no campo de escoamento modificando as forças aerodinâmicas. A resposta desta perturbação pode ser determinada considerando a superposição de respostas individuais, aproximadas no modelo por funções indiciais. Uma *função indicial* é definida como a resposta do campo de escoamento a uma perturbação provocada por uma pequena mudança de posição do aerofólio quando submetido a um movimento arbitrário. No modelo, duas funções de resposta Indicial são empregadas: i) uma para resolver a força de natureza *circulatória* construída rapidamente na trajetória dos primeiros comprimentos da corda do aerofólio, tendendo posteriormente à aproximar-se das condições estacionárias; ii) outra para resolver a força aerodinâmica de natureza *impulsiva* (não-circulatória) que decai rapidamente no tempo. A resposta total é obtida pelo princípio de superposição utilizando a integral de Duhamel construindo o efeito acumulativo do histórico temporal arbitrário do ângulo de ataque. O modelo é aqui apresentado em forma resumida, ficando a fundamentação teórica referida principalmente aos trabalhos de Beddoes [87] e Leishman e Beddoes [88-89].

O modelo é dividido em três sistemas que representam as soluções de diferentes regimes de escoamento em condições não-estacionárias: 1) Uma solução do *escoamento sem separação*, envolvendo forças não-estacionárias com características lineares; 2) Uma solução do *escoamento com separação* para forças aerodinâmicas não lineares; 3) Uma solução de *estol dinâmico* provocando forças aerodinâmicas por emissão de vórtices.

No escoamento sem separação as forças aerodinâmicas são obtidas utilizando funções de resposta Indicial e superposição linear. O tratamento dos efeitos aerodinâmicos não lineares ocorridos em escoamento com separação são derivados da teoria de Kirchhoff. Esta teoria relaciona a sustentação ao ângulo de ataque e à separação iniciada no bordo de fuga. Se utilizam dados experimentais de estol estático para se obter parâmetros que permitem definir a posição do ponto de separação e reconstruir as forças aerodinâmicas não lineares para qualquer ângulo de ataque. Para representar os efeitos mais acentuados de estol dinâmico, um terceiro subsistema é utilizado que leva em consideração as forças aerodinâmicas induzidas pela emissão de vórtices. O modelo simula os efeitos dinâmicos do desenvolvimento da vorticidade dentro de um vórtice concentrado no bordo de ataque, a trajetória superficial do vórtice, e sua dissipação na esteira. A sustentação induzida pelo vórtice é modelada por um excesso acumulativo da circulação que é retida na proximidade do bordo de ataque até condições críticas provoquem a separação. A sustentação por vórtice acumulada é então assumida diminuindo à medida que o vórtice se desloca próximo da superfície do aerofólio em direção da borda de fuga.

No equacionamento apresentado, o aerofólio é considerado fixo numa determinada posição, podendo girar em torno do eixo posicionado a $\frac{1}{4}$ da corda a partir da borda de ataque. Na movimentação muda seu ângulo de ataque, α , e seu ângulo de passo, θ . Nestas condições a força aerodinâmica resultante é originada por duas forças, uma de origem *circulatório* determinada pela teoria de fluxo potencial e outra de origem *não-circulatório* determinada utilizando a teoria de pistão (ver Bisplinghoff et al. ref.[90]). A interpretação física da força não-circulatória pode ser dada em função da energia de um sistema de ondas acústicas originados pelo movimento inicial do aerofólio. Este consiste de uma onda de compressão atuando sobre uma superfície do aerofólio e uma onda expansão atuando na outra superfície. As perturbações originadas pelo sistema de ondas de choque propagam-se rapidamente para atrás da região do bordo de fuga provocando um decaimento rápido da magnitude inicial da força. É também conhecida como *força Indicial*, e no caso de fluido incompressível, como *força de massa aparente* ou *força de massa virtual*.

A adimensionalização temporal das equações é dada pelo termo $\tau=2Ut/c$ onde U é a velocidade de corrente livre, c a corda do aerofólio e t o tempo real do evento. O termo τ pode ser também considerado como uma distância relativa, atravessada pelo aerofólio em função do número de semicordas no tempo do evento. São utilizadas diferentes constantes de tempo para caracterizar os regimes de escoamento e controlar a posição do vórtice emitido. O modelo é generalizado para fluido compressível, utilizando o número de Mach como parâmetro nas equações. Pela faixa de velocidades subsônicas que dominam o escoamento, na análise em turbinas eólicas, tal parâmetro não tem a importância encontrada no caso das pás de helicópteros.

3.4.1 Regime sem Separação

Num escoamento potencial não-estacionário, a componente normal da sustentação C_N^p , de um aerofólio oscilando em torno do ângulo de posição é dada por três componentes: uma de natureza *circulatória* e duas de natureza *impulsiva*.

$$C_N^p = C_N^c + C_N^{I\alpha} + C_N^{Iq} \quad (3.12a)$$

$$C_N^p(\tau) = C_{L\alpha} \Delta\alpha \phi_c(\tau) + \phi_{I\alpha}(\tau) \Delta\alpha + \phi_{Iq}(\tau) \Delta q \quad (3.12b)$$

onde C_N^c é a *componente normal por circulação* devido à variação do ângulo de incidência $\Delta\alpha$. A função Indicial que representa tal resposta é dada por:

$$\phi_c(\tau) = 1 - A_1 \exp(-b_1 \tau) - A_2 \exp(-b_2 \tau) \quad (3.13)$$

onde $A_1=0.3$, $A_2=0.7$, $b_1=0.14$ e $b_2=0.53$. A função é mostrada graficamente na Fig.3.1.

A resposta da *componente normal impulsiva* por variação do ângulo de ataque, $C_N^{I\alpha}$, é dada pela função Indicial:

$$\phi_{I\alpha}(\tau) = \frac{4}{M} \exp\left(-\frac{\tau}{K_I T_I^*}\right) \quad (3.14)$$

onde $T_I^* = T_I / t_c$ com $T_I = c/a$ uma constante de tempo impulsiva (a é a velocidade do som). t_c é uma constante de tempo característico dada por $t_c = c/2U$. Para escoamento incompressível $K_I=0.75$. A função é representada na Fig.3.2a.

A variação temporal do ângulo de passo, Δq , origina a *componente normal impulsiva*, C_N^{Iq} . Na forma adimensional esta variação é dada por $\Delta q = \Delta \theta c/U$, onde $\theta(t)$ é o ângulo de passo. A função Indicial (Fig.3.2b) para esta força é dada por:

$$\phi_{Iq}(\tau) = -\frac{1}{M} \exp\left(-\frac{\tau}{K_I T_I^*}\right) \quad (3.15)$$

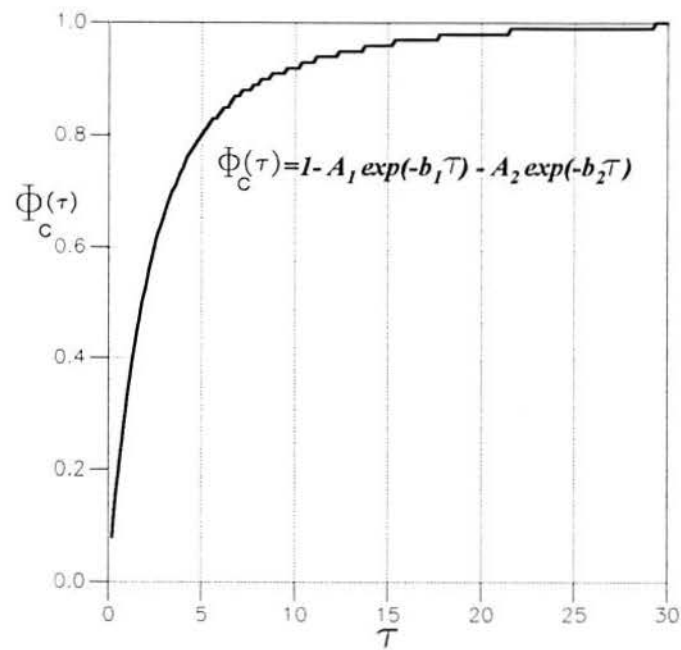
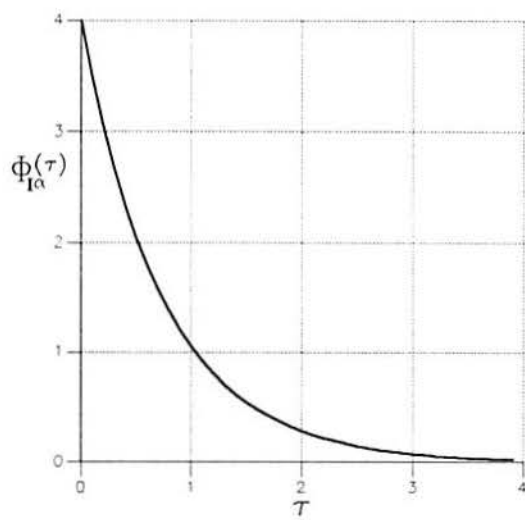
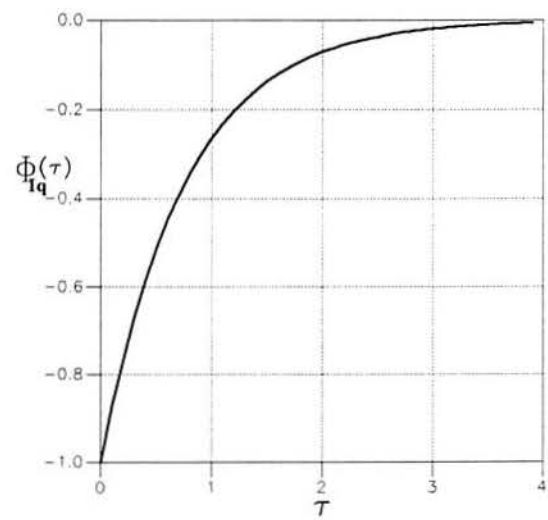


Figura 3.1 Função Indicial por efeito da circulação



a) Efeito do ângulo de ataque



b) Efeito do ângulo de giro

Figura 3.2 Função Indicial impulsiva

3.4.1.1 Implementação Numérica (Região sem Separação)

Os resultados numéricos são aperfeiçoados considerando um algoritmo híbrido, como descrito em Beddoes [87]. Neste se utiliza o conceito de *função de deficiência* representando a “deficiência” do ângulo de ataque devido a efeitos não-estacionários. As equações são implementadas considerando um *ângulo de ataque equivalente* $\alpha_E(\tau) = \phi_C(\tau)\Delta\alpha$. Na forma discretizada (para um instante n) o *coeficiente normal por circulação* é dado por:

$$\begin{aligned}
 C_{N_n}^C &= C_{L\alpha} \alpha_{E_n}(\tau) \\
 \alpha_{E_n}(\tau) &= \alpha_n - D_{C1_n} - D_{C2_n} \\
 D_{C1_n} &= D_{C1_{n-1}} \exp(-b_1 \Delta\tau) + A_1 \Delta\alpha_n \exp(-b_1 \Delta\tau) \\
 D_{C2_n} &= D_{C2_{n-1}} \exp(-b_2 \Delta\tau) + A_2 \Delta\alpha_n \exp(-b_2 \Delta\tau)
 \end{aligned} \tag{3.16}$$

onde D_{C1} e D_{C2} são as *funções de deficiência por circulação*. As componentes da força impulsiva são também dadas em termo de funções de deficiências. A força impulsiva por variação do ângulo de ataque é dada por:

$$\begin{aligned}
 C_{N_n}^{I\alpha} &= \frac{4K_I T_I}{M} \left(\frac{\Delta\alpha}{\Delta\tau t_c} - D_{I_n}^\alpha \right) \\
 D_{I_n}^\alpha &= D_{I_{n-1}}^\alpha \exp\left(\frac{-\Delta\tau}{K_I T_I^*}\right) + \left(\frac{\Delta\alpha_n - \Delta\alpha_{n-1}}{\Delta\tau t_c} \right) \exp\left(\frac{-\Delta\tau}{2K_I T_I^*}\right)
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

e a componente normal pela contribuição impulsiva do movimento do ângulo de passo é dada por:

$$\begin{aligned}
 C_{N_n}^{Iq} &= -\frac{K_I T_I}{M} \left(\frac{\Delta q}{\Delta\tau t_c} - D_{I_n}^q \right) \\
 D_{I_n}^q &= D_{I_{n-1}}^q \exp\left(\frac{-\Delta\tau}{K_I T_I^*}\right) + \left(\frac{\Delta q_n - \Delta q_{n-1}}{\Delta\tau t_c} \right) \exp\left(\frac{-\Delta\tau}{2K_I T_I^*}\right)
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

Na Eq.3.18, o termo discretizado da variação do ângulo de passo é dado por:

$$\Delta q_n = \left(\frac{\dot{\theta}_n - \dot{\theta}_{n-1}}{\Delta \tau} \right) \quad (3.19)$$

o termo $\Delta \tau$ utilizado nas expressões anteriores pode ser considerado como constante dada por: $\Delta \tau = 2U\Delta t/c$, ou determinado em forma discreta pela expressão: $\Delta \tau = \tau_n - \tau_{n-1}$.

Na forma discreta, o coeficiente total da força normal é dado pela superposição das contribuições circulatoria e impulsiva:

$$C_{N_n}^P(\tau) = C_{N_n}^C(\tau) + C_{N_n}^I(\tau) \quad (3.20)$$

O coeficiente da força tangencial é derivado da sustentação por circulação, utilizando o ângulo de ataque equivalente previamente definido:

$$C_{T_n}^P(\tau) = C_{L\alpha} \tan \alpha_{E_n} \approx C_{L\alpha} \alpha_{E_n}^2 \quad (3.21)$$

A resposta não-estacionária do coeficiente da força de arrasto (por pressão) é obtido utilizando os coeficientes das forças normal e tangencial:

$$C_{D_n}(\tau) = C_{N_n}^P(\tau) \sin \alpha - C_{T_n}^P(\tau) \cos \alpha \quad (3.22)$$

Na Figura 3.3 são representados os coeficientes aerodinâmicos e ângulos de ataque definidos no modelo.

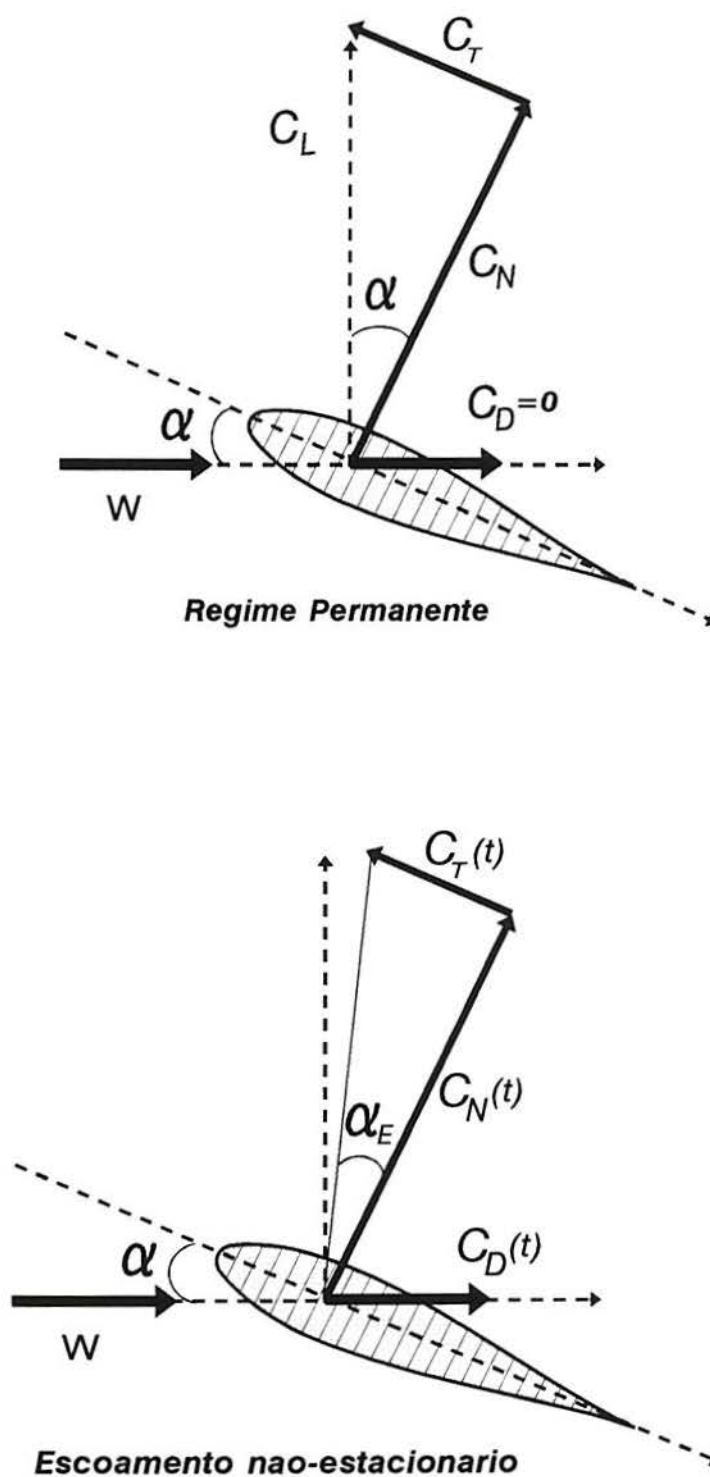


Figura 3.3 Coeficientes aerodinâmicos e ângulos de ataque definidos no modelo

3.4.2 Regime Não-Linear

O comportamento aerodinâmico não-linear em aerofólios se deve a efeitos viscosos e à interação das regiões viscosa e potencial. O regime não-linear é modelado por dois tipos de separação: i) separação próxima do bordo de ataque por efeitos abruptos na distribuição de pressão ou por efeitos de choque induzido (em fluxo supercrítico); ii) separação progressiva originada no bordo de fuga.

3.4.2.1 Separação no Bordo de Ataque.

Um dos aspectos mais importantes no modelamento do estol dinâmico é a definição das condições em que ocorre a separação no bordo de ataque, originada em velocidades subsônicas por efeitos transientes da distribuição de pressão. O modelo utiliza para monitorar esta separação o *coeficiente de sustentação crítica*, C_{Ncrit} , a partir do qual se considera o início do estol. Como se aprecia na Fig.3.4, este varia em função do número de Mach, apresentando duas regiões: uma dominada pela separação no bordo de ataque, originada pela distorção da distribuição de pressão, e outra (para $M > 0.3$) originada por ondas de choque em fluxo supercrítico.

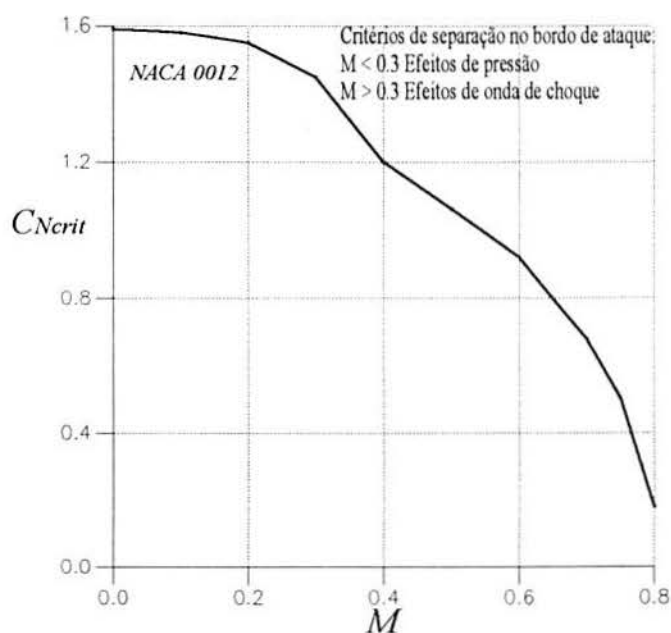


Figura 3.4 Coeficiente normal crítico (separação no bordo de ataque)

Testes em condições dinâmicas sem separação mostram que existe um atraso de fase do pico de pressão com respeito à força normal instantânea. Tal atraso é geralmente linear dentro de uma faixa de frequência reduzida, aumentando com o aumento do número de Mach. No modelo representa-se tal comportamento por uma função de deficiência com decaimento exponencial, incluindo uma constante de tempo T_P :

$$C'_{N_n} = C_{N_n}^P - D_{P_n} \quad (3.23)$$

$$D_{P_n} = D_{P_{n-1}} \exp\left(\frac{\Delta\tau}{T_P}\right) + (C_{N_n}^P - C_{N_{n-1}}^P) \exp\left(\frac{\Delta\tau}{2T_P}\right)$$

Nesta representação, se considera que a separação induzida no bordo de ataque é iniciada, nas condições dinâmicas, quando o valor de C_N , supera o valor da *sustentação crítica*, $C_{N_{crit}}$. Também é utilizado como um indicador das condições que permitem o reacondicionamento do fluxo, isto é, quando C_N é menor que $C_{N_{crit}}$. A constante T_P obtida empiricamente é função do número de Mach (ver Tab.3.1) mostrando-se independente da geometria do aerofólio.

3.4.2.2 Separação no Bordo de fuga

As perdas de circulação associadas com a progressiva *separação do bordo de fuga* introduzem efeitos não-lineares na sustentação, momento de giro e arrasto, especialmente próximo da sustentação máxima. Tal efeito pode também atrasar o início da *sustentação crítica* $C_{N_{crit}}$. Para considerar estes efeitos o modelo utiliza a teoria de Kirchhoff (ver por exemplo Ref.[90]). Nela se consideram regiões de fluxo separado numa placa plana, onde o ponto de separação x_{sep} , é adimensionalizado pela corda: $f = x_{sep}/c$. (Fig.3.5).

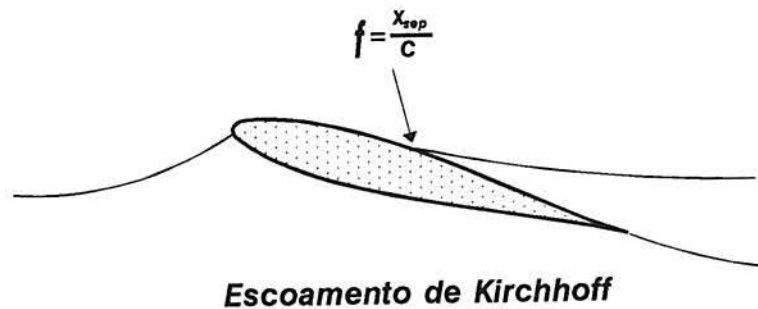


Figura 3.5 Esquema de separação na região do bordo de fuga

O coeficiente de sustentação em regime permanente que representa as condições de separação do fluxo é então aproximada pela expressão:

$$C_N^K = 0.25C_{L\alpha} (1 + f^{1/2})^2 \alpha \quad (3.24)$$

O modelo fornece as relações entre o ponto de separação e o ângulo de ataque obtidas a partir de curvas experimentais (de testes estáticos) na forma:

$$f = 1 - 0.3 \exp\left(\frac{\alpha - \alpha_1}{S_1}\right) \quad \text{Para } \alpha \leq \alpha_1 \quad (3.25a)$$

$$f = 0.044 - 0.66 \exp\left(\frac{\alpha_1 - \alpha}{S_2}\right) \quad \text{Para } \alpha > \alpha_1 \quad (3.25b)$$

onde α_1 é ângulo de ataque correspondente ao ponto de separação que delimita as regiões sem e com separação. Nas condições estáticas $f \approx 0.7$ na maior parte dos aerofólios. Os parâmetros S_1, S_2 definem as características de estol estático e, junto com α_1 , são determinados para diferentes números de Mach (Tab.3.1) a partir de dados experimentais. Na Fig3.6 mostra-se a curva característica para aerofólio NACA 0012 obtidas com $M=0.3$.

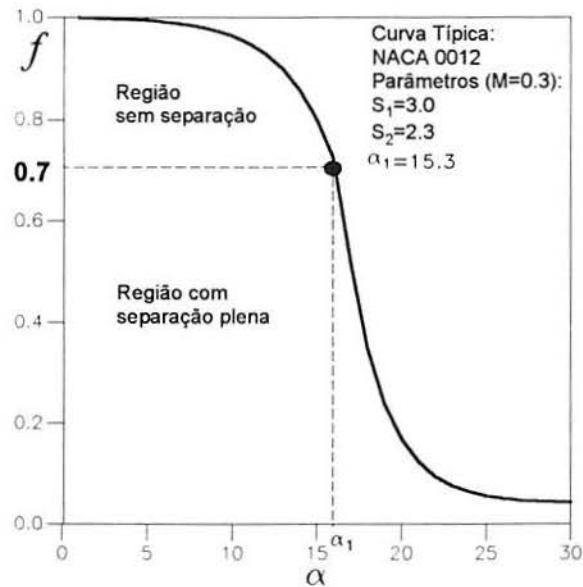


Figura 3.6 Modelo de separação na região do bordo de fuga

Com a mesma conceituação da lei de Kirchhoff, a expressão do arrasto é dada como:

$$C_D^K = 0.25C_{L\alpha}(1 - f^{1/2})^2 \alpha^2 \quad (3.26)$$

No escoamento sem separação em condições reais (fluido viscoso), o aerofólio não alcança os 100% do valor da força tangencial que deveria atingir idealmente como num escoamento potencial. Para incluir tal efeito se utiliza o fator η , com valor típico de 95%. Desta forma, o coeficiente da força tangencial é obtido pela relação:

$$C_T^K = \eta(C_N^K \alpha - C_D^K) \quad (3.27a)$$

$$C_T^K = \eta C_{L\alpha} \alpha^2 \sqrt{f} \quad (3.27b)$$

3.4.2.3 Efeitos Transientes Afetando a Separação

No escoamento não-estacionário existe uma modificação do ponto de separação devido a efeitos transientes na distribuição de pressão e na resposta da camada limite. Para tal o modelo incorpora um equacionamento que modifica o valor do ponto de separação, dado em condições estáticas (Eq. 3.25). Se inclui para isto um *ponto de separação efetivo*, f_E , que considera os efeitos transientes de pressão. Finalmente se utiliza uma função de deficiência para corrigir f_E devido ao atraso linear provocado pelos efeitos da resposta transiente da camada limite.

O ponto de separação efetivo, f_E , que leva em consideração a resposta não estacionária da distribuição de pressão, é obtido a partir de um *ângulo de ataque efetivo* determinado pela relação:

$$\alpha_f(\tau) = \frac{C'_N(\tau)}{C_{L\alpha}(\alpha)} \quad (3.28)$$

determinado o ângulo de ataque efetivo, o ponto de separação efetivo, f_E , é obtido pela Eq. 3.25.

O ponto de separação, f_E , apresenta um atraso linear em relação à variação estática com o aumento do ângulo de incidência. Tal efeito é representado por uma função de deficiência com decaimento exponencial:

$$f_{E_n}^* = f_{E_n} - D_{f_n} \quad (3.29)$$

$$D_{f_n} = D_{f_{n-1}} \exp\left(\frac{\Delta\tau}{T_f}\right) + (f_{E_n} - f_{E_{n-1}}) \exp\left(\frac{\Delta\tau}{2T_f}\right)$$

onde a constante de tempo adimensional, T_f , é dependente do número de Mach (ver Tab.3.1).

O coeficiente normal que incorpora os efeitos transientes da distribuição de pressão e camada limite na separação não-estacionária é dado por:

$$C_{N_n}^* = C_{N_n}^K + C_{N_n}^I \quad (3.30a)$$

$$C_{N_n}^* = C_{N\alpha} \left(\frac{1 + \sqrt{f_n^*}}{2} \right)^2 \alpha_{E_n}(\tau) + C_{N_n}^I \quad (3.30b)$$

Da mesma forma, o coeficiente da força tangencial é dado como:

$$C_{T_n}^* = \eta C_{L\alpha} \alpha_{E_n}^2(\tau) \sqrt{f_n^*} \quad (3.31)$$

3.4.3 Regime de Estol Intenso

No caso geral de estol dinâmico o fenômeno envolve a formação de um vórtice próximo do bordo de ataque que posteriormente se separa da superfície do aerofólio sendo arrastado pela corrente. A experiência mostra que, até o vórtice não separar-se, não existem mudanças significativas na distribuição de pressão. Nestas condições, o comportamento das forças aerodinâmicas acontece praticamente sem interferência do vórtice. Após o despreendimento do vórtice, o fenômeno de estol dinâmico é governado por processos com efeitos qualitativamente similares para diversos tipos de movimentos como giro, oscilação e salto do aerofólio.

O modelo utiliza uma formulação que considera a contribuição do vórtice como um excesso acumulativo da circulação retida na vizinhança do aerofólio até surgir uma condição crítica. O efeito do vórtice na sustentação (Fig.3.7) é modelado como sendo representado pela diferença entre o valor instantâneo da sustentação linear e a sustentação não-linear em condições não-estacionárias, obtida pela aproximação de Kirchhoff:

$$C_{V_n} = C_{N_n}^C - C_N^K$$

$$C_{V_n} = C_{N_n}^C (1 - K_{N_n}) \quad (3.32)$$

$$K_{N_n} = 0.25(1 + \sqrt{f_n^*})^2$$

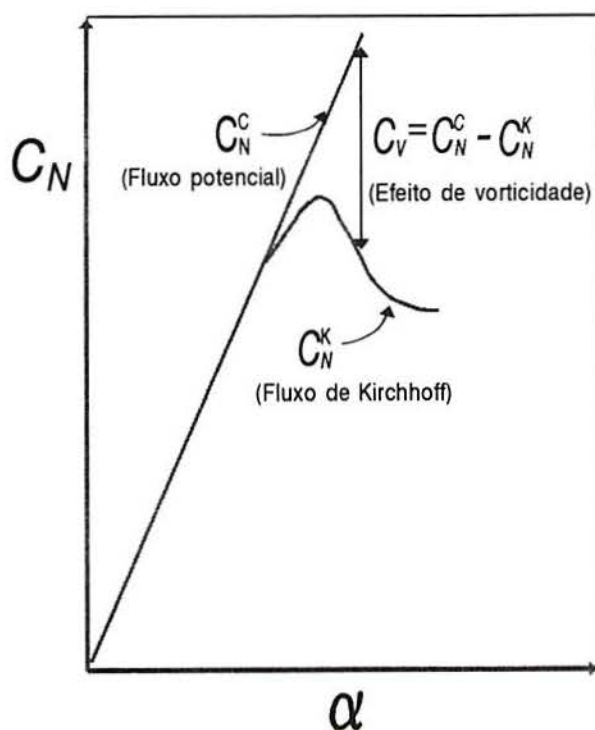


Fig. 3.7 Coeficiente aerodinâmico por efeito de vórtice

A sustentação acumulada é modelada com decaimento exponencial no tempo. Tal aproximação é dada na forma discreta como:

$$C_{N_n}^V = C_{N_{n-1}}^V \exp\left(\frac{\Delta\tau}{T_V}\right) + (C_{V_n} - C_{V_{n-1}}) \exp\left(\frac{\Delta\tau}{2T_V}\right) \quad (3.33)$$

onde T_V é a constante de tempo adimensional por efeito de vórtice (ver Tab.3.1). Finalmente, sob condições de estol dinâmico, o coeficiente normal é dado por:

$$C_{N_n}(\tau) = C_{N_n}^*(\tau) + C_{N_n}^V(\tau) \quad (3.34)$$

As mudanças abruptas devido a separação no bordo de ataque, são monitoradas considerando que se manifestam quando C_N excede o valor crítico C_{Ncrit} . Neste instante, se supõe que o vórtice acumulado se desloca sobre a superfície do aerofólio. Durante o processo deslocamento do vórtice a sustentação por efeito do mesmo é determinada com a Eq.3.27 finalizando sua acumulação quando o vórtice atinge o bordo de fuga sendo posteriormente emitido dentro da esteira. Para identificar a trajetória da posição do vórtice um parâmetro de tempo adimensional, τ_v , é considerando: i) $\tau_v=0$ nas condições iniciais de convecção do vórtice; ii) $\tau_v=T_{vl}$ quando o vórtice alcança o bordo de fuga. Desta forma, o processo de emissão do vórtice é dado no intervalo $0 < \tau_v < T_{vl}$. Tanto a constante de tempo adimensional do decaimento no tempo do vórtice, T_v , como o tempo adimensional em que o vórtice atravessa a corda do aerofólio, T_{vl} , são determinados empiricamente, mostrando-se independente do número de Mach e insensíveis à geometria do aerofólio.

3.4.3.1 Condições Oscilatórias

Sob condições oscilatórias o modelo considera os fenômenos induzidos pelas características cinemáticas no processo de separação e emissão de vórtices. Durante o processo de emissão de vórtice, as mudanças da pressão ocorridas são suficientes para acelerar o desenvolvimento progressivo da separação do bordo de ataque. Este fenômeno é considerado no modelo utilizando a metade da constante de tempo T_f da camada limite. Desta forma, a taxa de movimento para frente do ponto de separação é acelerado quando $f < 0.7$ ou durante a emissão de vórtice ($0 < \tau_v < T_{vl}$). Após o vórtice ter passado pelo bordo de fuga do aerofólio, se considera que a sustentação por vórtice decai mais rapidamente considerado isto no modelo ao duplicar o tempo T_v no período entre $0 < \tau_v < 2T_{vl}$.

Se a direção do movimento muda durante a trajetória do vórtice, os dados experimentais mostram que o ponto de separação move-se na direção do bordo de ataque e que a sustentação por efeito do vórtice decai mais rapidamente (metade do tempo instantâneo T_v). Além disso, durante a presença do vórtice a re-acomodação do fluxo sem separação é retardado consideravelmente até que o vórtice é arrastado à jusante ($\tau_v > 2T_{vl}$) sendo modelado pelo termo $4T_f$. Esta modificação é superada quando $C_N < C_{Ncrit}$ sendo que o processo de reacondicionamento do fluxo procede posteriormente com a metade da constante de tempo T_f .

Os efeitos de histerese no processo de reacondicionamento do fluxo são modelados utilizando um desvio do termo α_1 utilizado na curva de ajuste do parâmetro de separação f .

$$\alpha_1^* = \alpha_1 - (1 - f_n^*)^{0.25} \Delta\alpha_1 \quad (3.35)$$

onde $\Delta\alpha_1$ é dado como função do tipo de aerofólio e número de Mach (ver Tab.3.1). Tal procedimento é invocado quando a razão de mudança da incidência efetiva é negativa, e tem como efeito um movimento do ponto de separação mais rapidamente na direção do bordo de ataque antes do início do processo de re-estabelecimento do fluxo sem separação.

Tabela 3.1 Coeficientes utilizados no modelo Indicial

M	0.30	0.40	0.50	0.60	0.7	0.75	0.8
C_{La}	15.25	12.5	10.5	8.5	8.5	5.6	3.5
$\Delta\alpha_1$	2.1	2.0	1.45	1.0	0.8	0.2	0.1
S_1	3.0	3.25	3.5	4.0	4.5	3.5	0.7
S_2	2.3	1.6	1.2	0.7	0.5	0.8	0.18
C_{Ncrit}	1.45	1.2	1.05	0.92	0.68	0.5	0.18
T_p	1.7	1.8	2.0	2.5	3.0	3.3	4.3
T_f	3.0	2.5	2.2	2.0	2.0	2.0	2.0
T_v	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	4.0
T_{vl}	7.0	9.0	9.0	9.0	9.0	9.0	9.0

Em muitos casos de movimento oscilatório apresenta-se o fenômeno de múltipla emissão de vórtices, especialmente para alta incidência e baixa frequência reduzida. Isto manifesta-se como múltiplos picos da força normal em que os picos secundários são geralmente os mais significativos. Em alta incidência, a frequência de emissão de vórtice tem um valor muito próximo do número de Strouhal $St=0.20$, e parece independente do número de Mach. No modelo, tal efeito é incluído permitindo incrementos secundários na sustentação por vórtice (Eqs.3.27 e 3.28) após um tempo adimensional T_{st} (em vez de T_{vl}) correspondendo a um número de Strouhal efetivo baseado na posição do ponto de separação:

$$T_{st} = \frac{2(1 - f^*)}{St} \quad (3.36)$$

3.4.4 Considerações da Aplicação do Modelo Indicial

Harris et al. [5] apresentam resultados das forças aerodinâmicas em TEEV utilizando este modelo acoplado ao modelo de múltiplos tubos de correntes. Os resultados comparativos com dados experimentais mostram boa concordância da força normal. As maiores divergências nos resultados apresentam-se na força tangencial. O modelo é utilizado também por Jiang et al. [91] e Liu et al.[92] para TEEV. Apresentam-se resultados da potência da turbina, porém, sem análise das forças aerodinâmicas nas condições de estol dinâmico.

No presente trabalho, foram feitas algumas tentativas para utilizar o modelo Indicial, obtendo-se resultados preliminares satisfatórios para a modelagem do regime linear em testes com aerofólios em movimento oscilatório senoidal. Contudo, os esforços em implementar o algoritmo computacional, considerando todos os regimes previsto no modelo, não obtiveram o sucesso esperado. Portanto, os resultados obtidos não foram considerados apropriados para serem incluídos no trabalho. Mesmo assim, a apresentação do modelo torna-se de grande importância, já que permite fazer uma análise comparativa da metodologia utilizada para a abordar problema, em especial em contraposição ao modelo de ONERA, proposto no presente trabalho (e explicado no Cap.4), uma vez que ambos são modelos de segunda geração e tratam o problema de maneira diferente. Além disso, na análise das expressões para o coeficiente de arrasto abordadas no Cap. 5, se emprega a apresentada por Beddoes [87], que fundamenta-se na teoria de Kirchhoff, explicada no modelo Indicial.

3.5 Aplicação dos Modelos MIT e Boeing-Vertol

Os resultados das forças normal e tangencial (adimensionais), para diferentes relações de velocidades são mostradas a seguir utilizando os modelos MIT e Boeing-Vertol. Para tais testes se utilizou, como no Cap.2, os dados experimentais de Harris [5]. Para redução do tempo computacional, os valores de ângulo de ataque e velocidade requeridos na modelagem também foram utilizados a partir desta referência.

3.5.1 Regime de Estol Dinâmico Superficial

Nas Fig.3.8 a Fig.3.11 mostram-se comparativamente os modelos Boeing-Vertol e MIT para $\lambda=4.1$ e $\lambda=3.86$, respectivamente. Observa-se um comportamento semelhante entre os modelos. A força tangencial (de ambos modelos) mostram-se deficiente (Fig.3.9 e Fig.11) quando comparada com os resultados obtidos no Cap.2 nas mesmas condições (Fig.2.16 e Fig.2.17), sem modelagem de estol dinâmico. Na primeira semi-trajetória do rotor, o ângulo de ataque máximo está em torno de $\alpha=-13^\circ$, e na segunda semi-trajetória em torno de $\alpha=7^\circ$. Nestas condições o fenômeno de estol dinâmico manifesta-se superficialmente prevalecendo os efeitos de um comportamento linear das curvas de sustentação e arrasto.

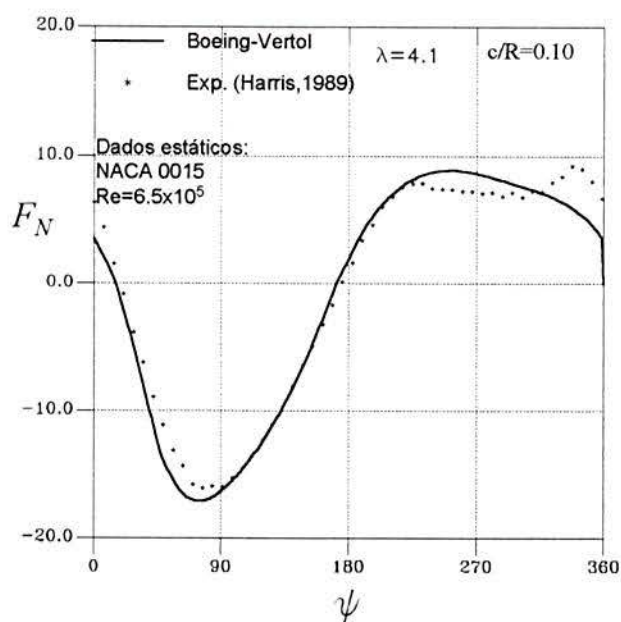
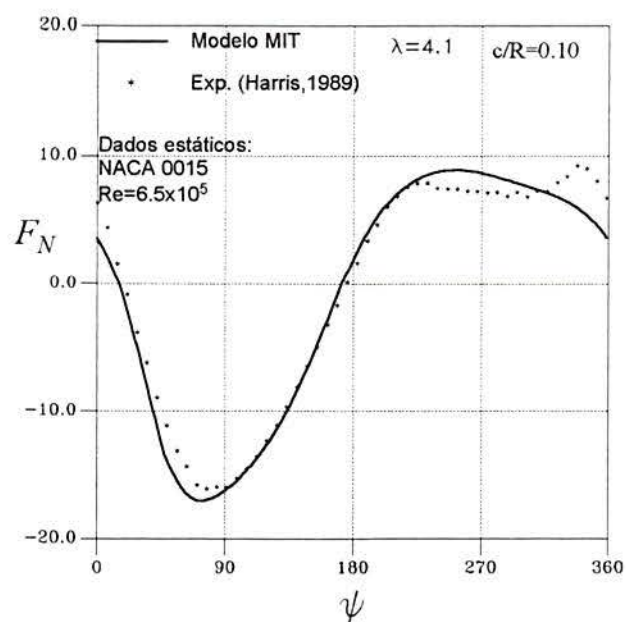
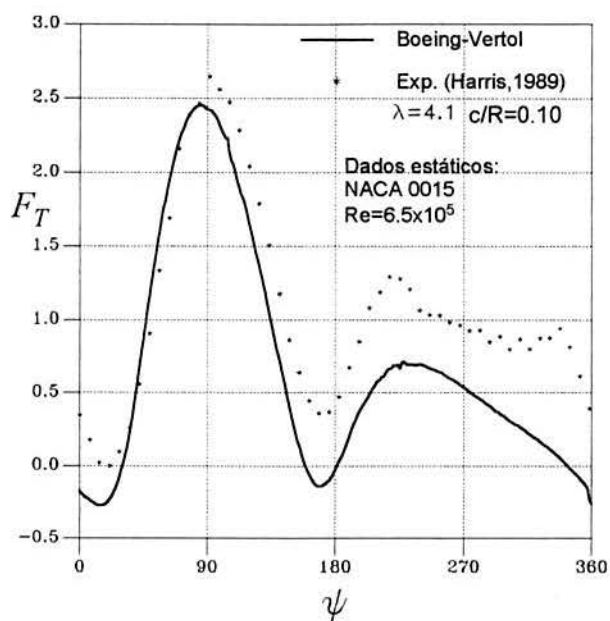
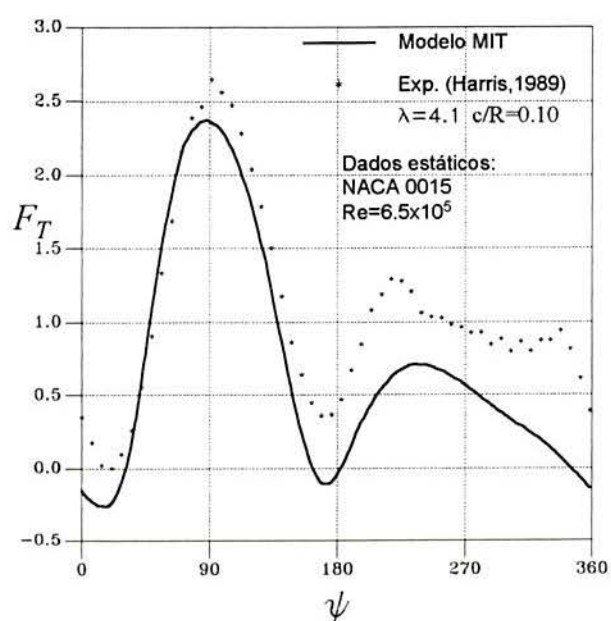
3.5.2 Regime de Estol Dinâmico Intenso

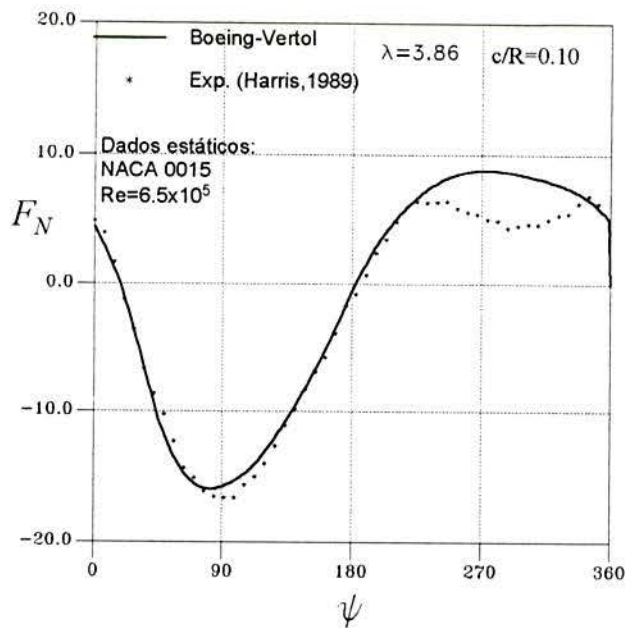
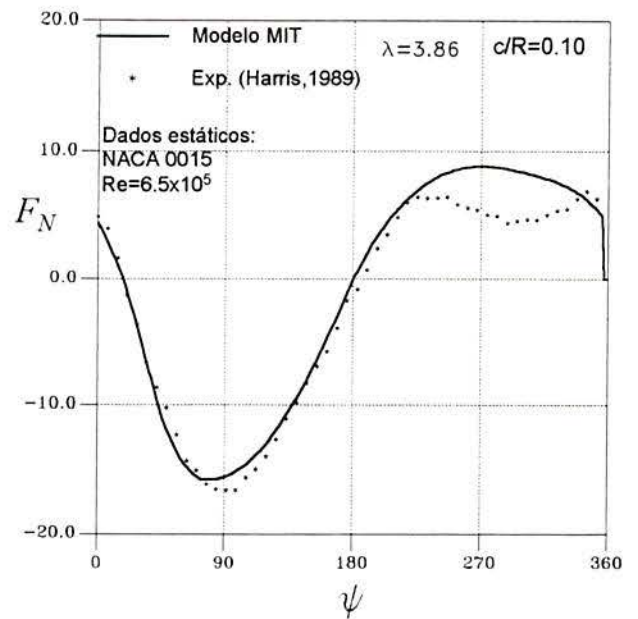
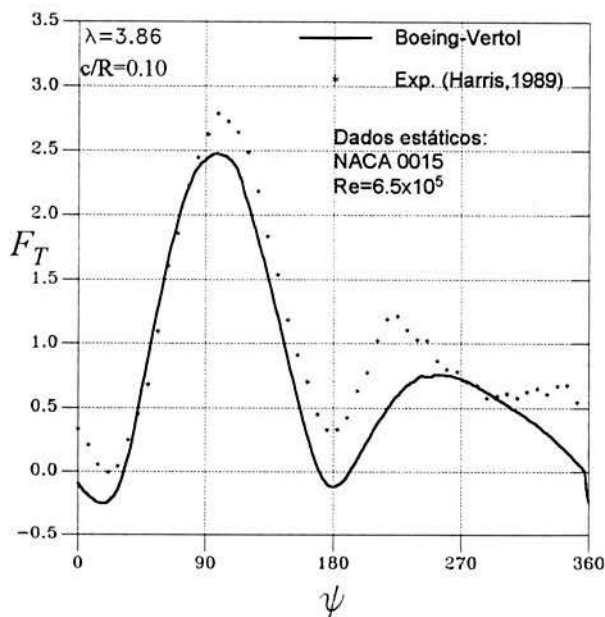
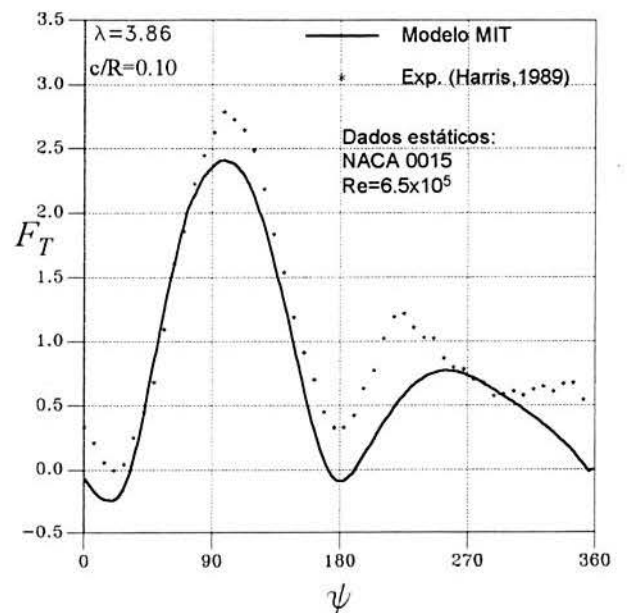
As Figuras 3.12 a 3.17 mostram os resultados em condições de estol dinâmico intenso em que α tem grande amplitude de oscilação, superando o consideravelmente o ângulo de estol estático. Para $\lambda=2.64$ observa-se que a força normal (Fig.3.12) é modelada de forma apropriada por ambos modelos. No caso da força tangencial (Fig.3.13) os modelos apresentam um comportamento bem diferente entre si, afastando-se ambos dos resultados experimentais. O modelo Boeing-Vertol (Fig.3.13a) mostra vários picos, enquanto o modelo MIT apresenta somente os dois picos (Fig.3.13b) tal como nos resultados experimentais.

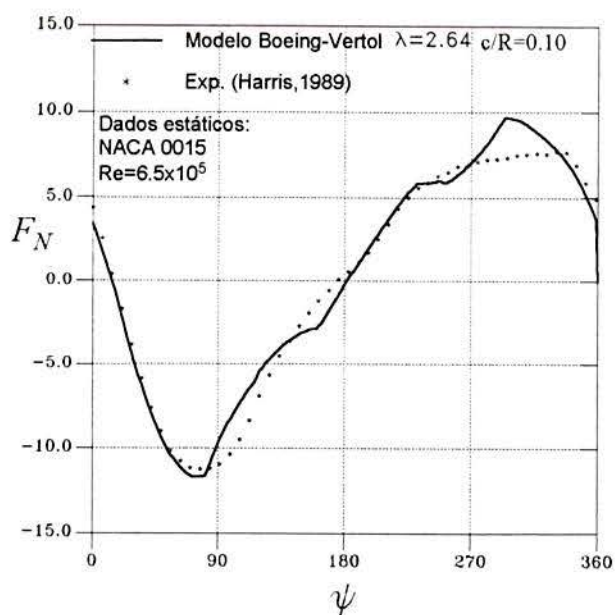
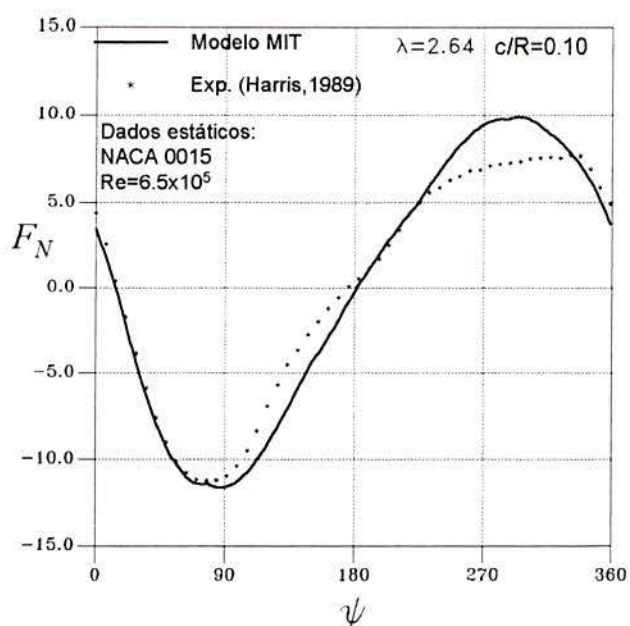
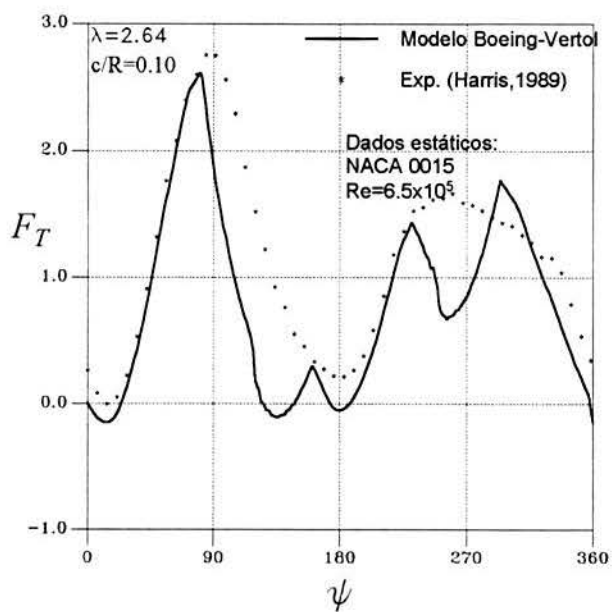
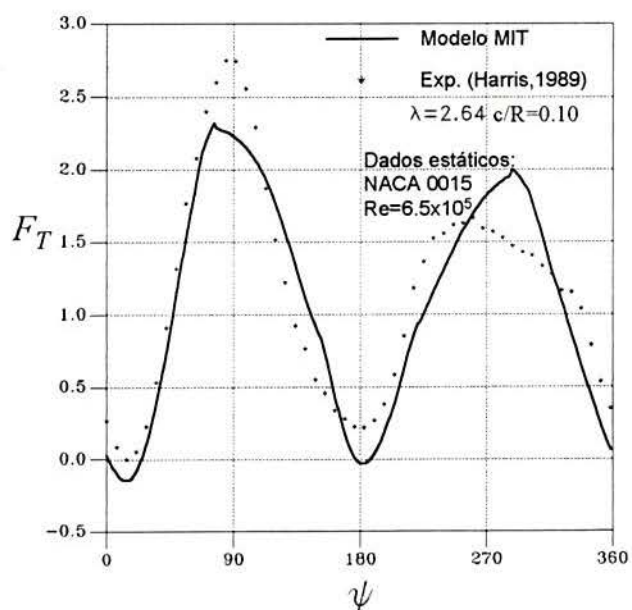
Para $\lambda=2.0$, os resultados da força normal (Fig.3.14) mostram que na segunda semi-trajetória do rotor, o modelo MIT superestima em magnitude os dados experimentais. Na primeira semi-trajetória, o modelo Boeing-Vertol apresenta um deslocamento do pico máximo. A força tangencial (Fig.3.15) mostra-se deficiente em ambos modelos, sendo que o modelo Boeing-Vertol subestima em quase toda sua trajetória o valor da força tangencial observando-se, além disto, que toma valores negativos. No caso do modelo MIT, este superestima os resultados experimentais, sem manifestar os valores negativos encontrados no modelo Boeing-Vertol.

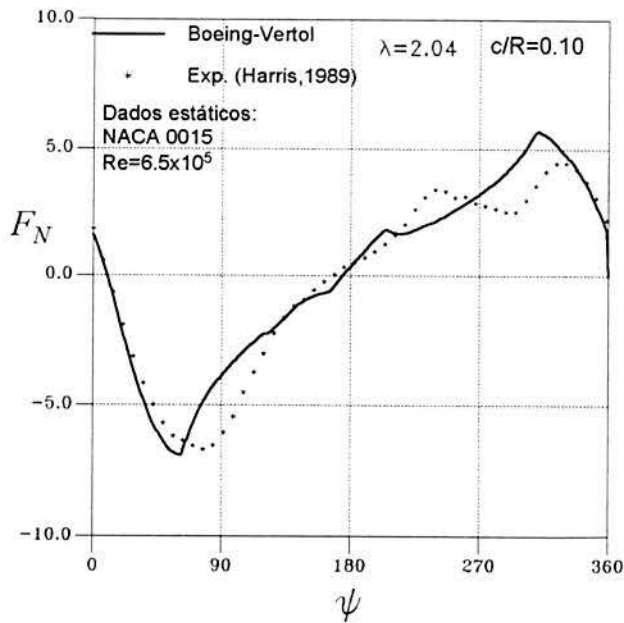
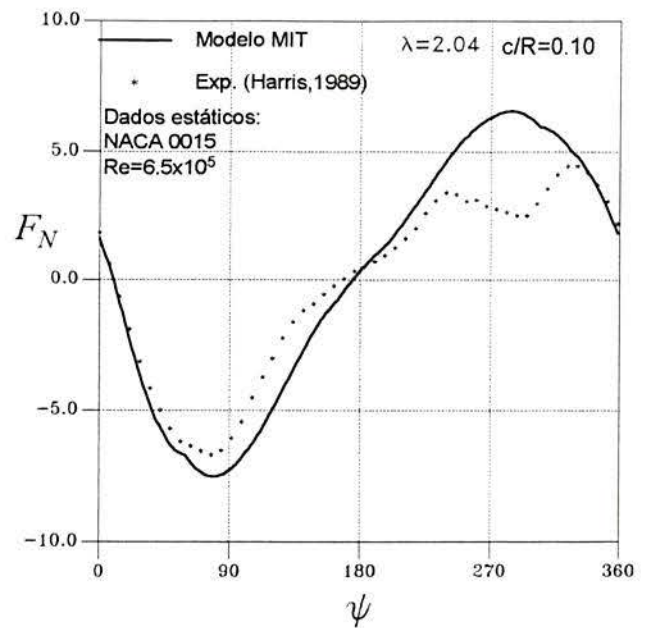
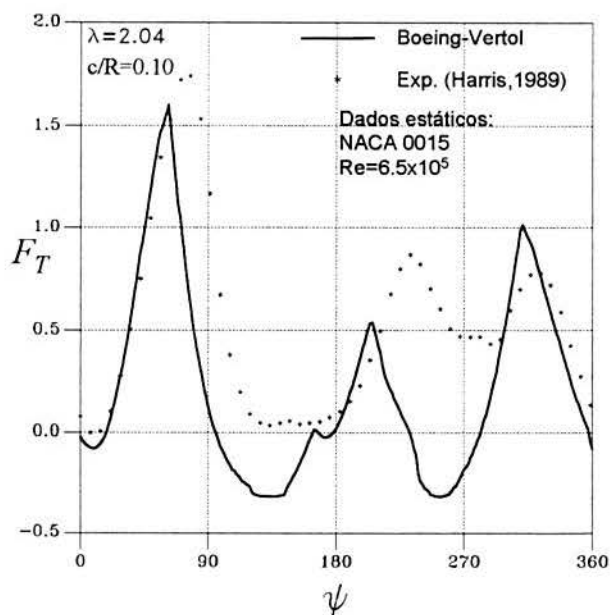
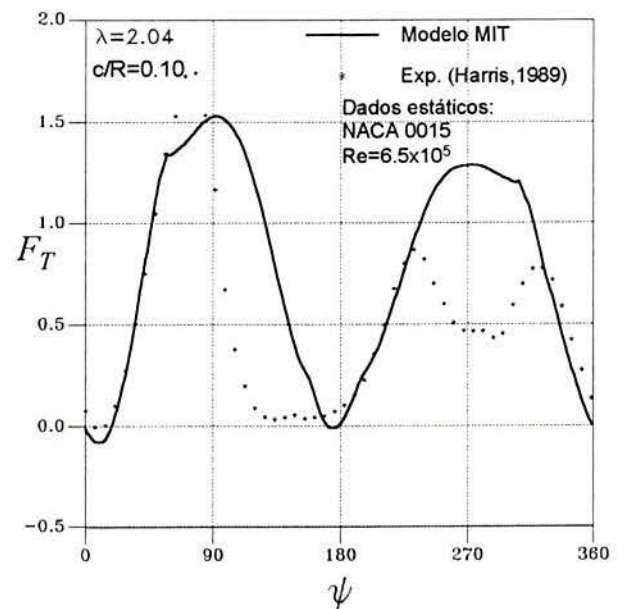
Para $\lambda=1.6$, os resultados da força normal (Fig.3.16) apresentam a mesma tendência dos resultados anteriores para os modelos. O modelo Boeing-Vertol tem um deslocamento do pico máximo, inclusive de menor magnitude. Já o modelo MIT apresenta uma maior magnitude superestimando consideravelmente os dados experimentais na segunda semi-trajetória do aerofólio. No caso da força tangencial (Fig.3.17) os resultados de ambos modelos são deficientes comparados com os experimentais. O modelo Boeing-Vertol apresenta diversos picos, assumindo vários deles valores negativos. No caso do modelo MIT este adquire uma magnitude muito superior aos dados experimentais, afastando-se consideravelmente de uma modelagem adequada.

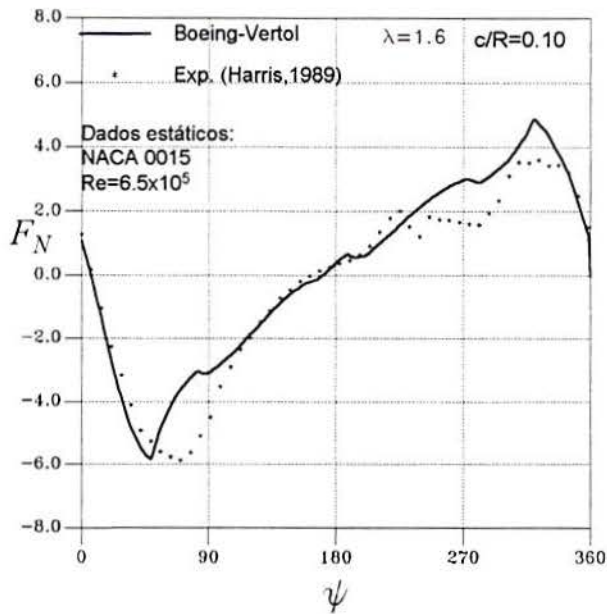
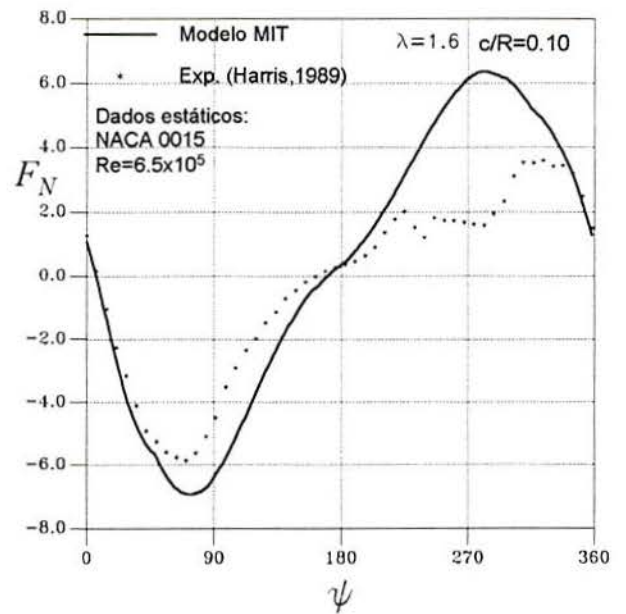
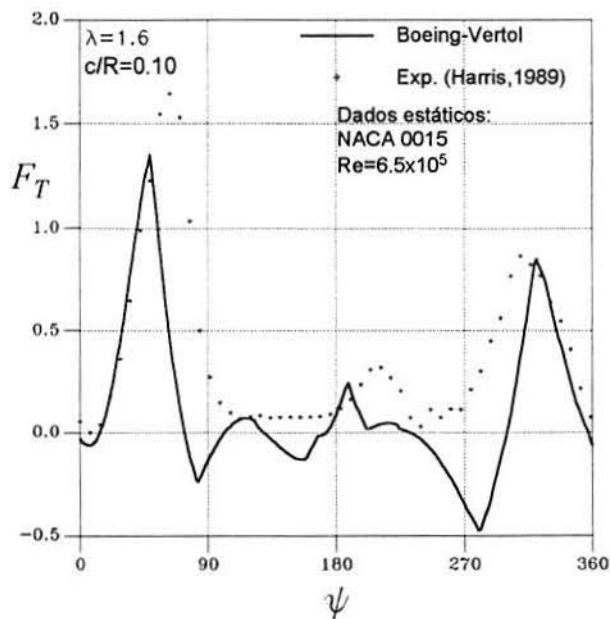
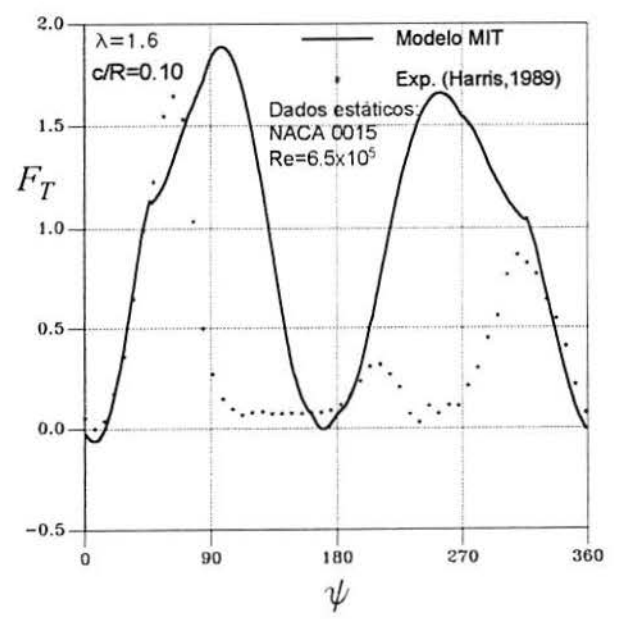
Nos resultados apresentados observa-se que os modelos MIT e Boeing-Vertol representam de forma satisfatória o comportamento da força normal. Em toda a gama de testes o modelo MIT apresenta melhor performance na modelagem de tal força. No entanto, quando se analisa a força tangencial, os modelos apresentam dificuldades em descrever seu comportamento. Nas condições de estol dinâmico os modelos possuem um equacionamento simplificado para a representação do coeficiente de arrasto, que pode afetar a modelagem da força tangencial. No modelo Boeing-Vertol tal coeficiente é obtido de dados tabulados do aerofólio nas condições estáticas. No modelo MIT o coeficiente de arrasto é determinado em função do coeficiente de sustentação.

Figura 3.8a Força normal para $\lambda = 4.1$ Figura 3.8b Força normal para $\lambda = 4.1$ Figura 3.9a Força tangencial para $\lambda = 4.1$ Figura 3.9b Força tangencial para $\lambda = 4.1$

Figura 3.10a Força normal para $\lambda=3.86$ Figura 3.10b Força normal para $\lambda=3.86$ Figura 3.11a Força tangencial para $\lambda=3.86$ Figura 3.11b Força tangencial para $\lambda=3.86$

Figura 3.12a Força normal para $\lambda=2.64$ Figura 3.12b Força normal para $\lambda=2.64$ Figura 3.13a Força tangencial para $\lambda=2.64$ Figura 3.13b Força tangencial para $\lambda=2.64$

Figura 3.14a Força normal para $\lambda=2.04$ Figura 3.14b Força normal para $\lambda=2.04$ Figura 3.15a Força tangencial para $\lambda=2.04$ Figura 3.15b Força tangencial para $\lambda=2.04$

Figura 3.16a Força normal para $\lambda=1.6$ Figura 3.16b Força normal para $\lambda=1.6$ Figura 3.17a Força tangencial para $\lambda=1.6$ Figura 3.17b Força tangencial para $\lambda=1.6$

Capítulo 4

MODELO PROPOSTO

Capítulo 4

MODELO PROPOSTO

Introdução

O modelo proposto foi desenvolvido no *Office National d'Etudes et de Recherches Aeronautiques* (ONERA) ([9], [93], [96], [97]) para aplicação nas condições de operação de pás de helicópteros. Considera-se o fenômeno de estol dinâmico em escoamento bidimensional. A modelagem das forças aerodinâmicas é realizada por meio de equações diferenciais com coeficientes derivados a partir de testes em túnel aerodinâmico, com aerofólios submetidos a movimentos com baixa amplitude de oscilação. Posteriormente, o modelo é validado comparando os resultados com testes experimentais para aerofólios com grandes amplitudes de oscilação.

A versão apresentada fundamenta-se na publicada por Petot [9] que introduz modificações ao modelo original de Tran e Petot [93], algumas das quais sugeridas por Peters [98]. As características mais importantes do modelo são resumidas a seguir:

- a) Pode ser aplicado para aerofólios em movimentos arbitrários em função do tempo.
- b) Apresenta uma formulação similar para a modelagem do fenômeno de estol dinâmico dos coeficientes de sustentação C_L , arrasto, C_D e momento C_M .
- c) Os coeficientes das equações diferenciais são mais sensíveis a perda de linearidade da curva estática do que a efeitos dinâmicos.
- d) No domínio linear, a formulação torna-se compatível com as expressões utilizadas na teoria clássica de aerofólios oscilatórios.

4.1 Fundamentação do Modelo

O equacionamento fundamenta-se na modelagem matemática de um *sistema dinâmico* (movimento oscilatório do aerofólio), no qual os parâmetros de entrada e saída podem ser relacionados através de um conjunto de equações diferenciais. Um *sistema dinâmico* é chamado *linear* quando pode ser aplicado o princípio de superposição. Tal princípio estabelece que a resposta produzida pela aplicação simultânea de duas fontes de excitação diferentes é igual à soma de suas respostas individuais. O princípio permite soluções para fenômenos complexos através de *equações diferenciais ordinárias lineares*. Uma equação diferencial é ordinária se os coeficientes forem constantes ou funções apenas da variável independente. Sistemas dinâmicos descritos por tal modelagem são chamados *sistemas lineares de coeficientes constantes*. Os sistemas dinâmicos são *não-lineares* quando não é possível aplicar o princípio de superposição. Muitas relações físicas são representadas por equações lineares, mesmo que as relações reais não sejam exatamente lineares. Desta forma, muitos sistemas ditos lineares realmente o são apenas em faixas limitadas de operação. É possível aproximar o sistema não-linear para um sistema linear num sistema dinâmico que opera em torno de um ponto de equilíbrio e onde os sinais envolvidos são pequenos. O modelo proposto se utiliza desta conceituação teórica.

Sendo o fenômeno de estol dinâmico de natureza não-linear, o modelo de ONERA utiliza o conceito de linearização para trabalhar com um sistema de equações diferenciais ordinárias lineares. Fundamenta-se tal formulação na constatação experimental que as forças aerodinâmicas são lineares para pequenas variações de ângulo de ataque, o que se verifica em aerofólios com movimentos de pequena amplitude de oscilação. Nesse caso o modelo se comporta como um sistema de equações diferenciais com *coeficientes constantes*. Na situação de elevadas amplitudes de oscilação as variações do ângulo de ataque originam fortes descontinuidades no domínio do estol, tornando-se o sistema não-linear. Em tal situação o modelo assimila as variáveis que originam a não-linearidade, introduzindo-as como parâmetros dentro dos coeficientes das equações propostas. Nesse caso, o modelo se comporta como um sistema de equações diferenciais com *coeficientes periódicos*, dependentes da periodicidade do ângulo de ataque que é fonte de excitação da entrada. A caracterização de sistema governados por equações diferenciais lineares ordinárias com coeficientes periódicos é abordada pela teoria de Floquet^(*) utilizada em de oscilações não-lineares

A identificação dos coeficientes constantes e periódicos envolvidos nas equações diferenciais são obtidos através de testes em túnel aerodinâmico, com aerofólios submetidos a movimentos com pequenas amplitudes de oscilação. Posteriormente, através de testes experimentais com aerofólios submetidos a grandes amplitudes de oscilação é possível validar o modelo, justificando-se a linearização considerada nas equações.

(*) Ver por exemplo: Nayfeh A., L. e Mook D.T; "Nonlinear Oscillations", John Wiley&Sons ,New York, 1979, Cap.5: "Parametric Excited Systems"; Item 5.2: "Floquet Theory", pag.273.

4.2 Formulação do Modelo

Considere-se um aerofólio de envergadura finita e seção constante com corda c em escoamento bidimensional. Velocidades e forças aerodinâmicas são concentradas na posição de $1/4$ da corda a partir da borda de ataque, como é mostrado na Fig.4.1. A velocidade relativa W do aerofólio é composta da velocidade de corrente livre, velocidade rotacional da pá e velocidade induzida resultante da esteira e movimentos de oscilação e vibração elástica.

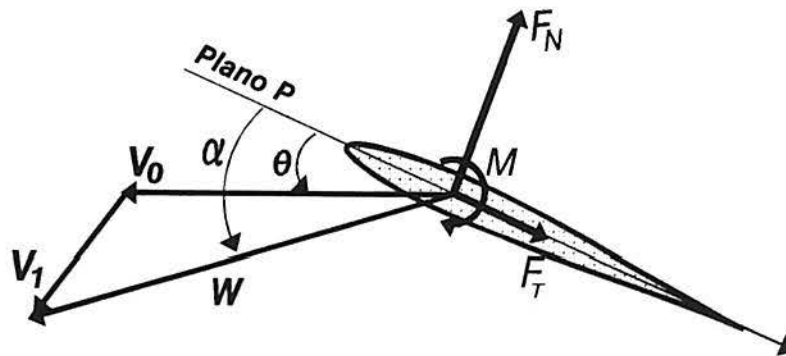


Figura 4.1 Nomenclatura utilizada no modelo

Num movimento rígido do aerofólio, pode-se deduzir a velocidade de todos os pontos da corda, conhecida a velocidade W e a oscilação em giro $d\theta/dt$, onde θ é a coordenada angular de giro, ângulo formado entre o plano tangente ao aerofólio (plano **P**) e o vetor de velocidade constante rotacional $V_0 = \Omega R$.

As forças aerodinâmicas resultantes do movimento do aerofólio (por unidade de envergadura) podem ser definidas pela força normal F_N , força tangencial F_T e o momento de giro M . Em forma adimensional e para a modelagem matemático, são definidas como funções na forma:

$$\phi_1 = \frac{F_N}{\frac{1}{2} \rho |W|^2 c} \quad (4.1a)$$

$$\phi_2 = \frac{F_T}{\frac{1}{2} \rho |W|^2 c} \quad (4.1b)$$

$$\phi_3 = \frac{M}{\frac{1}{2} \rho |W|^2 c^2} \quad (4.1c)$$

O modelo define a relação adimensional de velocidades:

$$\mu = \frac{W}{V_0} \quad (4.2)$$

A diferenciação das equações é feita em relação ao tempo adimensional. Este representa o tempo real adimensionalizado por uma constante de tempo $t_c = b/V_0$ onde b é a semi-corda do aerofólio.

$$\tau = \frac{t}{t_c} = \frac{V_0 t}{b} \quad (4.3)$$

Por exemplo, $d\theta(\tau)/d\tau$ é representado por $\dot{\theta}(\tau)$.

O movimento do aerofólio em relação à velocidade de corrente livre é definido por três funções: $\mu(\tau)$, $\alpha(\tau)$, $\dot{\theta}(\tau)$. As funções $\phi_k (K=1,2,3)$ dependem no tempo através de $\mu(\tau)$, $\alpha(\tau)$, $\dot{\theta}(\tau)$ e de suas derivadas. A variação temporal do escoamento é devido à iteração da esteira, atrasos na evolução da separação e também à propagação das ondas acústicas quando se consideram velocidades elevadas.

O modelo fundamenta-se num sistema de equações cujas soluções ϕ_K dependerão também da evolução temporal das variáveis μ , α , θ e suas sucessivas derivadas. As equações envolvem um certo número de coeficientes que são determinados por *identificação* a partir de resultados obtidos em testes experimentais.

Considerando três incógnitas ϕ_K ($K=1,2,3$), o sistema pode ser representado por três equações interdependentes:

$$A_r(\dots\phi_K\dots, \mu, \alpha, \theta, \dots\dot{\phi}_K\dots, \dot{\mu}, \dot{\alpha}, \dot{\theta}, \dots) = 0 \quad r=1,2,3 \quad (4.4)$$

O sistema definido acima é não-linear para permitir a simulação dos efeitos ocorridos com grandes ângulos que são de natureza não-linear.

Por limitações físicas considera-se que o movimento do aerofólio é restrito na sua amplitude ou na sua frequência de oscilação. Isto significa que movimentos com grandes amplitudes de oscilação podem ocorrer somente em baixa frequência, enquanto que movimentos com alta frequência podem ser feitos somente com pequena amplitude de oscilação. Assim, as primeiras derivadas dos termos μ , α , θ e ϕ_K e as suas derivadas de ordem maior tornam-se pequenas comparadas com a unidade.

Como hipótese inicial considera-se que as forças aerodinâmicas não estacionárias ϕ_K , provenientes de movimentos oscilatórios, desviam-se ligeiramente dos seus valores estáticos, ϕ_{K0} . Desta forma, a diferença entre $(\phi_K - \phi_{K0})$ é pequena. Sobre tais condições e admitindo que as equações A_r são diferenciáveis, o sistema de equações é dado por:

$$A_r(P_0) + \sum_{k=1}^3 A_{r\phi_K}(\phi_K - \phi_{K0}) + A_{r\dot{\phi}_K}\dot{\phi}_K + \dots + A_{r\theta}\dot{\theta} + A_{r\alpha}\dot{\alpha} + A_{r\mu}\dot{\mu} + \dots = 0 \quad (4.5)$$

O termo $A_r(P_0)$ é o sistema de equações definindo ϕ_K como função de μ e α nas *condições estáticas*, com $P_0(\dots\phi_{K0}\dots, \mu, \alpha, 0, \dots)$. O termo ϕ_{K0} representa o valor estático de ϕ_K , onde as derivadas dos termos μ , α , θ , ϕ_K são nulos. $A_{r\phi_K}$, $A_{r\dot{\phi}_K}$, $A_{r\theta}$ são as derivadas parciais que dependem de ϕ_{K0} , μ e α .

As forças aerodinâmicas são definidas por seus coeficientes aerodinâmicos, relacionados por:

$$\begin{Bmatrix} F_N c \\ F_T c \\ M \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \rho V^2 c^2 \begin{Bmatrix} C_N \\ C_T \\ C_M \end{Bmatrix} \quad (4.6)$$

Os coeficientes C_N, C_T, C_M ou, de forma genérica C_r (com $r=1, 2, 3$), são função do ângulo de incidência α e do número de Mach, sendo que este último é proporcional a μ . Portanto podem ser representados como:

$$\phi_{r0} = C_r(\alpha, \mu) \quad (4.7)$$

Os coeficientes $C_r(\alpha, \mu)$ são deduzidos a partir de testes em túnel aerodinâmico para aerofólios em condições estáticas e para vários ângulos de incidência e velocidades. Portanto, os limites estacionários das equações A_r podem ser definidos como:

$$A_r(P_0) = \phi_{r0} - C_r(\alpha, \mu) = 0 \quad (4.8)$$

sendo a Eq. 4.5 transformada em:

$$\sum_{k=1}^3 A_{r\phi_k} \phi_k + A_{r\dot{\phi}_k} \dot{\phi}_k + \dots = \sum_{k=1}^3 A_{r\phi_k} C_k(\alpha, \mu) - A_{r\dot{\theta}} \dot{\theta} - A_{r\dot{\alpha}} \dot{\alpha} - \dots \quad (4.9)$$

O sistema dado pela Eq. 4.9 constitui um conjunto de equações diferenciais lineares com respeito a $\phi_k, \dot{\phi}_k, \ddot{\phi}_k, \dots$ com *coeficientes variáveis*, já que todas as derivadas parciais são funções de α e μ . As expressões do lado direito da equação são funções do tempo através das funções $\mu(\tau), \alpha(\tau), \dot{\theta}(\tau)$.

A solução do sistema de equações é facilitada pela linearidade do lado esquerdo da equação. Contudo, as hipóteses na evolução das forças ϕ_k que permitem a linearização não é verificada no regime de estol, quando o aerofólio é submetido a movimentos com grande variação da incidência. Nessas condições, as forças aerodinâmicas desviam-se daquelas obtidas em condições estáticas. Somente através da comparação experimental é justificada a linearização das equações do modelo com respeito a ϕ_k .

4.3 Simplificação das Equações

As Eqs. 4.9 definem um modelo matemático capaz de simular a evolução das forças aerodinâmicas de um aerofólio em movimento não-estacionário arbitrário. Antes de trabalhar-se com o modelo, deve ser especificada qual é a ordem das derivadas a serem mantidas no modelo e as características dos coeficientes utilizados nas equações. Para simplificação, alguns coeficientes podem ser considerados como desprezíveis ou constantes. Os valores numéricos dos coeficientes remanescentes são determinados através de testes em túnel aerodinâmico. As seguintes simplificações são dadas por Tran e Petot [93], justificadas no modelo em consideração aos resultados experimentais:

i) As derivadas de μ , α , θ de ordem maior que dois, podem ser desprezíveis no lado direito da equação.

ii) Os coeficientes no lado esquerdo da equação, que asseguram o acoplamento entre as forças ϕ_k , podem ser desprezíveis, ou seja:

$$A_{r\phi_k}, A_{r\dot{\phi}_k}, A_{r\ddot{\phi}_k}, \dots = 0 \quad r \neq k \quad (4.10)$$

Considerando as simplificações acima, as Eqs. 4.9 são desacopladas (de acordo com o item (ii)), e cada componente ϕ_k é descrito por uma equação diferencial de *terceira ordem* da forma:

$$\begin{aligned} A_{r\phi_r} \phi_r + A_{r\dot{\phi}_r} \dot{\phi}_r + A_{r\ddot{\phi}_r} \ddot{\phi}_r + A_{r\phi_r} \ddot{\phi}_r = C_r(\alpha, \mu) - A_{r\dot{\theta}} \dot{\theta} - A_{r\dot{\alpha}} \dot{\alpha} - A_{r\dot{\mu}} \dot{\mu} \\ - A_{r\ddot{\theta}} \ddot{\theta} - A_{r\ddot{\alpha}} \ddot{\alpha} - A_{r\ddot{\mu}} \ddot{\mu} \end{aligned} \quad (4.11)$$

As medições em condições estáticas da sustentação arrasto e momento para diferentes ângulos de ataque fornecem os valores de $C_r(\alpha, \mu)$ apresentados geralmente como valores tabulados ou curvas em função do ângulo de ataque. Tais curvas envolvem dois domínios: um *domínio linear* que representa o regime sem separação, e outro *não-linear*, que representa o regime de estol. A continuidade das funções e de suas derivadas é assegurada no modelo na fronteira entre os dois domínios.

A identificação dos demais coeficientes da Eq.4.11 é obtida por meio de testes experimentais em condições não-estacionárias. Como os coeficientes são derivadas parciais, elas podem ser obtidas por medições de movimentos com pequena amplitude. Para propósitos de identificação os testes experimentais são realizados em movimentos oscilatórios em giro com frequência reduzida na faixa de aplicação, isto é, $0 < k < 1$. Na Fig.4.2 é mostrado um esquema experimental para obter a validação do modelo e determinação dos coeficientes empregados nas equações.

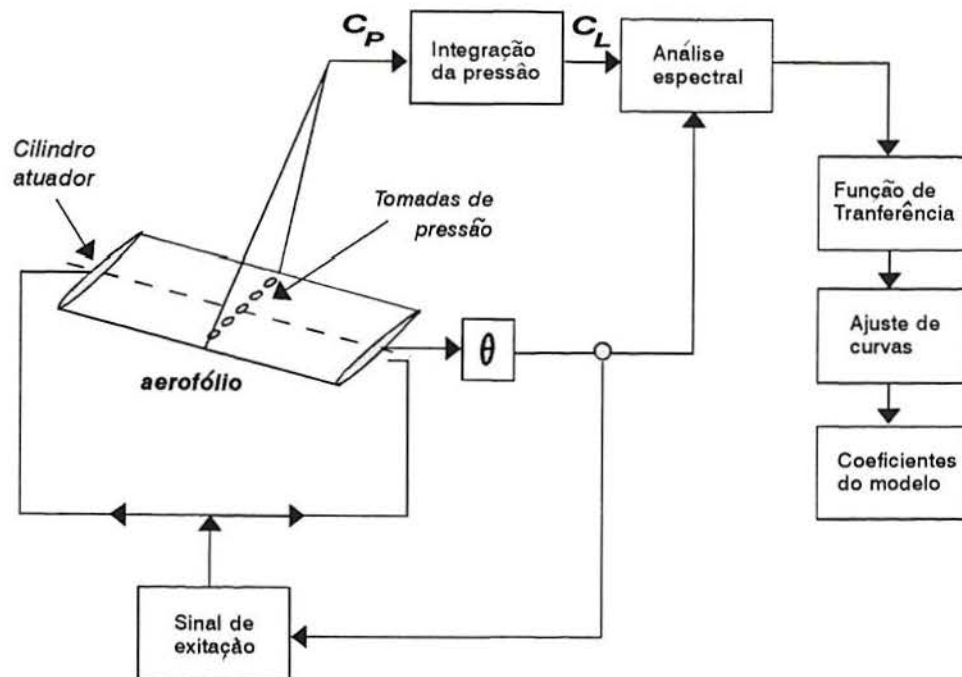


Figura 4.2 Esquema de identificação dos coeficientes do modelo

4.4 Modelo para Sustentação

O modelo é aplicado inicialmente para oscilações harmônicas com baixo ângulo de incidência, isto é, no domínio linear. Nestas condições é verificado experimentalmente [93] que os coeficientes medidos em função da frequência são suaves e contínuos. Como resultado, as equações de ϕ_K podem ser bem representadas por uma equação de primeira ordem. Pelo contrário, quando a incidência média é maior que a incidência em que ocorre separação da camada limite a modelagem requer equações de ordem maior. A dificuldade é permitir com um mesmo equacionamento representar as duas condições de escoamento. O problema é resolvido introduzindo-se duas incógnitas auxiliares. Uma incógnita representa o comportamento da força aerodinâmica no regime linear, que é resolvida por meio de uma *equação diferencial de primeira ordem*. A outra incógnita representa o comportamento da força aerodinâmica no regime de estol, sendo resolvida por uma *equação diferencial de segunda ordem*. Finalmente a adição das duas incógnitas representa a solução do comportamento aerodinâmico da força em condições de estol dinâmico.

Considerando-se um aerofólio somente com variação do ângulo de incidência e com velocidade relativa da mesma ordem de grandeza da velocidade rotacional ($\mu=1$ e $\theta=\alpha$), e sendo a diferenciação em relação ao tempo adimensional τ , as equações são dadas como:

$$\dot{C}_{L_1} + \lambda C_{L_1} = \lambda C_{L_\alpha} \alpha + (\lambda s + \sigma) \dot{\alpha} + s \ddot{\alpha} \quad (4.12a)$$

$$\ddot{C}_{L_2} + 2\xi\omega_n \dot{C}_{L_2} + \omega_n^2(1+\xi^2)C_{L_2} = -\omega_n^2(1+\xi^2)(\Delta C_L + E \frac{d\Delta C_L}{d\alpha} \dot{\alpha}) \quad (4.12b)$$

$$C_L = C_{L_1} + C_{L_2} \quad (4.12c)$$

Nas equações acima, λ é um parâmetro de atraso temporal (*time delay*), s é uma quantidade relacionada à massa aparente, σ representa um parâmetro que relaciona a sustentação ao giro do aerofólio. E é um parâmetro desloca a fase da oscilação de C_L no regime linear. ω_n é identificado como uma frequência natural associada ao estol e ξ é um fator de amortecimento. A equação de segunda ordem tem características similares à equação de um sistema de vibração estrutural.

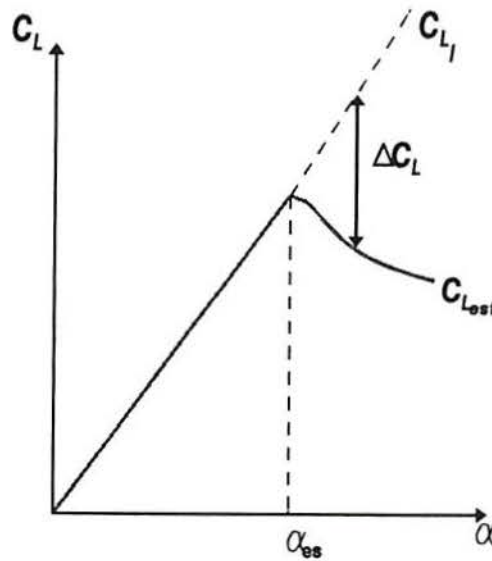


Figura 4.3 Características de estol estático no modelo

O termo ΔC_L (Fig.4.3) determina a entrada e saída do aerofólio na região de estol na curva estática de C_L versus α . Representa, para um dado ângulo de ataque, a diferença entre o coeficiente aerodinâmico linear, estendido a partir do ângulo de estol estático, e o coeficiente de sustentação real estático no mesmo ponto

$$\Delta C_L = C_{L_l} - C_{L_{est}} \quad (4.13)$$

Observa-se que para ângulos de ataque inferiores ao ângulo de estol estático o termo ΔC_L torna-se nulo.

O sistema de equações diferenciais apresenta coeficientes variáveis dependentes do tipo de excitação causada pelo movimento oscilatório. Para pequenas amplitudes de oscilação o sistema pode ser linearizado em torno de uma incidência média, tornando-se um sistema de equações diferenciais com *coeficientes constantes*. Para altas amplitudes de oscilação é considerada a variação periódica de tais coeficientes em função da incidência instantânea. Nestas condições tem-se um sistema de equações com *coeficientes periódicos* dependentes da periodicidade da excitação de entrada que, neste caso, é representada pela variação periódica do ângulo de incidência. Posteriormente (Petot [9]) o modelo sofre redefinição dos seus coeficientes e é apresentado como:

$$\begin{aligned} \dot{C}_{L1} + \lambda C_{L1} &= \lambda C_{L\alpha} \alpha + (\lambda s + \sigma) \dot{\alpha} + s \ddot{\alpha} \\ \ddot{C}_{L2} + a \dot{C}_{L2} + r C_{L2} &= -r(\Delta C_L + E \dot{\alpha}) \\ C_L &= C_{L1} + C_{L2} \end{aligned} \quad (4.14)$$

4.4.1 Parâmetros das Equações Diferenciais

Os parâmetros da equação diferencial de segunda ordem α , r e E são função de ΔC_L , que é considerado uma forma de medida do estol. Portanto dependem do ângulo de ataque. Resultados experimentais relacionando tais coeficientes com ΔC_L mostram uma similaridade de comportamento, ajustando-se basicamente à forma:

$$\begin{aligned} r &= \left(r_0 + r_2 \Delta C_L^2 \right)^{1/2} \\ \alpha &= \alpha_0 + \alpha_2 \Delta C_L^2 \\ E &= E_2 \Delta C_L^2 \end{aligned} \quad (4.15)$$

Na equação Eq.4.14 o coeficiente σ também é corrigido com o termo ΔC_L quando encontra-se no domínio de estol, adotando a forma $\sigma = \sigma_0 + \sigma_1 |\Delta C_L|$. Os coeficientes σ_0 , σ_1 , r_0 , r_1 , α_0 , α_1 , E_2 são constantes e encontram-se definidos na Tab.4.1.

Tabela 4.1: Coeficientes do modelo para a sustentação.

Parâmetro	C_L
λ	0.10 - 0.40
s	0.05 - 0.15
σ_0	0.05 - 0.15
σ_1	-0.15 - 0.00
d_1	-0.15 - 0.00
α_0	0.10 - 0.40
α_2	0.00 - 0.60
r_0	0.00 - 0.40
r_2	0.00 - 0.60
E_2	-0.20 - 0.00

O modelo inclui também um critério para representar *atraso temporal do estol* nas condições dinâmicas, já que o *atraso natural* apresentado pelas equações diferenciais é insuficiente para representar tal fenômeno em alguns aerofólios. Este critério é considerado ao restringir o termo ΔC_L mantendo-se nulo por um intervalo de tempo adimensional $\Delta \tau$, necessário para alcançar o estol em condições dinâmicas.

4.4.2 Equações em função da circulação

O modelo examinado acima é estendido para outros tipos de movimentos e considera variações na velocidade do vento. Para tal, Peters [98] propõe aproximações que foram posteriormente adotadas por Petot [9]. A principal modificação consiste em apresentar as equações diferenciais em função da circulação Γ , em substituição à sustentação. Como a emissão de vórtices tem significado físico na origem da sustentação, considera-se a escolha de Γ como mais representativa. Além disto Petot [9] faz modificações substituindo as variáveis da movimentação angular e de movimento vertical pelas velocidades W_0 e W_1 .

W_0 é a velocidade induzida no fluido pela presença do aerofólio. Num aerofólio em movimento de oscilação com elevação vertical e rotação em torno do eixo (em $1/4c$), W_0 tem duas contribuições, uma devido à componente da corrente livre $U \sin \alpha$ e outra devido ao movimento vertical h . A resultante é dada como $W_0 = \dot{h} \cos \alpha + U \sin \alpha$.

A velocidade W_1 é a diferença entre a velocidade induzida antes e após o centro de giro, caracterizando a rotação do aerofólio $W_1 = \dot{\alpha} b$. Após estas modificações as expressões da sustentação são apresentadas em função da circulação no aerofólio como:

$$\begin{aligned} \dot{\Gamma}_1 + \lambda \frac{1}{\tau} \Gamma_1 &= \lambda \frac{1}{\tau} C_{L\alpha} W_0 + \lambda \frac{1}{\tau} \sigma W_1 + (f C_{L\alpha} + d) \dot{W}_0 + \lambda \sigma \dot{W}_1 \\ \ddot{\Gamma}_2 + a \frac{1}{\tau} \dot{\Gamma}_2 + r \frac{1}{\tau^2} \Gamma_2 &= - \left(r \frac{1}{\tau} U \Delta C_L + E \frac{1}{\tau} \dot{W}_0 \right) \end{aligned} \quad (4.16)$$

onde $C_{L\alpha}$ é inclinação da curva de sustentação na região linear. As derivadas são dadas em relação ao *tempo real* em lugar do tempo adimensional τ , por isto o surgimento nas equações da constante de tempo $\tau = b/U_\infty$. A nova forma de representação de C_L , considerando os termos de velocidades induzidas, é dada como:

$$C_L = \frac{1}{U^2} \left[\pi b \left(\dot{W}_0 + \frac{\dot{W}_1}{2} \right) + U (\Gamma_1 + \Gamma_2) \right] \quad (4.17)$$

Nestas expressões os parâmetros: λ , σ , s são muito próximos dos valores para placa plana. Os valores para r , a , E são idênticos aos já definidos para a sustentação. A variável d , é também função de ΔC_L na forma $d = \sigma_1 |\Delta C_L|$, com σ_1 definido na Tab.4.1.

4.5 Modelo de Arrasto

As equações têm as seguintes características: i) uma forma explícita para C_{D1} ; ii) uma expressão de segunda ordem para C_{D2} , em que a variável r toma os mesmos valores que para C_L . A verificação do equacionamento encontra limitações pela reduzida quantidade de testes experimentais existentes para avaliar tal coeficiente.

$$C_{D1} = C_{D1} + (s + \sigma)\dot{\alpha} + s\ddot{\alpha}$$

$$\ddot{C}_{D2} + a\dot{C}_{D2} + rC_{D2} = -[r\Delta C_D + E\dot{\alpha}] \quad (4.18)$$

$$C_D = C_{D1} + C_{D2}$$

com a condição $E=0$ antes do estol. O termo C_{DL} representa o valor linear do coeficiente de arrasto estático. Neste caso o atraso no tempo é considerado nulo ($\Delta\tau_d=0$). O parâmetro σ apresenta uma pequena modificação, sendo definido agora como $\sigma = \sigma_0\alpha + \sigma_1|\Delta C_D|$. O termo ΔC_D , é definido da mesma forma que para a sustentação sendo representado na Fig. 4.4.

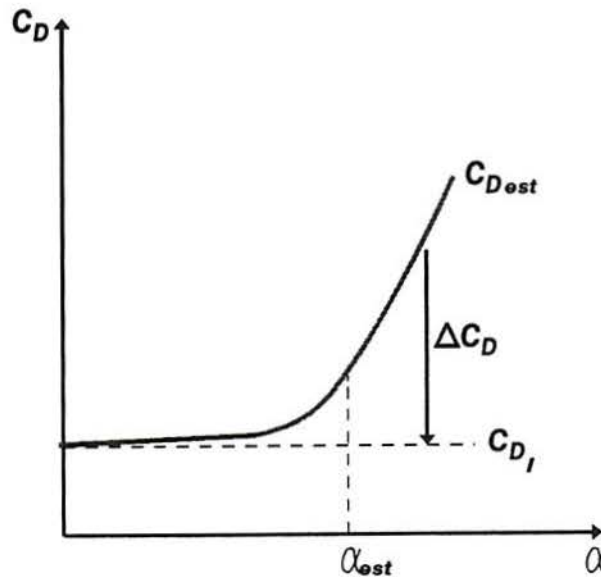


Figura 4.4 Curva do coeficiente de arrasto

4.5.1 Arrasto em função da circulação

O equacionamento é dado por:

$$\ddot{\Gamma}_2 + a \frac{1}{\tau} \dot{\Gamma}_2 + r \frac{1}{\tau^2} \Gamma_2 = - \left(r \frac{1}{\tau} U \Delta C_D + E \frac{1}{\tau} \dot{W}_0 \right) \quad (4.19)$$

$$C_D = \frac{1}{U^2} \left[U^2 C_{D1} + \sigma b \dot{W}_0 + U \Gamma_2 \right] \quad (4.20)$$

Os valores numéricos para os parâmetros σ , a , r , E têm expressões similares aos definidos para C_{D1} e C_{D2} definidos em Tab.4.2.

Tabela 4.2: Coeficientes do modelo para o arrasto

Coeficiente	min. - max.
s	0.00
σ_0	0.003
σ_1	-0.05 - 0.0
d_l	0.05 - 0.50
a_0	0.00 - 0.50
a_2	0.00 - 0.60
r_0	0.10 - 0.40
r_2	0.00 - 0.60
E_2	-0.05 - 0.00

4.6 Solução Numérica das Equações

No tratamento numérico adotado, o sistema de equações diferenciais que definem o coeficiente de sustentação C_L é dado em função do *tempo real* na forma:

$$\begin{aligned}\dot{C}_{L1} &= -\lambda \frac{W}{b} C_{L1} + \lambda \frac{W}{b} C_{L\alpha} \alpha + (\lambda s + \sigma) \dot{\alpha} + \frac{b}{W} s \ddot{\alpha} \\ \ddot{C}_{L2} &= -a \frac{W}{b} \dot{C}_{L2} - r \left(\frac{W}{b} \right)^2 C_{L2} - r \left(\frac{W}{b} \right)^2 (\Delta C_L + E \dot{\alpha})\end{aligned}\tag{4.21}$$

$$C_L = C_{L1} + C_{L2}$$

A solução numérica foi obtida utilizando o método de Runge Kutta de quarta ordem [99], apropriado para solução de equações diferenciais ordinárias. Na solução da equação diferencial de segunda ordem é realizada uma transformação, permitindo resolvê-la de maneira similar à equação de primeira ordem. Em forma de sub-rotina foram trabalhadas as duas equações diferenciais que, quando resolvidas, fornecem por adição algébrica o valor de C_L em condições não estacionárias. Foram feitas duas versões do modelo para análise da força de sustentação, uma utilizando a conceituação original do coeficiente de sustentação (Eq.4.21), e outra empregando a conceituação da circulação (Eq.4.16). Os resultados mostram-se similares (Alé e Sadhu [83]) para ambos modelos, optando-se no presente trabalho pela conceituação da sustentação. As condições iniciais são dadas em função das condições estáticas, obtidas de dados experimentais de referência e posteriormente adotando as condições periódicas dadas pela própria solução. A formulação do modelo foi estruturada computacionalmente e comprovada através de diversos testes em condições de movimento senoidal, comparados qualitativamente com a literatura de referência, especialmente com o trabalho de McCroskey [61]. No apêndice-C encontram-se maiores detalhes do procedimento numérico utilizado.

4.7 Resultados do Modelo

4.7.1 Testes em Movimento Senoidal

Os testes realizados inicialmente com o modelo proposto para a sustentação, e aqui apresentados, correspondem às mesmas condições experimentais encontrados no trabalho de McCroskey [61]. A comparação qualitativa apresenta boa concordância. Outros resultados que verificam o modelo para movimentos oscilatórios encontram-se detalhados nos trabalhos de Petot [9] e Tran e Petot [93]. As Figs. 4.5 a 4.10 apresentam os resultados para um aerofólio em movimento oscilatório, observando-se que o modelo descreve os diferentes regimes de estol dinâmico definidos no apêndice B. O comportamento típico do regime linear é mostrado na Fig.4.5, sendo que o regime de início de estol é mostrado na Fig.4.6. As condições de estol superficial são apresentadas na Fig.4.7 e as condições de estol intenso na Fig.4.8. Efeitos da variação da frequência reduzida são mostrados na Fig.4.9. Uma análise comparativa com o modelo de Boeing-Vertol é mostrada na Fig.4.10. O modelo Boeing-Vertol tem uma estrutura computacional muito mais simplificada, porém mostra-se menos versátil e com maiores limitações que o modelo de proposto nas condições avaliadas. Na Fig.4.10 mostra-se o comportamento dos modelos para frequência reduzida igual $k=0.062$, com $\alpha_m=4.86$ e variando a amplitude de oscilação.

4.7.2 Aplicação do Modelo em Turbinas Eólicas

Utilizando a conceituação de circulação nas equações diferenciais, Peters e Chouchane [95] determinam os efeitos de dinâmica de estol aplicado a pás de helicópteros. Biermbooms [100] faz um estudo do modelo, aplicando-o para determinação das forças aerodinâmicas em pás de TEEH. O mesmo autor [82] compara o modelo com o modelo de Boeing-Vertol, concluindo que o modelo ONERA apresenta melhores resultados nas condições testadas. Alé e Sadhu [83] estudam o modelo em aerofólios em movimento senoidal e posteriormente [84] fazem uma comparação com o modelo Boeing-Vertol, confirmando as observações de Bierbooms [100] em relação à melhor performance do modelo ONERA, porém utilizando outras condições de testes. No mesmo trabalho [84] inicia-se a aplicação do modelo para a determinação das forças aerodinâmicas em TEEV. Resultados no trabalho de Alé e Sadhu [101] permitem uma análise mais apurada, ao descrever forças aerodinâmicas em TEEV utilizados junto ao modelo de vórtices livres.

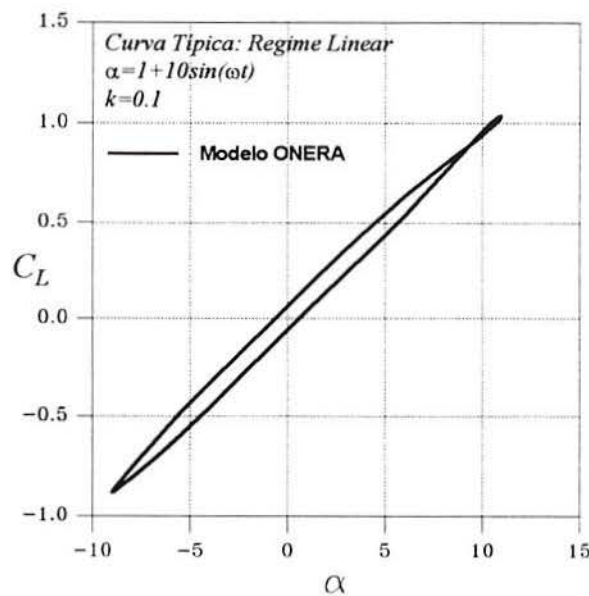


Figura 4.5 Regime linear

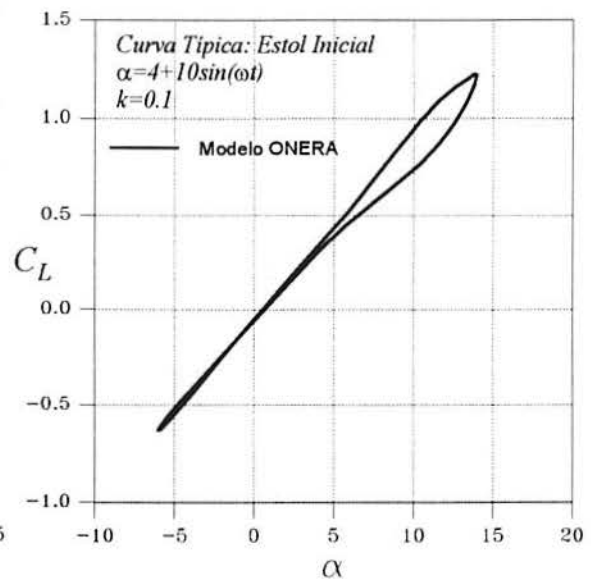


Figura 4.6 Inicio de estol dinâmico

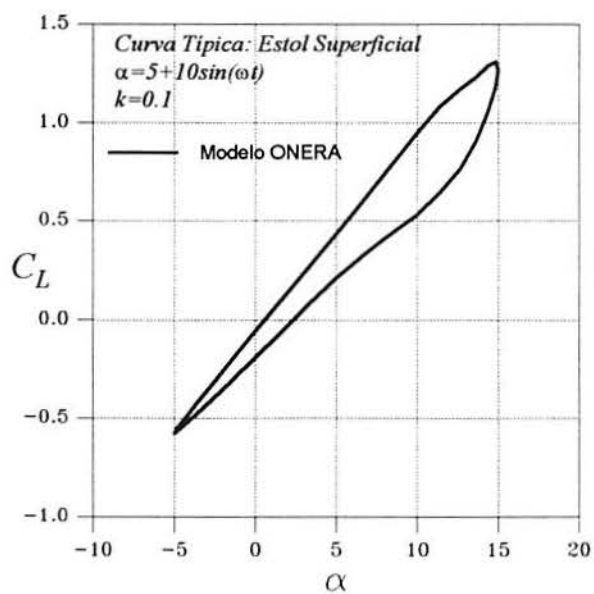


Figura 4.7 Estol superficial

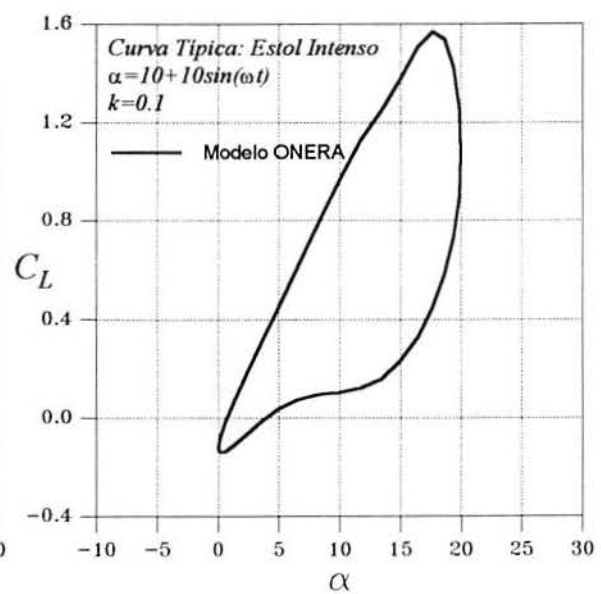
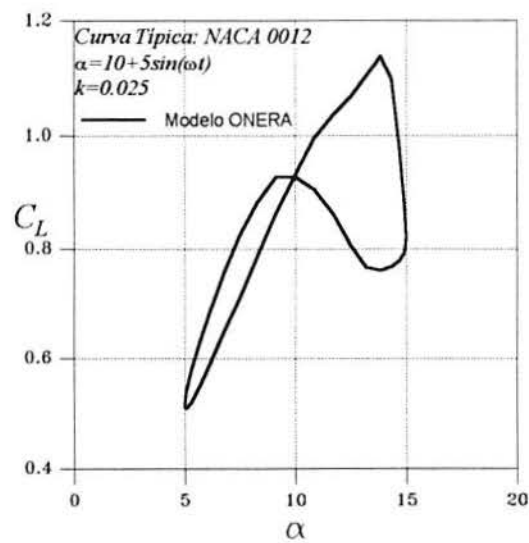
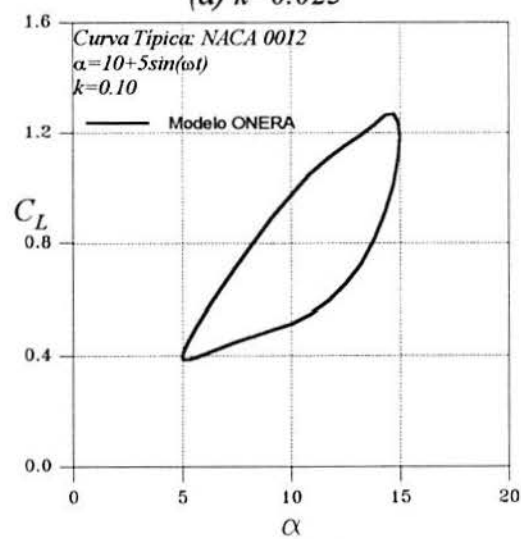
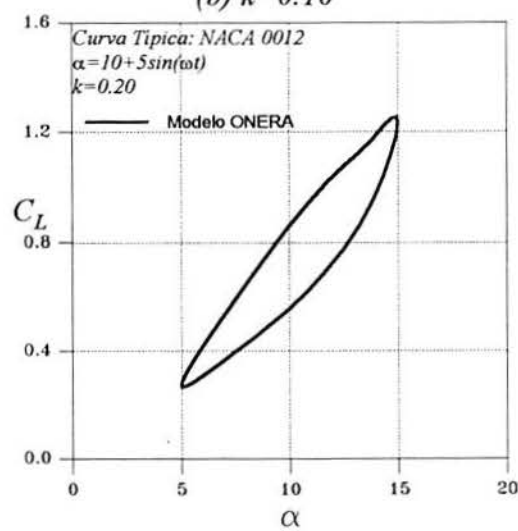
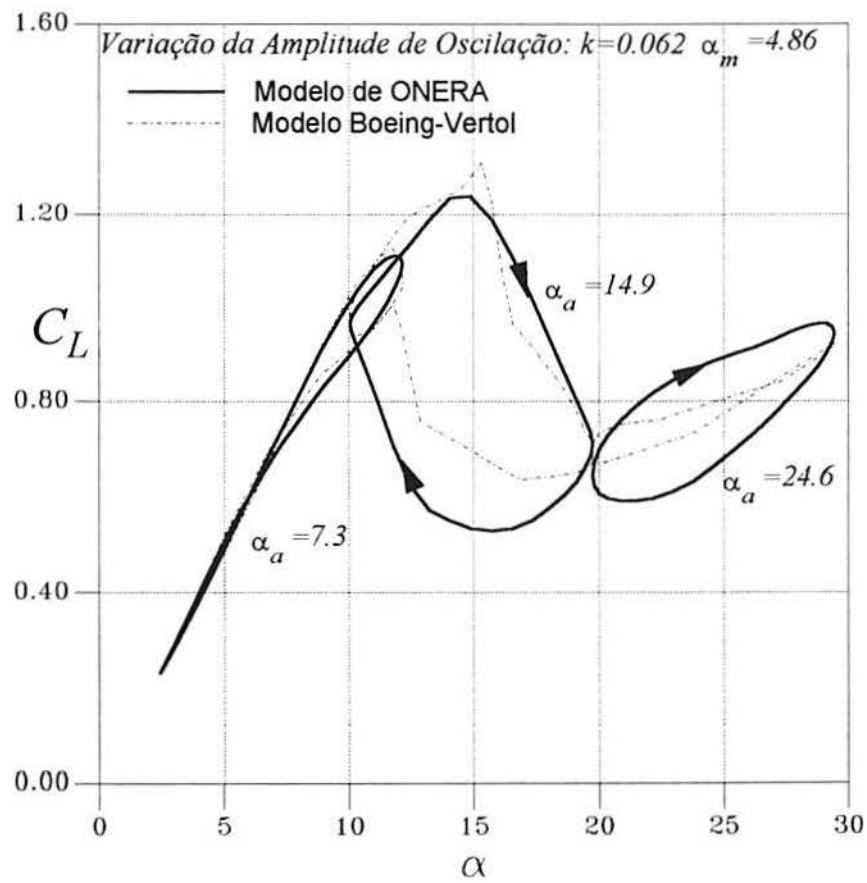


Figura 4.8 Estol intenso

(a) $k=0.025$ (b) $k=0.10$ (c) $k=0.20$ **Figura 4.9 Efeito da frequência reduzida**

**Figura 4.10** Variação da amplitude de oscilação

4.8 Aplicação do Modelo em TEEV

4.8.1 Aspectos do Acoplamento do Modelo

O uso do modelo junto ao modelo de vórtices livres requer, para a solução do sistema de equações diferenciais (Eq.4.21), os valores do ângulo de ataque e suas derivadas primeira e segunda para cada intervalo de tempo. O ângulo de ataque depende da determinação das velocidades induzidas, já que as velocidades de corrente livre e velocidade tangencial da pá são conhecidas facilmente.

No modelo discreto, os valores das derivadas do ângulo de ataque foram determinadas pelas expressões:

$$\begin{aligned}\dot{\alpha}(t) &= \frac{\alpha_{i+1} - \alpha_i}{\Delta t} \\ \ddot{\alpha}(t) &= \frac{\alpha_{i+2} - 2\alpha_i - \alpha_{i-1}}{\Delta t^2}\end{aligned}\tag{4.22}$$

Como se observa, isso envolve um maior tempo computacional no modelo de vórtices, já que é requerido o valor do ângulo de ataque em incrementos de tempos anterior e posterior. Os resultados numéricos realizados para baixo λ mostram que o ângulo de ataque obtido com o modelo de vórtices livres, na forma original (Fig.2.21a), e com introdução do modelo proposto (Fig.4.15), não variam significativamente. Ambos apresentam uma boa concordância comparados com os resultados de Harris [58]. Esta vantagem é aproveitada na estrutura computacional para o acoplamento dos modelos como indicado a seguir: i) Determina-se pelo modelo de vórtices (sem o modelo proposto) o ângulo de ataque; ii) Armazenam-se os valores de α_i correspondentes a cada incremento de tempo Δt para uma rotação; iii) Com α_i determinam-se as derivadas primeira e segunda (Eq.4.22) necessárias para o modelo proposto; iv) Finalmente, se utiliza o modelo de vórtices livres acoplado com o modelo proposto para determinação das forças aerodinâmicas. Para cada intervalo de tempo utilizam-se os valores das derivadas já determinadas (no item iii.).

Outra metodologia para a simplificação dos cálculos foi estudada partindo da hipótese de que para baixos λ o ângulo de ataque pode ser obtido através do modelo de vórtices livres na forma original (com C_L e C_D estáticos). Esta informação pode ser posteriormente utilizada pelo modelo proposto para obter-se os coeficientes de sustentação e arrasto, considerando desta forma os efeitos de estol dinâmico. Armazenados os novos valores de C_L e C_D versus o ângulo de ataque podem ser utilizados como dados tabulados (em substituição aos estáticos), no modelo de vórtices avaliando as forças aerodinâmicas normal e tangencial. Os resultados aqui apresentados correspondem a tal metodologia.

4.8.2 Resultados do Modelo em TEEV

Nesta fase do trabalho se estuda exclusivamente o efeito da modelagem do *coeficiente de sustentação*. Utilizando o modelo de vórtices livres (Cap.2), e introduzindo o equacionamento do coeficiente da sustentação (Eq.4.21), obtiveram-se os resultados apresentados nas figuras 4.11 a 4.16. Emprega-se a velocidade de corrente livre como sendo a velocidade característica das Eq.4.21. O uso e efeito da velocidade relativa W como velocidade característica é discutido posteriormente no Cap.5. O efeito da modelagem do coeficiente de arrasto (Eq.4.18) também é discutido no Cap.5, sendo aqui utilizada a expressão de Takamatsu et al.[102], (Eq.5.4 do Cap.5).

O efeito do modelo nas forças normal e tangencial adimensionais para $\lambda=1.6$ são mostradas na Fig.4.11. Observa-se que existe um aprimoramento na modelagem das forças em comparação com os resultados obtidos com o modelo de vórtices livres. Este último utiliza diretamente os valores estáticos de C_L e C_D do aerofólio considerado (NACA 0015). Contudo, divergências significativas observam-se quando se compara o modelo com os resultados experimentais de Harris [58]. As dificuldades na modelagem dos efeitos de estol dinâmico podem ser melhor apreciados observando-se os resultados destas forças em relação à variação do ângulo de ataque. (Fig. 4.12). Aprecia-se que as maiores dificuldades apresentadas correspondem à modelagem da força tangencial.

Na Fig. 4.13 mostram-se resultados similares aos obtidos anteriormente, porém, agora com $\lambda=2.64$. Observa-se que o modelo apresenta melhor performance que para os resultados obtidos para $\lambda=1.6$, especialmente na primeira semi-trajetória do percurso circular do aerofólio. Contudo, nas Fig.4.14 aprecia-se que os maiores problemas encontram-se na modelagem da força tangencial.

4.8.3 Considerações dos Resultados Obtidos

Os resultados para a aplicação do modelo em pás de TEEV, mostraram dificuldades em descrever o comportamento das forças em condições de estol dinâmico. Verifica-se qualitativamente que o modelo descreve os efeitos de histerese ocorridos no percurso do aerofólio, porém, uma análise quantitativa mostra que os resultados afastam-se significativamente dos resultados experimentais. Mesmo nestas condições com grandes amplitudes de oscilação, o modelo mostra uma melhor performance da força tangencial quando comparado com os modelos Boeing-Vertol e MIT (Fig. 3.12 e Fig.3.13 para $\lambda=2.64$ e Fig.3.16 e Fig.3.17 para $\lambda=1.6$ no Cap.3). Em relação à força normal, o modelo MIT apresenta uma curva mais suave e com comportamento mais adequado aos resultados experimentais que os outros modelos, apesar de superestimar tal força na segunda semi-trajetória do percurso do aerofólio.

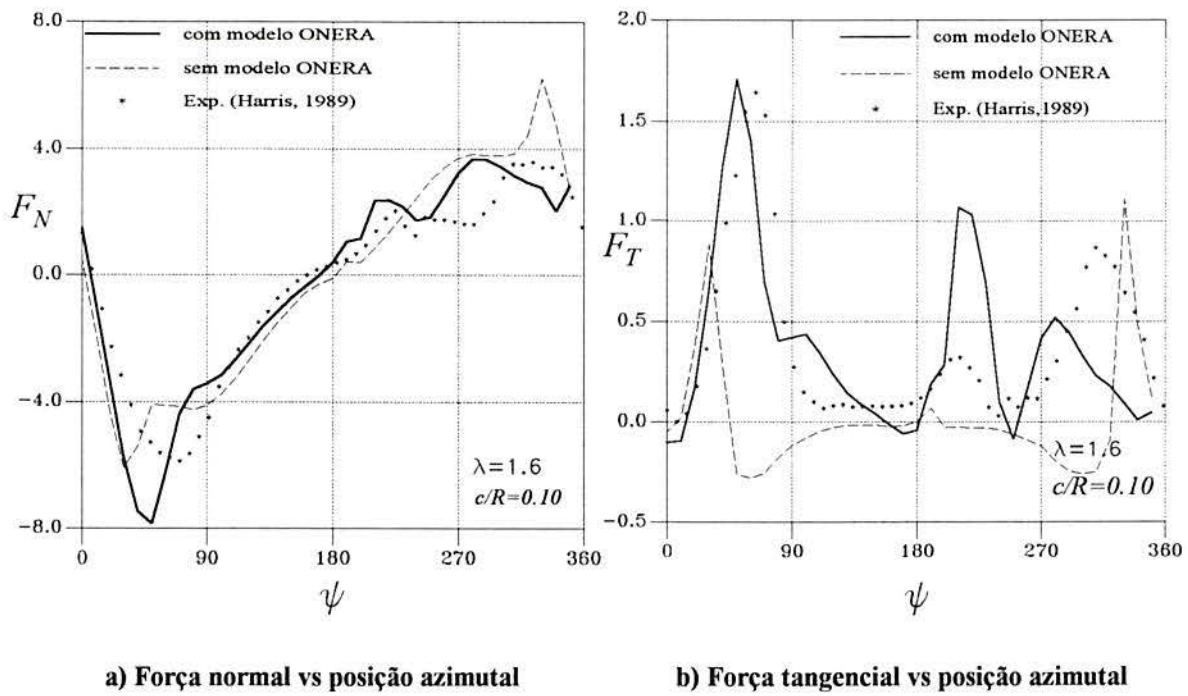


Figura 4.11 Forças aerodinâmicas utilizando o modelo ONERA para $\lambda=1.60$

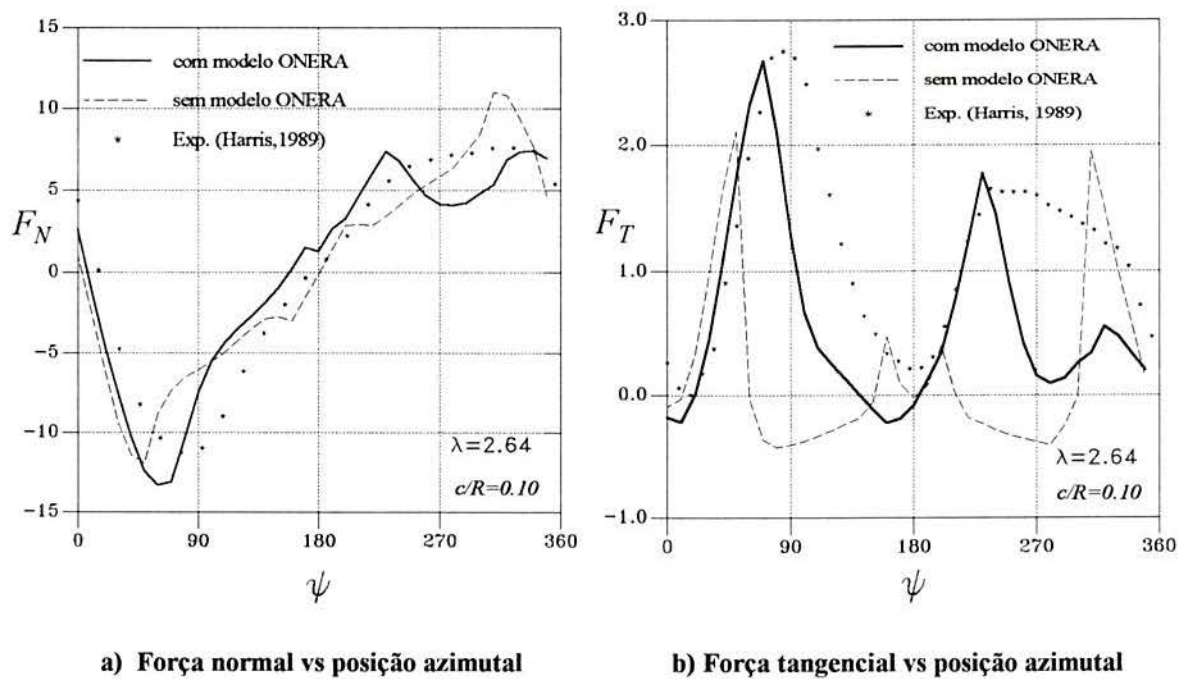


Figura 4.12 Forças aerodinâmicas utilizando o modelo ONERA para $\lambda=2.64$

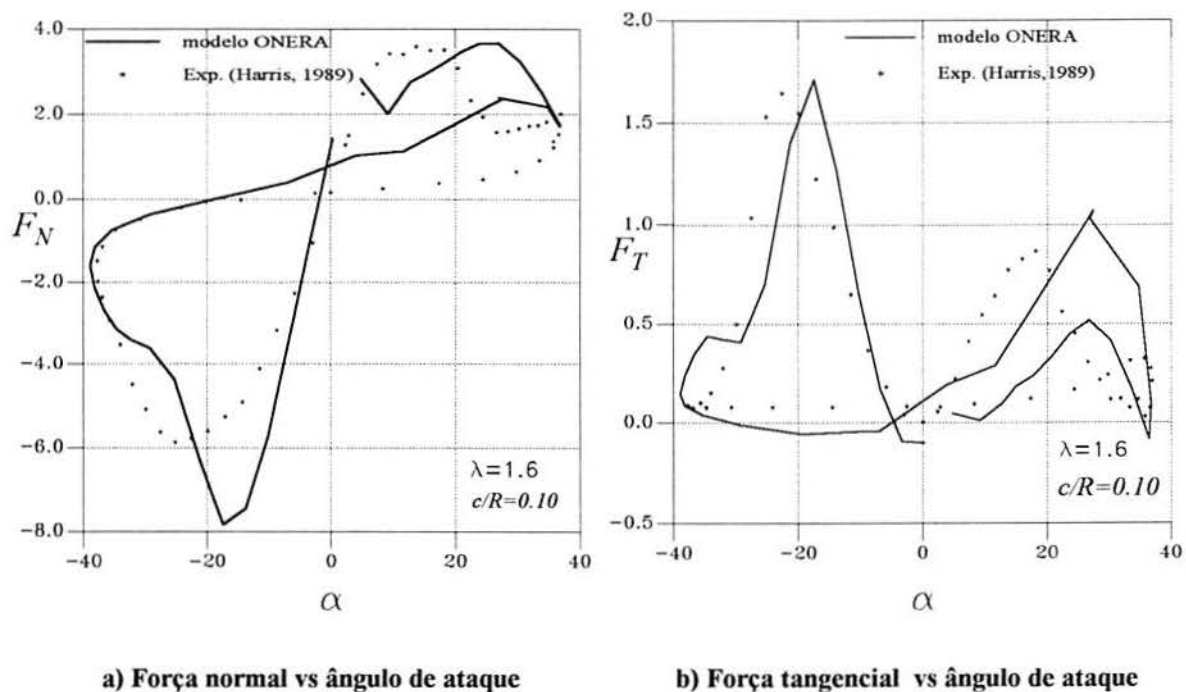


Figura 4.13 Representação da histerese nas forças aerodinâmicas para $\lambda=1.60$

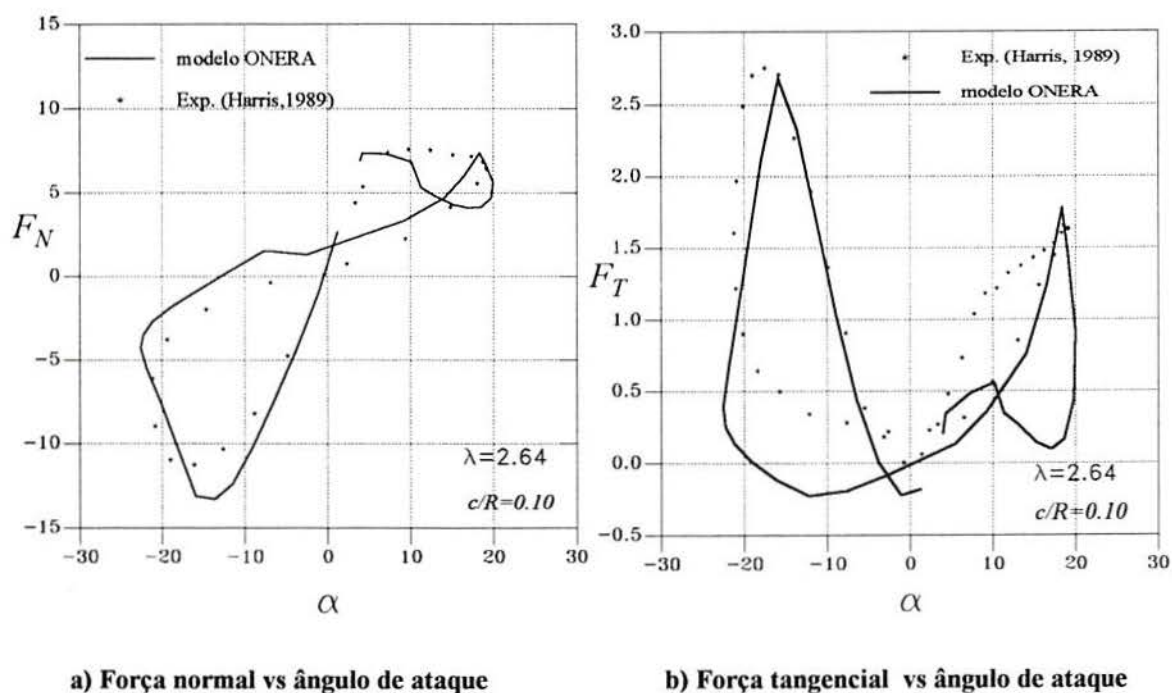


Figura 4.14b Representação da histerese nas forças aerodinâmicas para $\lambda=2.64$

4.8.4 Otimização da Metodologia

Para o aperfeiçoamento do modelo é necessário realizar uma grande quantidade de testes observando a influência de cada um dos parâmetros envolvidos nas equações diferenciais, permitindo com isto adequar o modelo às condições de estol dinâmico em pás de TEEV. Para tanto os seguintes itens são discutidos a seguir: i) Limitações do modelo de vórtices pelo excessivo tempo computacional; ii) Consideração dos efeitos de expansão da esteira no ângulo de ataque; iii) Restrição dos testes às condições de estol intenso.

i) O modelo proposto e os modelos semi-empíricos estudados no Cap.3, utilizaram-se do modelo de vórtices livres para obter α e W do aerofólio. Constatou-se nos resultados o elevado tempo computacional do modelo de vórtices, sendo isso um fator limitante quando se deseja realizar uma quantidade considerável de testes numéricos. Mesmo fazendo-se as modificações indicadas no item 4.8.1, o tempo computacional é uma limitante no procedimento de aperfeiçoamento do modelo proposto.

ii) O ângulo de ataque é uma variável importante no modelo proposto. Os resultados de α com o modelo de vórtices são satisfatórios quando comparados os de Harris [58] (ver Fig. 2.21a, Fig.2.25a e Fig.2.29a). O acoplamento do modelo proposto junto ao modelo de vórtices não modifica de maneira significativa os valores de α e W , como se observa na Fig.4.15 e Fig.4.16. Portanto, no procedimento de otimização esta variável poderia ser obtida com qualquer um das metodologias. O tempo computacional, porém continua sendo uma limitante. Além disso, as divergências existentes entre os valores de α dados por Harris [58] e os obtidos com o modelo de vórtices (Fig. 2.21a, Fig.2.25a e Fig.2.29a) são justificadas principalmente devido ao fato de que Harris[58] utiliza uma metodologia que leva em consideração o efeito de expansão da esteira, modificando o valor de α especialmente em $\psi=0^\circ$ (Fig.2.21a, Fig.2.25a e Fig.2.29a). Tal metodologia permite uma aproximação da situação real e, portanto, a utilização desta informação no modelo proposto refletirá num aprimoramento na modelagem das forças aerodinâmicas. Pelas argumentações expostas anteriormente, optou-se por utilizar α e W fornecidos por Harris [58]. Tal procedimento permite minimizar o tempo computacional, concentrando-se exclusivamente nas divergências apresentadas no modelo, detectando-se desta forma, os efeitos provenientes dos parâmetros envolvidos nas equações diferenciais.

iii) No procedimento de otimização do modelo utilizaram-se, para sua validação, os resultados experimentais que abrangem valores de λ entre 1.6 e 2.64, onde apresentam-se as maiores dificuldades para a modelagem das forças aerodinâmicas. Nestas condições, α tem uma amplitude de oscilação que envolve efeitos de estol dinâmico intenso. Isto pode ser constatado no presente capítulo e nos resultados dos capítulos 2 e 3. Uma vez alcançado tal objetivo, o modelo poderá ser verificado para valores maiores de λ , nos quais α tem uma amplitude de oscilação restrita ao domínio de estol dinâmico inicial e superficial.

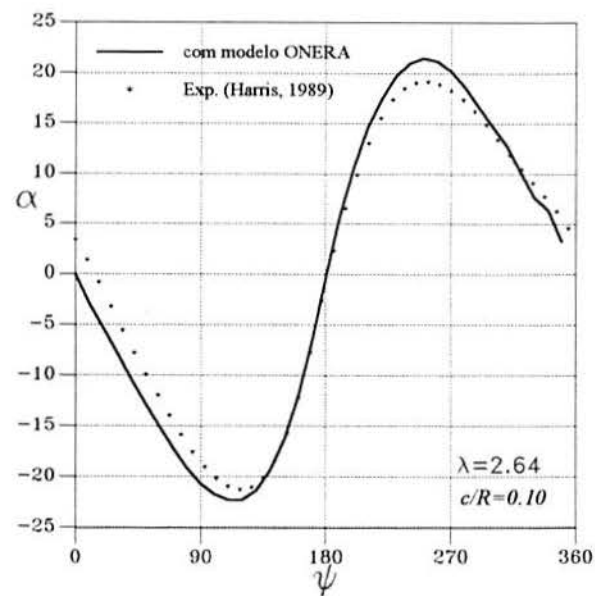


Figura 4.15 Efeito do modelo na variação do ângulo de ataque para $\lambda=2.64$

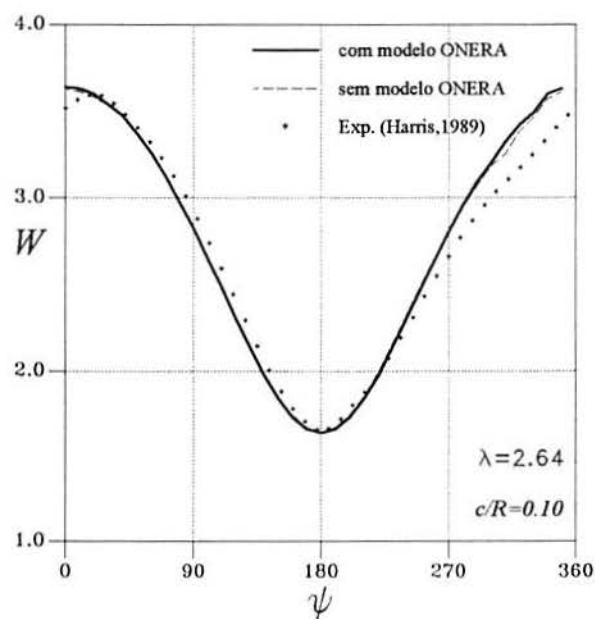


Figura 4.16 Efeito do modelo na variação da velocidade relativa para $\lambda=2.64$

Capítulo 5

MODIFICAÇÕES DO MODELO PROPOSTO

Capítulo 5

MODIFICAÇÕES DO MODELO PROPOSTO

Introdução

O modelo proposto na sua forma original, definido no Cap.4, apresenta limitações quando testado em condições de grande amplitudes de oscilação, simulando o comportamento do fenômeno de estol dinâmico em TEEV. Em algumas situações, os resultados são numericamente inconsistentes, escapando da realidade física do problema. Com a finalidade de aperfeiçoar o modelo efetuaram-se modificações, as quais são descritas no presente capítulo junto aos resultados obtidos. Observa-se, após tais modificações, que o modelo torna-se consistente nas situações em que anteriormente não o era.

Para o aperfeiçoamento do modelo foram estudadas as contribuições de diversos parâmetros. As ações mais significativas dependeram principalmente de:

- Modificação do tempo característico.
- Proposta de uma nova expressão para o arrasto
- Modificação das derivativas do ângulo de ataque.

Outros parâmetros estudados, como a influencia dos coeficientes estáticos e o efeito de incluir nas equações diferenciais os termos derivativos da velocidade relativa, são também abordados no presente capítulo.

5.1 Procedimento Utilizado

Foi visto no Cap.2 que as forças normal e tangencial adimensionais utilizadas na modelagem são dadas por:

$$\begin{aligned} F_N^* &= C_N \left(\frac{W}{U_\infty} \right)^2 \\ F_T^* &= C_T \left(\frac{W}{U_\infty} \right)^2 \end{aligned} \quad (5.1)$$

onde C_N é o coeficiente normal e C_T é o coeficiente tangencial, definidos como:

$$\begin{aligned} C_N &= C_L \cos \alpha + C_D \sin \alpha \\ C_T &= C_L \sin \alpha - C_D \cos \alpha \end{aligned} \quad (5.2)$$

O coeficiente de sustentação C_L e o coeficiente de arrasto C_D são obtidos através do modelo proposto no Cap.4. Inicialmente, o ângulo de ataque α e a velocidade relativa W foram obtidas com o *modelo de vórtices livres*, estudado no Cap.2. Posteriormente, para diminuir o tempo computacional, utilizaram-se diretamente os valores de α e W fornecidos por Harris [58], apresentados graficamente no Cap.2, para as condições de estol dinâmico. A maior dificuldade encontra-se na adequada modelagem da força tangencial. A força normal adimensional apresenta uma ordem de grandeza semelhante ao coeficiente de sustentação, mostrando-se menos sensível às modificações do coeficiente de arrasto. O procedimento realizado para aperfeiçoamento das equações foi o seguinte: i) Inicialmente se trabalhou no aperfeiçoamento do coeficiente de sustentação, reformulando o parâmetro do tempo característico b/W , incluído nas equações diferenciais. ii) Posteriormente trabalhou-se na modelagem do coeficiente de arrasto, sendo analisados três modelos: a expressão empírica de Takamatsu et al. [102], o modelo de Beddoes [87] e o modelo de ONERA [9]. iii) Em continuação foi proposta uma expressão para o arrasto, deduzida do equacionamento potencial, utilizada no modelo de ONERA. iv) Finalmente, foi introduzido o parâmetro característico de estol dinâmico, que inclui a variação da primeira derivada do ângulo de ataque, permitindo resultados mais apurados da força tangencial.

5.2 Influência do Tempo Característico

Nos primeiros testes realizados com o modelo, adotou-se como tempo característico o parâmetro b/W , onde b é a semicorda do aerofólio e W a velocidade relativa local. Os resultados obtidos mostraram que o modelo divergia acentuadamente dos resultados experimentais. Plotando a relação b/W para as diferentes condições se observou que este parâmetro toma valores acentuados para altas amplitudes de oscilação, tal como se aprecia na Fig 5.1. Isto o torna um fator crítico na solução das equações diferenciais para baixa relação de velocidades (λ).

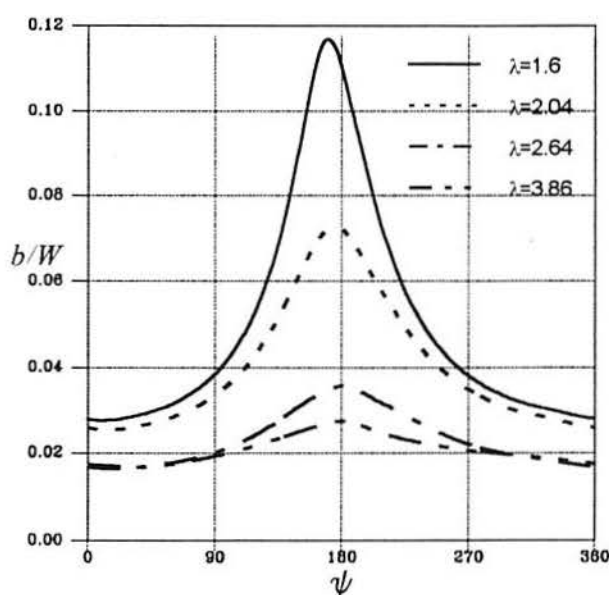
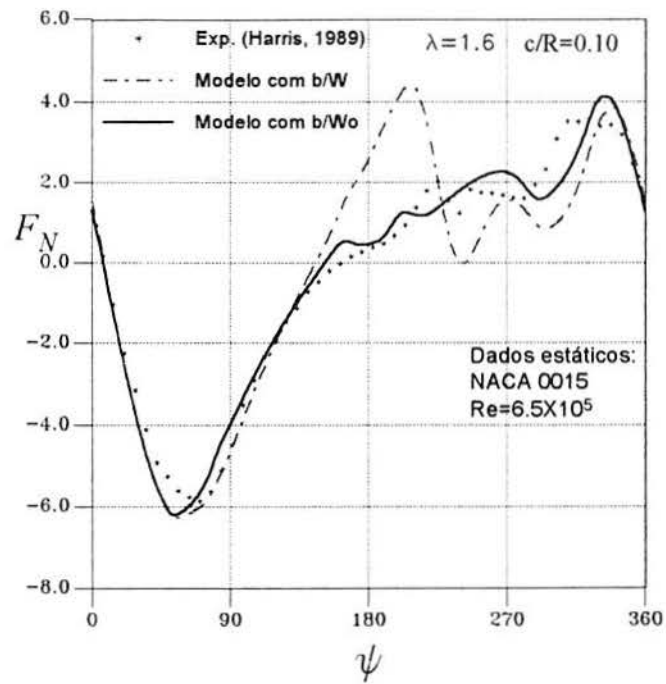
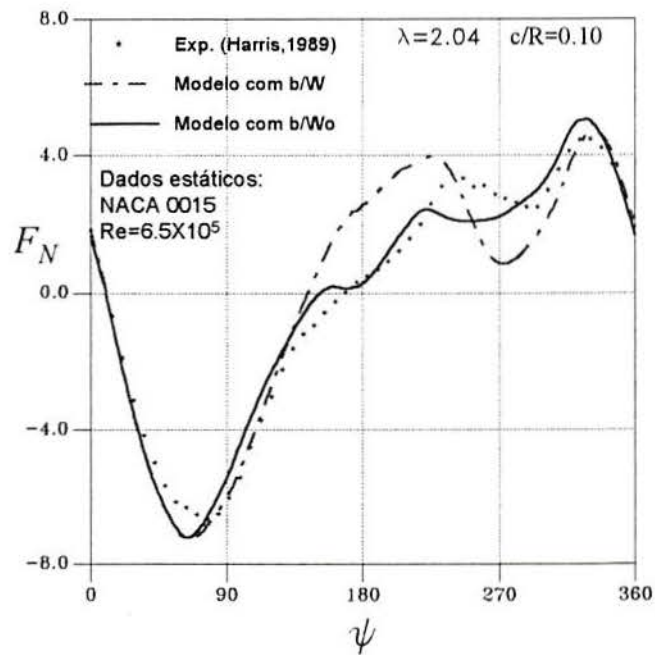


Figura 5.1 Variação do parâmetro b/W

Após diversos testes numéricos, deparou-se que o uso de um tempo característico constante, porém diferente para cada condição de velocidade da turbina, permitia melhores resultados da força normal. Foi substituído então a velocidade relativa pela expressão $W_0 = U_\infty + \Omega R$. Desta forma o termo característico é dado como:

$$\frac{b}{W_0} = \frac{b}{U_\infty + \Omega R} = \frac{b / U_\infty}{(1 + \lambda)} \quad (5.3)$$

Nas Fig.5.2 e Fig.5.3 e Fig. 5.4 apresentam-se os resultados com tal modificação para baixos valores de λ , utilizando-se originalmente o parâmetro b/W e, posteriormente, o parâmetro proposto b/W_0 , dado pela Eq.5.3. Nestes testes, utilizou-se o coeficiente de arrasto obtido a partir dos dados estáticos de Madsen [26].

Figura 5.2 Força normal para $\lambda=1.6$ Figura 5.3 Força normal para $\lambda=2.04$

Observa-se na Fig. 5.4 que para $\lambda=2.64$, o efeito do tempo característico diminui obtendo-se um comportamento semelhante das curvas, independente do uso do termo b/W ou b/W_0 . Tal resultado é confirmado na Fig.5.1, na qual observa-se que tal parâmetro é menos crítico nestas condições.

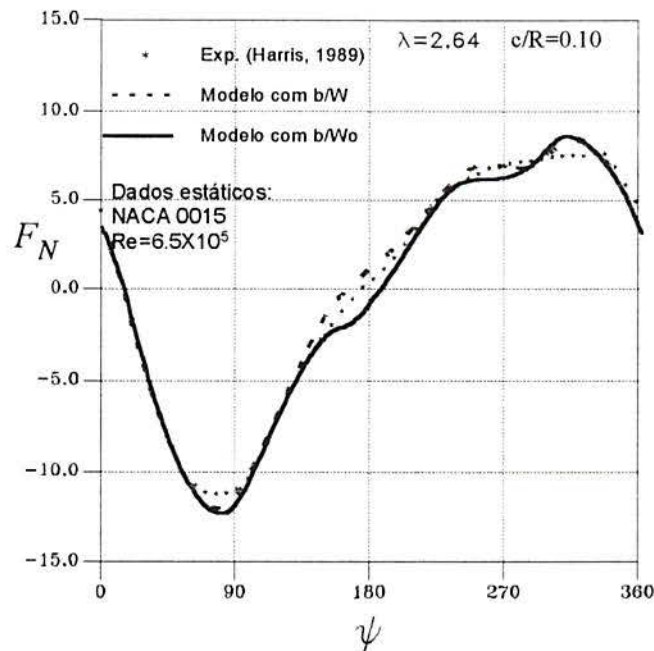


Figura 5.4 Força normal para $\lambda=2.64$

5.3 Equacionamento da Força de Arrasto

Para estudar a influência da força de arrasto foram analisados três modelos: i) a expressão empírica de Takamatsu et al. [102], ii) a expressão de Beddoes [87] do modelo indicial, correspondente ao escoamento de Kirchhoff para considerar efeitos de separação e iii) a expressão do arrasto obtida pelo modelo de ONERA [9].

5.3.1 Expressão de Takamatsu

A expressão é fornecida por Takamatsu et al. [102], obtida indiretamente através de medições realizadas das forças normal e tangencial num modelo reduzido de TEEV em canal hidráulico.

$$C_D = C_{D_0} + k_0 \alpha^2 \quad (5.4)$$

Para o aerofólio NACA 0018 os autores fornecem $k_0=1.27$ e o coeficiente de arrasto para incidência nula $C_{D_0}=0.018$. Deve-se ressaltar que os testes efetuados por tais autores correspondem a um modelo com alta solidez e alta relação de velocidade periférica. O maior ângulo de ataque apresentado nos testes corresponde a 23° .

5.3.2 Expressão de Beddoes

O modelo de arrasto de Beddoes [87] fundamenta-se numa expressão empírica que descreve o comportamento não-linear de C_D . Para tal utiliza-se a teoria de Kirchhoff, a qual considera uma mudança de posição do ponto de separação da camada limite no bordo de fuga, tal como tratado no Cap.3 para o *Modelo Indicial*. No aerofólio, em *condições estáticas*, o ponto onde ocorre a separação, x_{sep} , move-se desde o bordo de fuga ao bordo de ataque, quando aumenta-se o ângulo de ataque. Na forma adimensional este ponto é dado por: $f=x_{sep}/c$. A relação entre f e α no modelo é obtida por duas curvas exponenciais (Fig.3.6), que dividem o escoamento sem separação e o escoamento plenamente separado. O ponto de separação que delimita as duas curvas é considerado na posição $f=0.7$, ocorrendo para o ângulo $\alpha=\alpha_1$, como representado na Fig.3.6. Considerando este efeito a expressão do arraste é dada por:

$$C_D = C_{D_0} + k_1 C_L \sin \alpha + k_2 C_L \sin(\alpha - \alpha_d) \quad (5.5)$$

onde $k_1=0.035$, k_2 é o parâmetro que considera a forma exponencial do ponto de separação e α_d é o ângulo que representa o ponto de quebra da linearidade da curva estática de C_D , dependendo basicamente do formato do aerofólio e número de Mach.

Para $\alpha < \alpha_1$, $k=0$ e para $\alpha \geq \alpha_1$, $k_2=2.7\exp(-cf)$, onde c é uma constante e f é determinado pela Eq.3.25. Os coeficientes utilizados na expressão de C_D são dados por Beddoes [87] para aerofólio NACA 0012 em função do número de Mach. No presente trabalho foram empregados os valores correspondentes ao menor número de Mach ($M=0.3$) $\alpha_1=14^\circ$, $\alpha_d=10.3^\circ$, $C=4.0$, $S_1=S_2=1.4$.

5.3.3 Modelo de ONERA

A representação do arrasto no modelo de ONERA, definida no Cap.4 (Eq.4.18), é dada por:

$$C_{D_1} = C_{D_1} + (\lambda s + \sigma) \frac{W}{b} \dot{\alpha} + s \left(\frac{W}{b} \right)^2 \ddot{\alpha} \quad (5.6)$$

$$\ddot{C}_{D_2} + a \frac{W}{b} \dot{C}_{D_2} + r \left(\frac{W}{b} \right)^2 C_{D_2} = -r \left(\frac{W}{b} \right)^2 \Delta C_D - E \frac{W}{b} \dot{\alpha}$$

$$C_D = C_{D_1} + C_{D_2}$$

5.3.4 Análise Comparativa do Arrasto

Na dificuldade de contar com dados experimentais para comparar o coeficiente de arrasto obtido pelas expressões estudadas, procurou-se um indicador da ordem de grandeza deste coeficiente, nas condições de estol dinâmico. Para tal foi realizado um procedimento inverso, no qual se obteve uma expressão de C_D a partir de resultados experimentais na forma:

$$C_D = C_N \sin \alpha - C_T \cos \alpha \quad (5.7)$$

onde C_N e C_T foram obtidos dos dados experimentais de Harris et al. [58]. Os resultados de C_D obtidos pela expressão acima, junto às expressões de Takamatsu, Beddoes e ONERA são mostrados na Fig. 5.5, Fig. 5.6 e Fig. 5.7.

Cabe ressaltar que a expressão de arrasto de Takamatsu et al. [102] foi deduzida para um aerofólio NACA 0018, e na expressão de Beddoes [87] utilizam-se parâmetros válidos para aerofólio NACA 0012. Estamos, portanto, incluindo erros nos resultados do modelamento, já que Harris [58] utiliza um aerofólio NACA 0015 nos resultados experimentais.

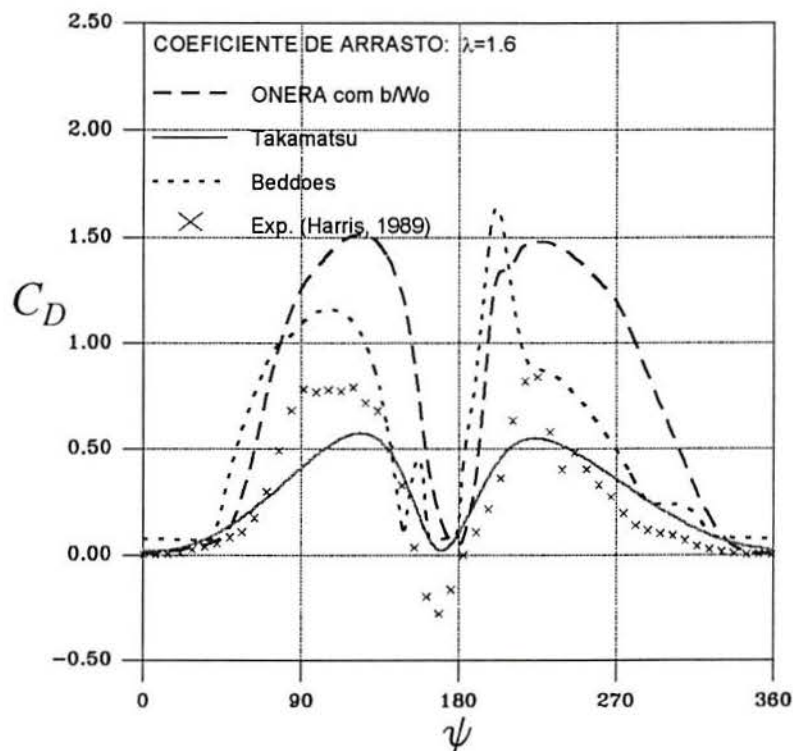


Figura 5.5 Coeficiente de arrasto para $\lambda=1.6$

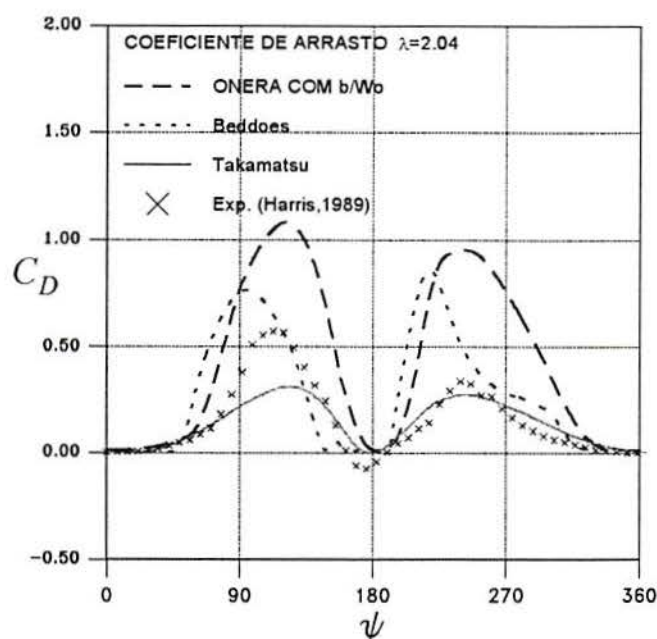


Figura 5.6 Coeficiente de arrasto para $\lambda=2.04$

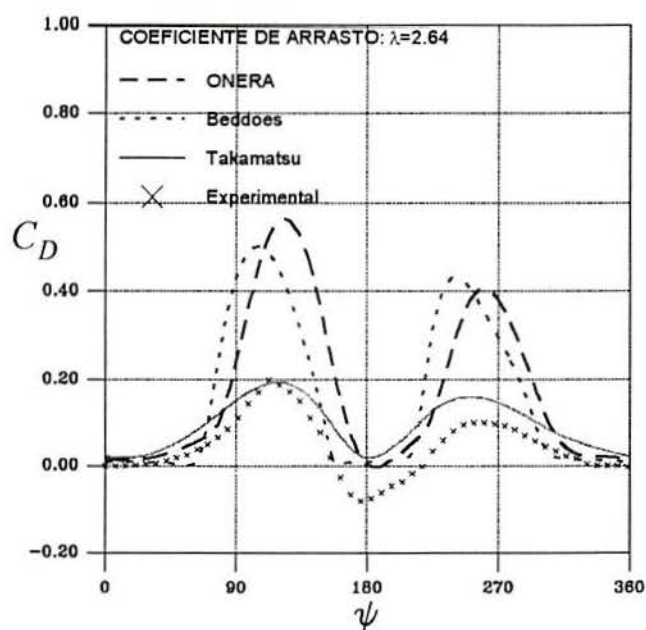
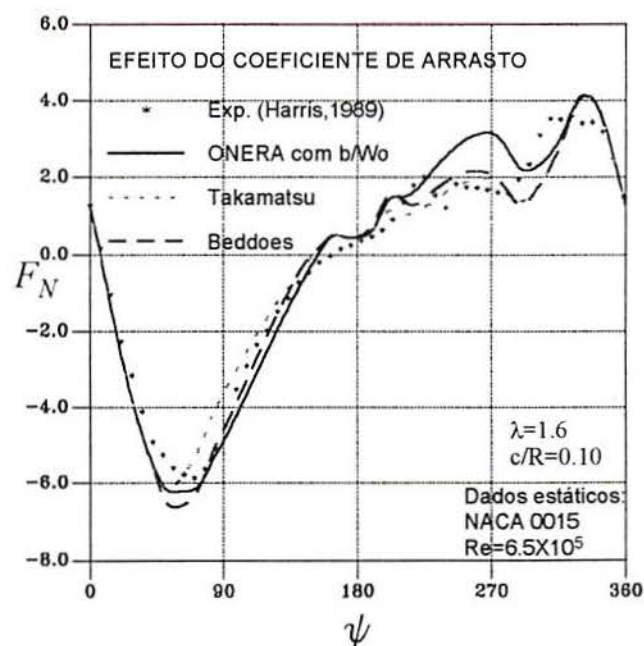
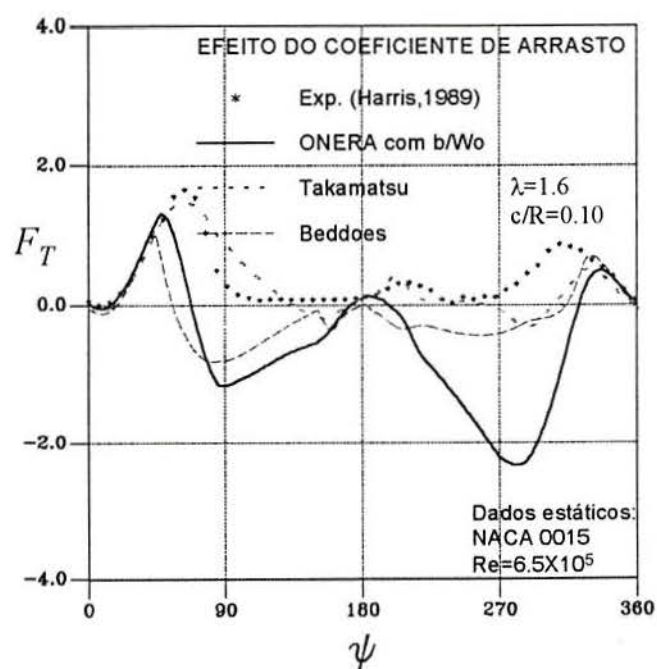
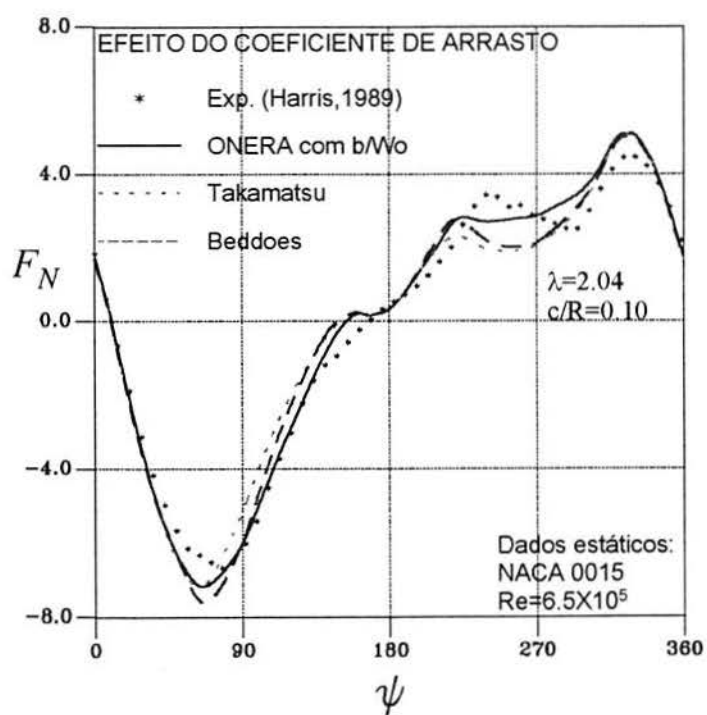
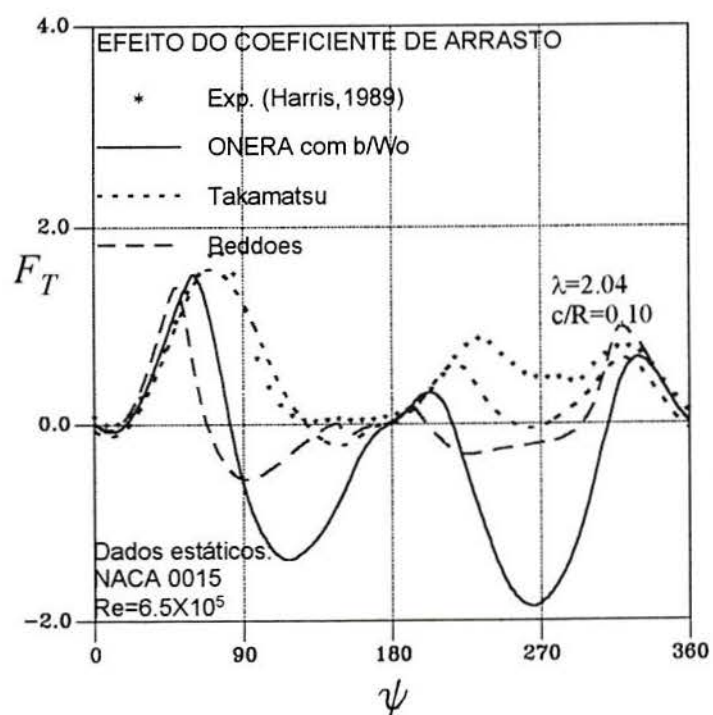
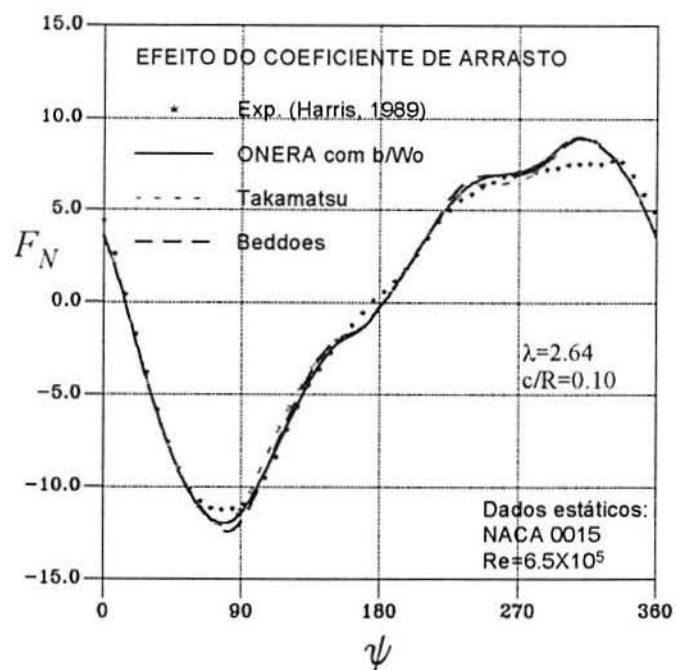
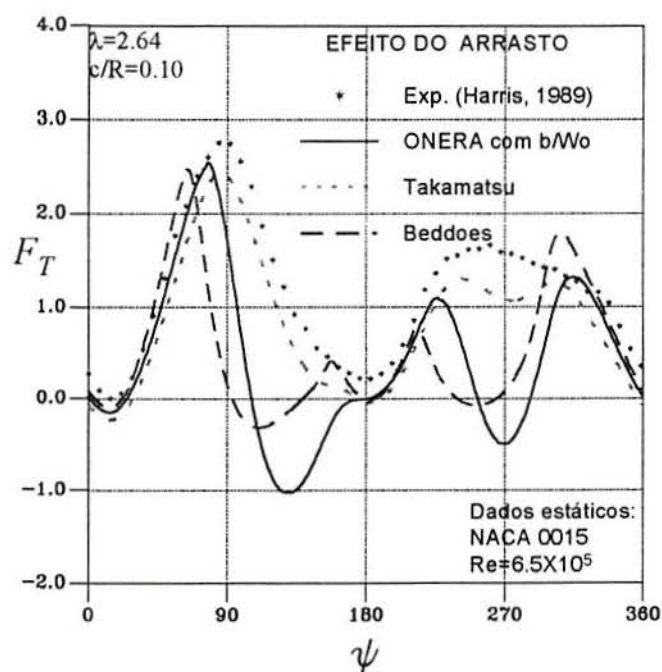


Figura 5.7 Coeficiente de arrasto para $\lambda=2.64$

Utilizando tais expressões para o arrasto se obtiveram os resultados das forças normal e tangencial (Fig.5.8, Fig.5.9 e Fig.5.10) nas condições de estol dinâmico. Se observa em tais resultados que nenhum dos três modelos apresenta uma contribuição significativa no aperfeiçoamento dos resultados da força tangencial.

Figura 5.8a Força normal para $\lambda=1.6$ Figura 5.8b Força tangencial para $\lambda=1.6$

Figura 5.9a Força normal para $\lambda=2.04$ Figura 5.9b Força tangencial para $\lambda=2.04$

Figura 5.10a Força normal para $\lambda=2.64$ Figura 5.10b Força tangencial para $\lambda=2.64$

5.3.5 Expressão do Arraste Proposta

Pela importância do termo de arrasto na força tangencial, e pelas dificuldades em repretar tal força com as expressões do arrasto expostas anteriormente, foi proposta uma nova formulação. A idéia básica foi utilizar as equações do arrasto do modelo ONERA, modificando-as com a finalidade de diminuir seu efeito. A expressão proposta foi derivada diretamente dos coeficientes normal e tangencial, fundamentados na constatação que em outros modelos, como o modelo Indicial [89], o coeficiente da força tangencial C_T é determinado em função de C_N e não de C_L e C_D . Com a nova expressão de C_D foi possível aprimorar os resultados da força tangencial, sem contudo poder-se afirmar que tal expressão explique a contribuição experimental desta força.

Considerando escoamento potencial (sem arraste) e para pequeno ângulo de ataque ($\sin\alpha \cong \tan\alpha$) podemos definir o coeficiente tangencial na forma:

$$C_T = C_N \tan \alpha \quad (5.8)$$

Levando em consideração o efeito do arrasto no coeficiente tangencial:

$$C_N = C_L \cos \alpha + C_D \sin \alpha \quad (5.9)$$

Nomeando C_D^* o coeficiente de arrasto válido para pequenos ângulos de ataque, tem-se:

$$C_D^* = C_N \tan \alpha - C_T \cos \alpha \quad (5.10)$$

e introduzindo C_N e C_T definidas anteriormente na expressão de C_D^* , obtém-se:

$$C_D^* = C_D \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha} \quad (5.11)$$

onde C_D é dado pelo modelo proposto (Eq.4.18). Esta expressão provoca uma diminuição considerável da força de arrasto obtida originalmente como se observa na Fig. 5.11, Fig.5.12 e Fig.5.13.

Finalmente a expressão da força tangencial é dada por:

$$C_T = C_L \sin \alpha - C_D^* \cos \alpha \quad (5.12)$$

Utilizando tal artifício para o arraste os resultados da força tangencial melhoraram significativamente tal como observado na Fig. 5.14, Fig. 5.15 e Fig. 5.16.

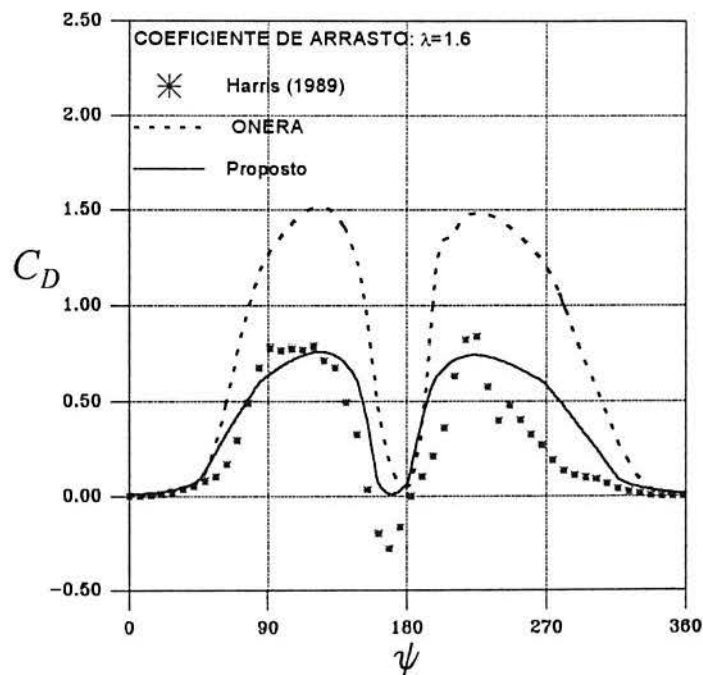
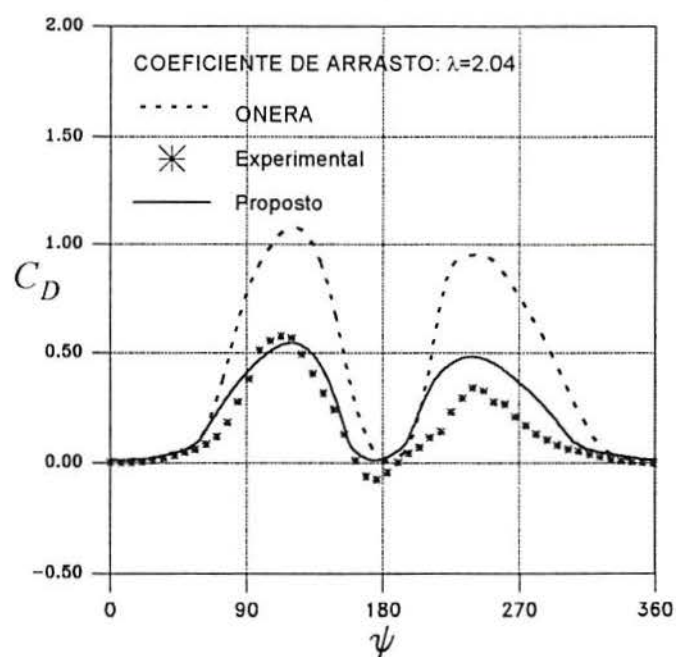
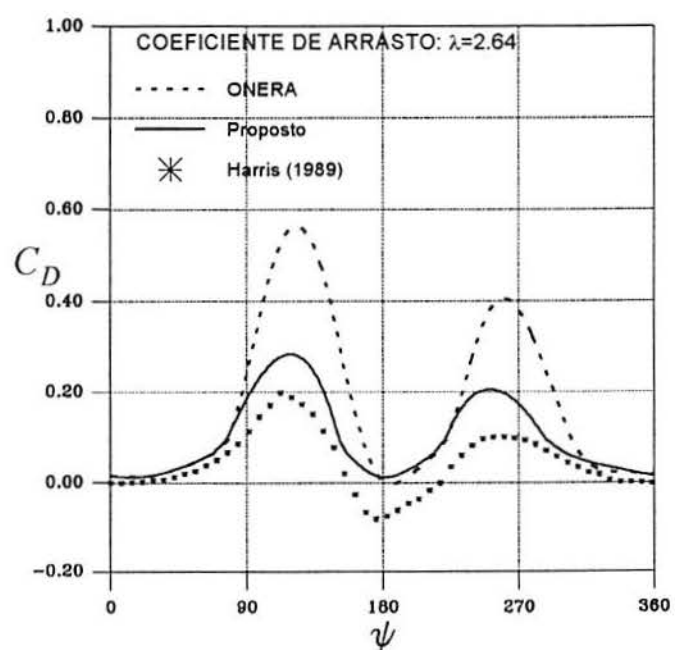


Figura 5.11 Coeficiente de arrasto para $\lambda=1.6$

Figura 5.12 Coeficiente de arrasto para $\lambda=2.04$ Figura 5.13 Coeficiente de arrasto para $\lambda=2.64$

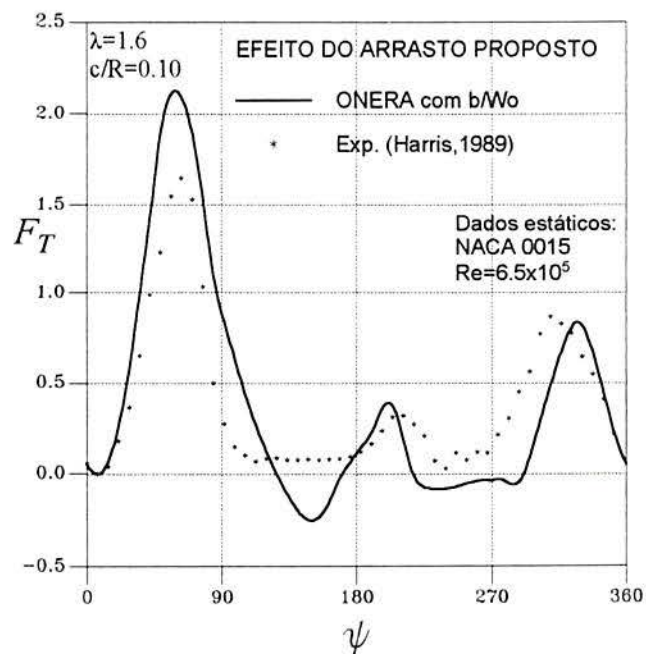


Figura 5.14 Força tangencial para $\lambda=1.60$

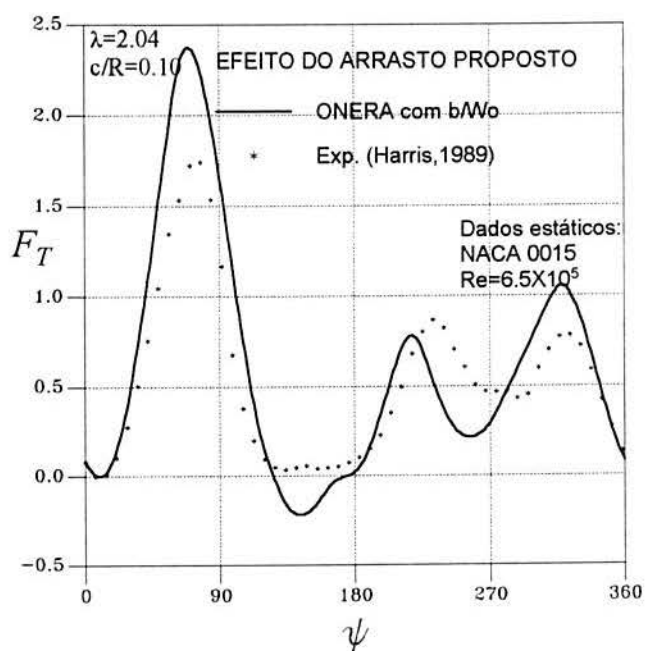


Figura 5.15 Força tangencial para $\lambda=2.04$

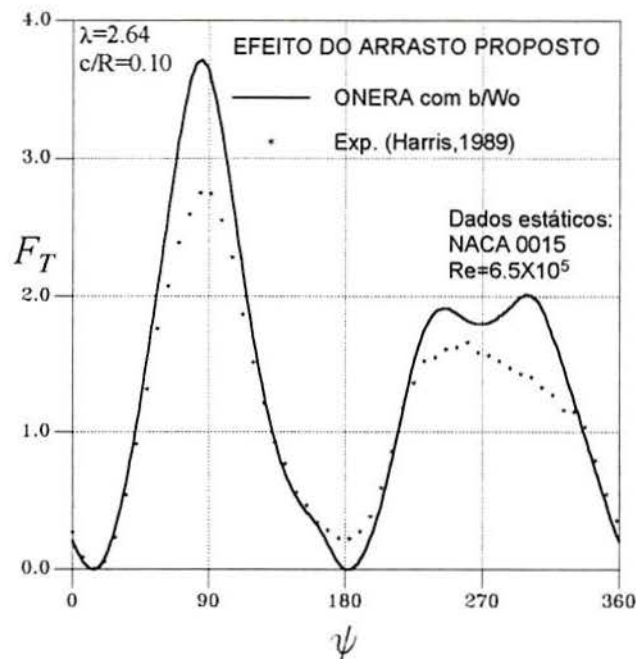


Figura 5.16 Força tangencial para $\lambda=2.64$

5.4. Modificação das Equações da Sustentação

Junto com o parâmetro b/W , observou-se que a variação da primeira derivada do ângulo de ataque, para grandes amplitudes de oscilação, torna-se também um termo crítico. Um procedimento efetivo encontrado para diminuir tal efeito, foi utilizar à semelhança de outros modelos semi-empíricos (como o modelo Boeing-Vertol [79]), o parâmetro característico do fenômeno de estol dinâmico dado por:

$$\text{Parâmetro} = \left| \frac{\dot{\alpha}b}{W} \right|^{1/2} \text{sig}(\dot{\alpha}) \quad (5.13)$$

onde $\text{sig}(\alpha)$ é o sinal de α . Ao substituir a derivada primeira do ângulo de ataque por este termo foi possível reduzir seu efeito crítico. Entretanto observou-se que, mesmo introduzindo tal parâmetro, o modelamento de F_T na segunda semi-trajetória do rotor não fornecia resultados satisfatórios. Analisando separadamente as contribuições de C_{L1} e C_{L2} , verificou-se então que os resultados podiam ser aperfeiçoados ao trabalhar-se com a equação diferencial de C_{L1} em duas zonas, representando a varredura do avanço e retorno do aerofólio na trajetória circular. Como limitante das duas zonas foi utilizado o ângulo azimutal $\psi = 220^\circ$, a partir do qual ocorriam as divergências do modelo com os resultados experimentais de Harris et al.[58].

A equação que define C_{L2} foi mantida válida para a trajetória completa do aerofólio. A representação modificada do modelo de ONERA ficou então dada por:

Para $\psi < 220^\circ$

$$\dot{C}_{L1} + \lambda \frac{W_0}{b} C_{L1} = \lambda \frac{W_0}{b} C_{L1} + (\lambda s + \sigma) \left| \frac{\dot{\alpha} b}{W_0} \right|^{1/2} \text{sig}(\alpha) + s \frac{b}{W_0} \ddot{\alpha} \quad (5.14)$$

Para $\psi \geq 220^\circ$

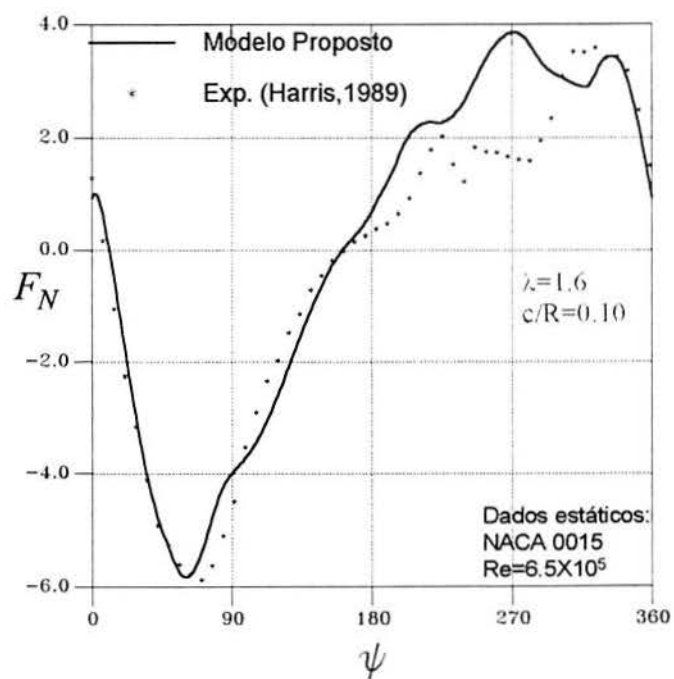
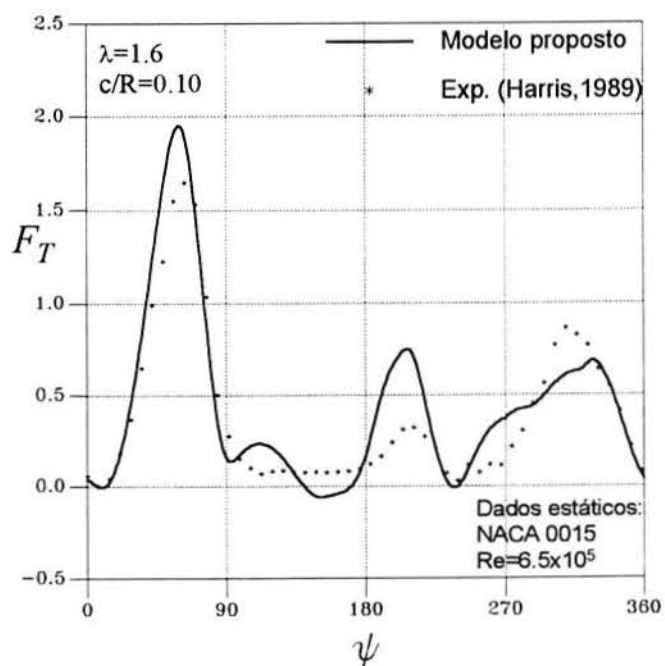
$$\dot{C}_{L1} + \lambda \frac{W_0}{b} C_{L1} = \lambda \frac{W_0}{b} C_{L1} + (\lambda s + \sigma) \frac{W_0}{b} \left| \frac{\dot{\alpha} b}{W_0} \right|^{1/2} \text{sig}(\alpha) + s \frac{b}{W_0} \ddot{\alpha} \quad (5.15)$$

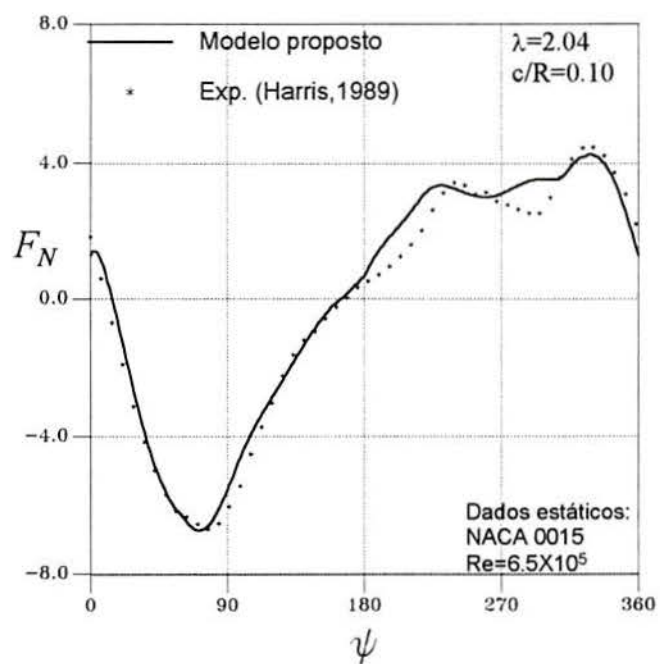
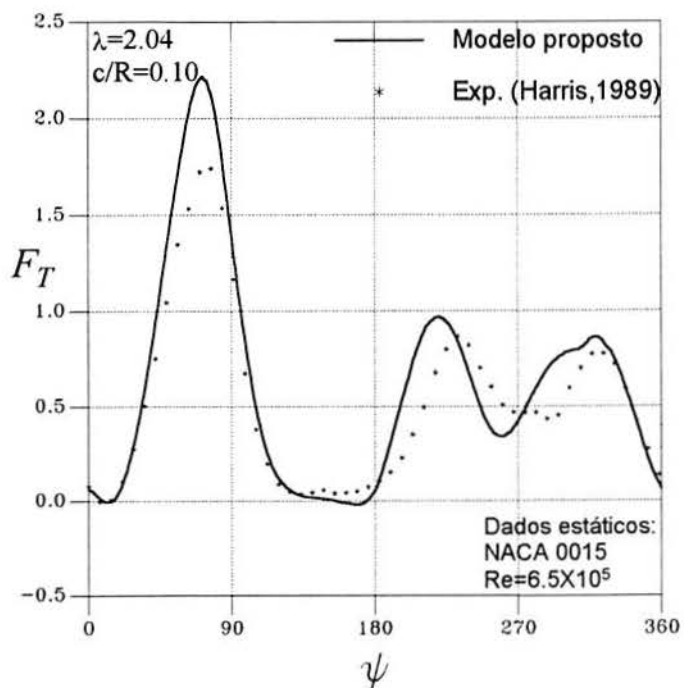
Para todo ψ :

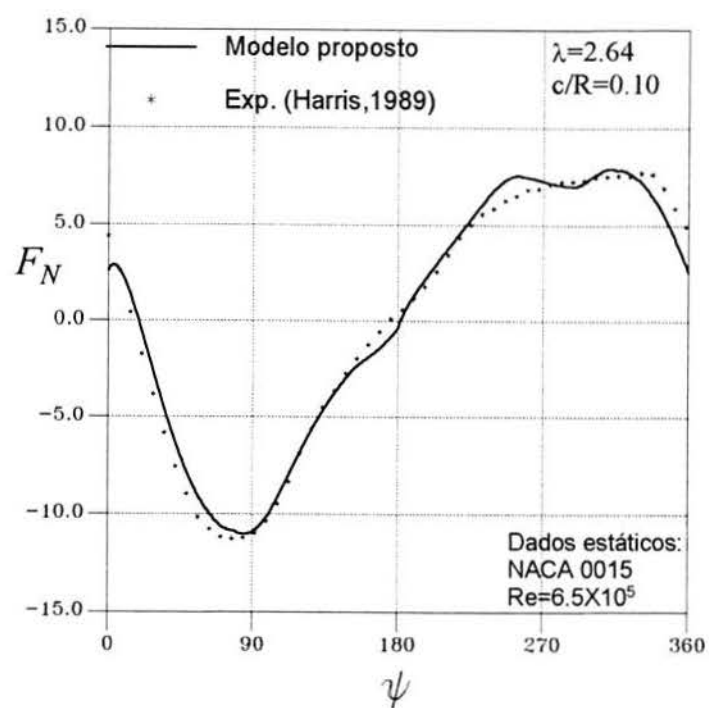
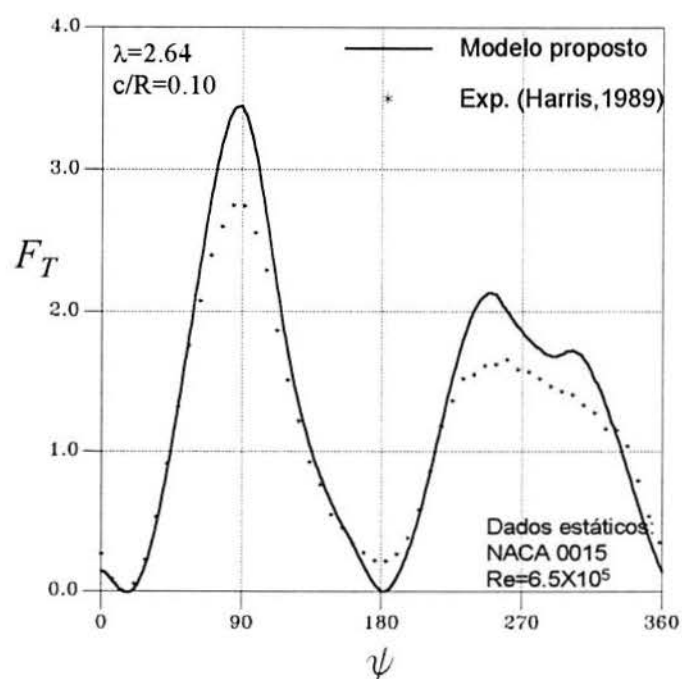
$$\ddot{C}_{L2} + a \frac{W}{b} \dot{C}_{L2} + r \left(\frac{W}{b} \right)^2 C_{L2} = -r \left(\frac{W}{b} \right)^2 \Delta C_L + E \left| \frac{\dot{\alpha} b}{W} \right|^{1/2} \text{sig}(\dot{\alpha}) \quad (5.16)$$

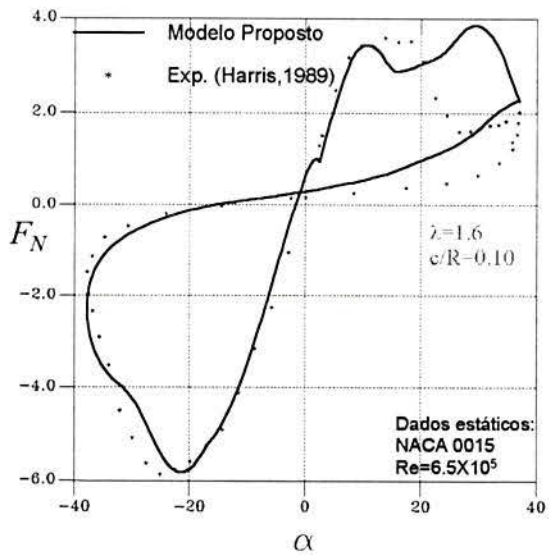
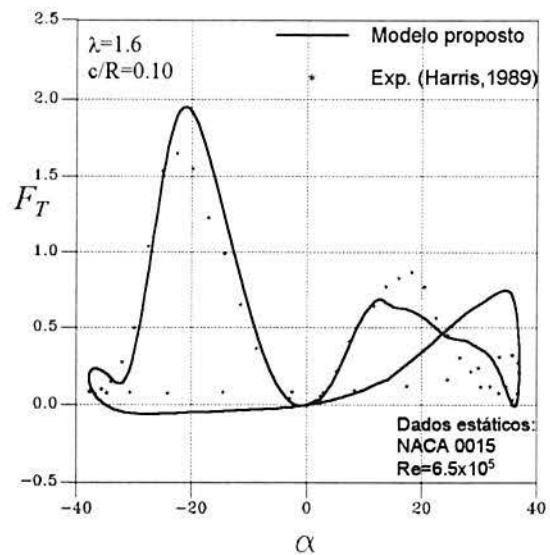
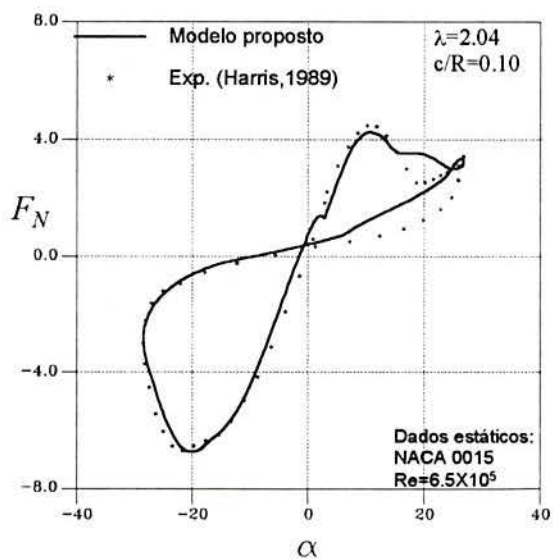
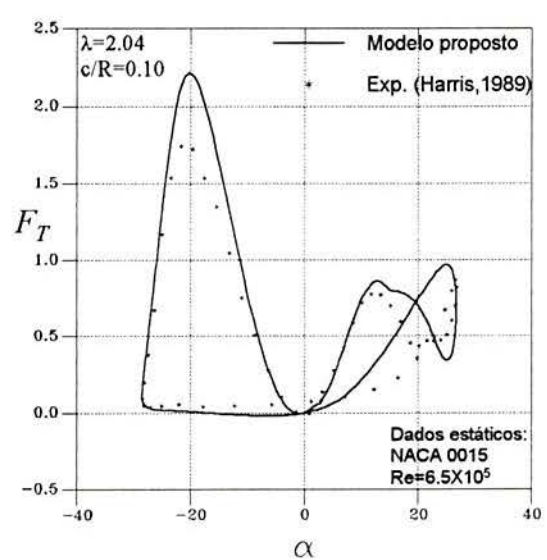
Na equação diferencial que define C_{L1} é utilizada a velocidade $W_0 = U_\infty + \Omega R$ enquanto na equação diferencial que define C_{L2} se emprega W . Inicialmente trabalhamos com o valor de W para ambas equações, porém a utilização de W_0 para obter C_{L1} permitiu resultados mais apurados quando comparados com os experimentais, como pode ser verificado nas Fig. 5.17, 5.18 e Fig. 5.19.

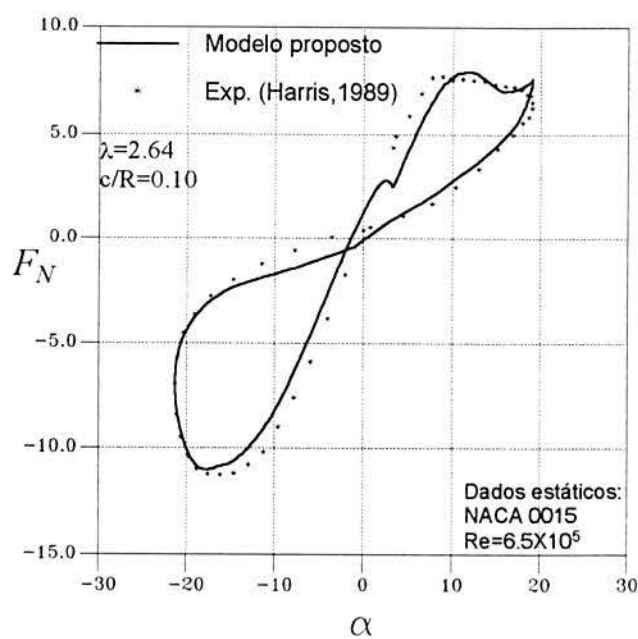
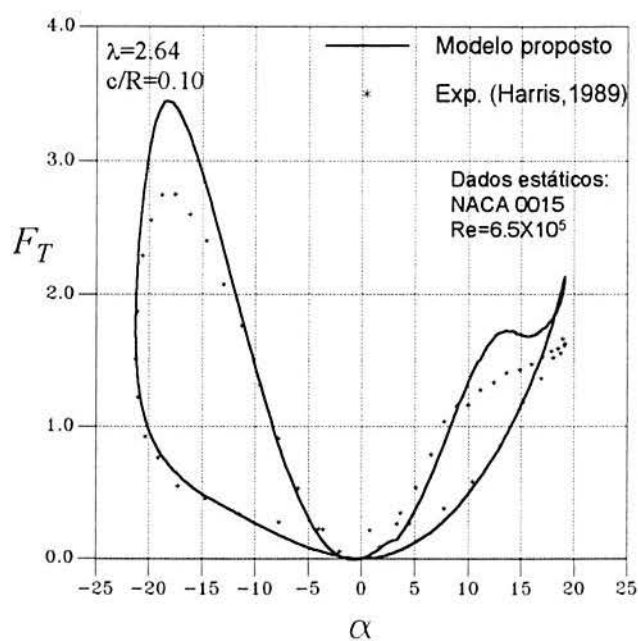
O comportamento das forças aerodinâmicas adimensionais em função do ângulo de ataque são mostradas nas Figuras 2.20 a 2.22. Observa-se que o modelo representa adequadamente tais forças, existindo algumas divergências na força tangencial, especialmente na segunda semitrajetória do percurso circular do aerofólio correspondendo, nestas figuras, à região onde o ângulo de ataque toma valores positivos. Em geral, o modelo representa em forma bastante satisfatória os *loops* de histerese manifestados nestas forças aerodinâmicas.

Figura 5.17a Força normal para $\lambda=1.6$ Figura 5.17b Força tangencial para $\lambda=1.6$

Figura 5.18a Força normal para $\lambda=2.04$ Figura 5.18b Força tangencial para $\lambda=2.04$

Figura 5.19a Força normal para $\lambda=2.64$ Figura 5.19b Força tangencial para $\lambda=2.64$

Figura 5.20a Força normal para $\lambda=1.6$ Figura 5.20b Força tangencial $\lambda=1.6$ Figura 5.21a Força normal para $\lambda=2.04$ Figura 5.21b Força tangencial $\lambda=2.04$

Figura 5.22a Força normal para $\lambda=2.64$ Figura 5.22b Força tangencial para $\lambda=2.64$

5.5 Outros parâmetros Estudados

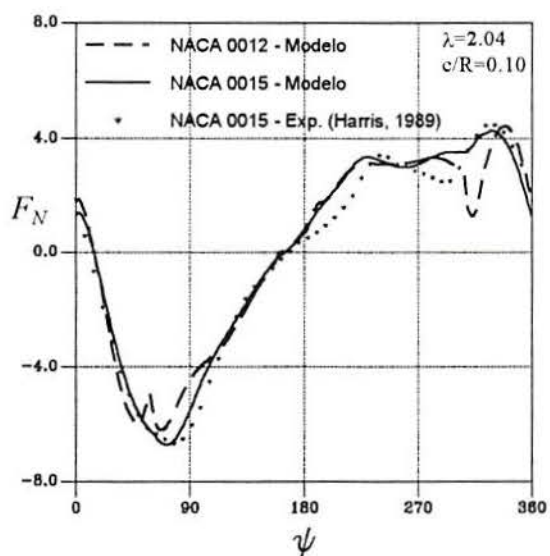
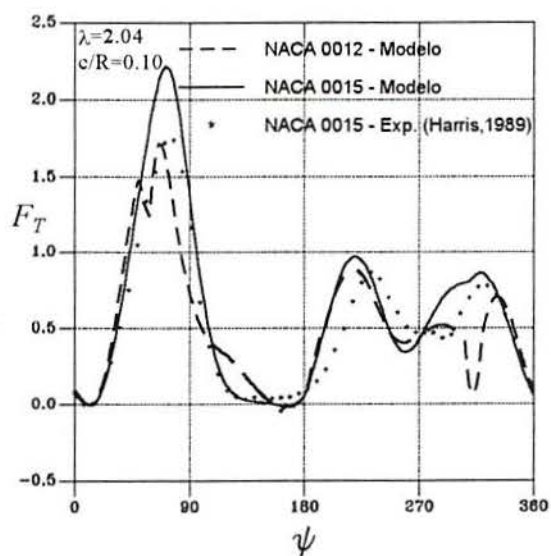
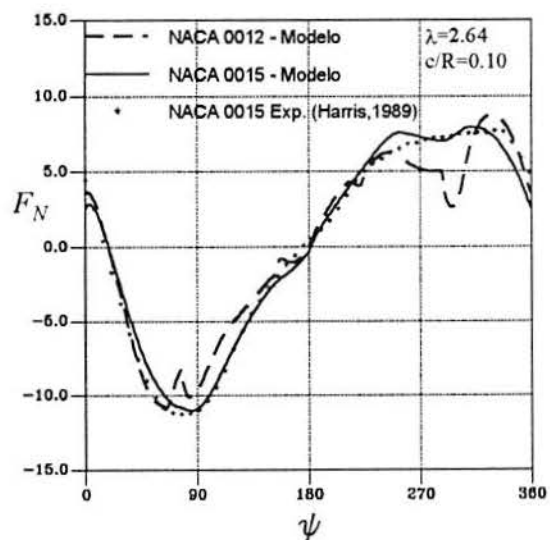
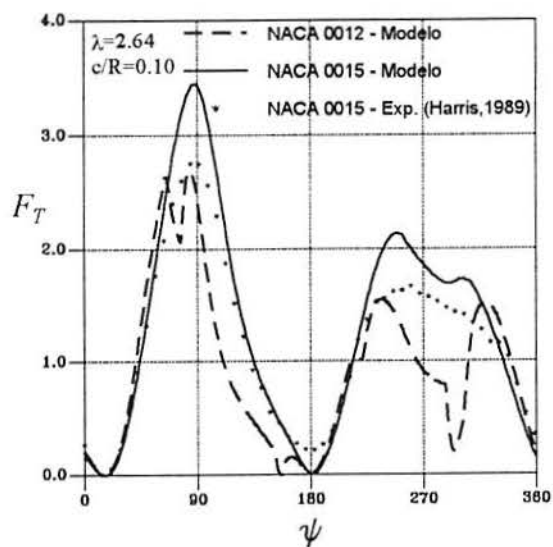
5.5.1 Importância dos Coeficientes Aerodinâmicos Estáticos

Como outros modelos semi-empíricos, o modelo ONERA é sensível ao uso apropriado de valores experimentais estáticos dos coeficientes aerodinâmicos (C_L, C_D) os quais, por sua vez dependem, no caso de perfis subsônicos, do formato do aerofólio e número de Reynolds. Isto pode ser observado lembrando que, no modelo proposto (ver Eq. 4.15), os coeficientes σ , r , a , E são obtidos em condições não-estacionárias em túnel aerodinâmico, definidos como:

$$\begin{aligned}\sigma &= \sigma_0 + \sigma_1 |\Delta C_L| \\ r &= (r_0 + r_2 \Delta C_L)^2 \\ a &= a_0 + a_2 \Delta C_L^2 \\ E &= E_2 \Delta C_L^2\end{aligned}\tag{5.22}$$

Os parâmetros σ , r , a , E são dependentes de $\Delta C_L = C_{Li} - C_{Ls}$ que, tal como mostrado na Fig. 4.3, representa a diferença entre o coeficiente aerodinâmico linear estático C_{Li} (extrapolado do domínio sem estol) e seu valor estático real C_{Ls} . O termo é nulo na região linear da curva estática de C_L versus α , onde a solução de C_L é predominada pela solução da equação diferencial que descreve C_{Li} . Em tal região, a inclinação da curva é praticamente constante ($C_{L\alpha} \cong 2\pi\alpha$). Assim, mesmo para aerofólios com diferentes geometrias, o modelo fornece resultados semelhantes. Em contrapartida, na região pós estol ($\alpha > \alpha_{es}$) a curva modifica-se acentuadamente segundo o tipo de aerofólio, mesmo para Re da mesma ordem de grandeza.

Inicialmente trabalhamos no modelo com valores estáticos de C_L e C_D para aerofólio NACA 0012 e com $Re=7.6 \times 10^5$ (Michos et al. [56]). Posteriormente foram utilizados os dados de um aerofólio NACA 0015, obtidos do trabalho de Jacobs e Sherman [57], com $Re=6.55 \times 10^5$, e corrigidos por Madsen [26] para levar em consideração efeitos de perdas nas pontas. Verificamos que os resultados tiveram significativa melhora com esta geometria de aerofólio (similar ao dos testes de Harris [58]), como se aprecia na Fig. 5.23 e Fig. 5.24. Esta melhoria pode ser explicada analisando-se os coeficientes aerodinâmicos fornecidos por Michos et al. [56] e por Madsen [26] (ver Fig.2.11 e Fig.2.12). Nota-se que existem diferenças significativas dos valores de C_L e C_D , especialmente na região entre $10^\circ \leq \alpha \leq 40^\circ$, onde o modelo utiliza o termo ΔC_L . Verifica-se, portanto, que um importante fator no sucesso do uso do modelo ONERA é a utilização de dados de coeficientes aerodinâmicos estáticos com geometria similar e, se possível, com número de Reynolds próximo do alcançado na situação real nas pás da turbina.

Figura 5.23a Força normal $\lambda=2.04$ Figura 5.23.b Força tangencial $\lambda=2.04$ Figura 5.24a Força normal $\lambda=2.64$ Figura 5.24.b Força tangencial $\lambda=2.64$

5.5.2 Termos Derivativos da Velocidade

Na forma original as equações diferenciais do modelo (Tran e Petot, [93]) apresentavam sua adimensionalização considerando o tempo característico (Eq.4.3) definido em função da velocidade de corrente livre, tornando-se desprezíveis os termos derivativos desta velocidade. Posteriormente o modelo foi apresentado (Petot [9]) considerando o tempo real (Eq.4.21) e incluindo nas equações a velocidade relativa do aerofólio W , porém sem considerar os termos derivativos de tal velocidade. Para avaliar tal contribuição é necessário reformular as equações. Para tanto definimos o tempo adimensional τ e a velocidade adimensional W^* pelas expressões a seguir:

$$\tau = \frac{tW}{b} \quad W^* = \frac{W}{U_\infty} \quad (5.17)$$

A relação entre variação temporal de qualquer variável no sistema de equações e a sua forma adimensional é dada por:

$$\frac{d(\)}{dt} = \frac{d(\)}{d\tau} \frac{d\tau}{dt} \quad (5.18)$$

$$\frac{d^2(\)}{dt^2} = \frac{d^2(\)}{d\tau^2} \frac{d\tau^2}{dt^2} \quad (5.19)$$

Quando é incluída a variação temporal da velocidade, o termo $d\tau/dt$ é dado por:

$$\frac{d\tau}{dt} = \frac{W}{b} + \frac{t}{b} \frac{dW}{dt} \quad (5.20)$$

Finalmente o quadrado do termo $(d\tau/dt)^2$ é dado por:

$$\left(\frac{d\tau}{dt}\right)^2 = \left(\frac{W}{b}\right)^2 + \left(\frac{t}{b} \frac{dW}{dt}\right)^2 + 2t \frac{W}{b^2} \frac{dW}{dt} \quad (5.21)$$

Na forma original o modelo utiliza $d\tau/dt=b/W$ e $(d\tau/dt)^2=(b/W)^2$. Os termos dados pelas Eq 5.20 e 5.21 poderão ser incluídos futuramente nas equações diferenciais do modelo, estudando-se, desta forma, a contribuição dos mesmos e o comportamento das forças aerodinâmicas.

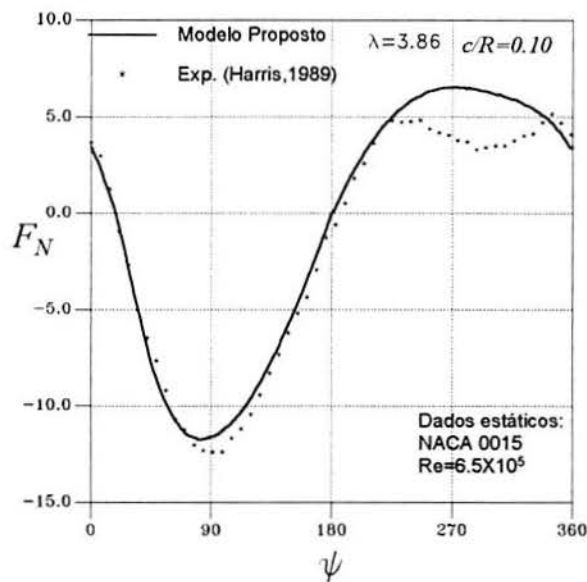
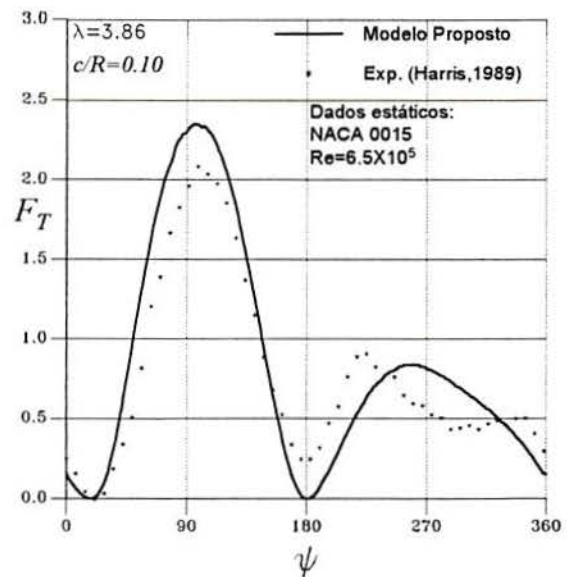
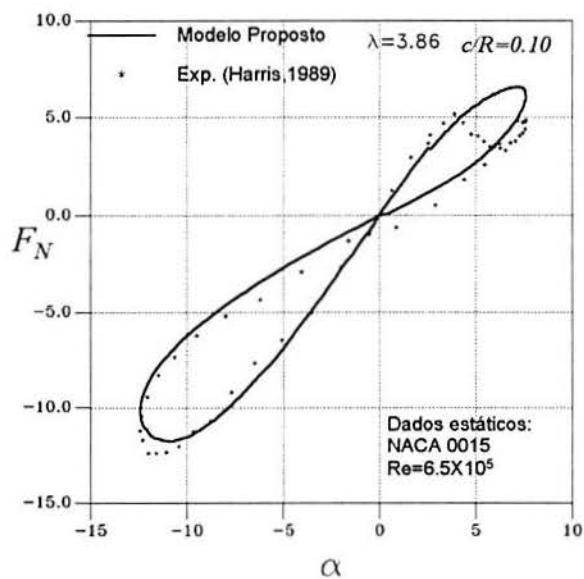
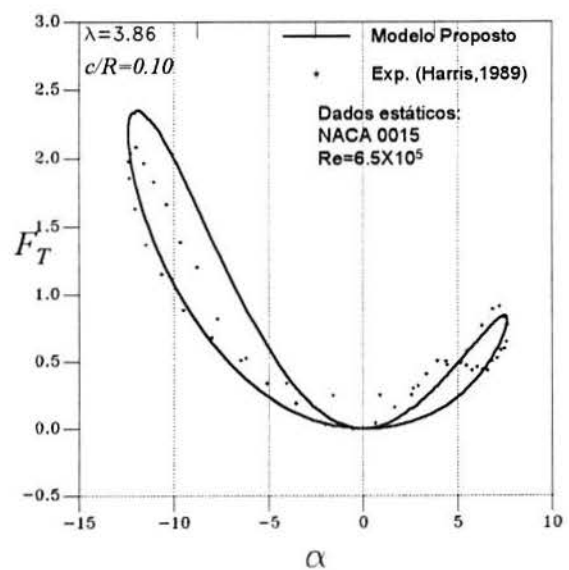
5.6 Validade do Modelo no Regime de Estol Inicial

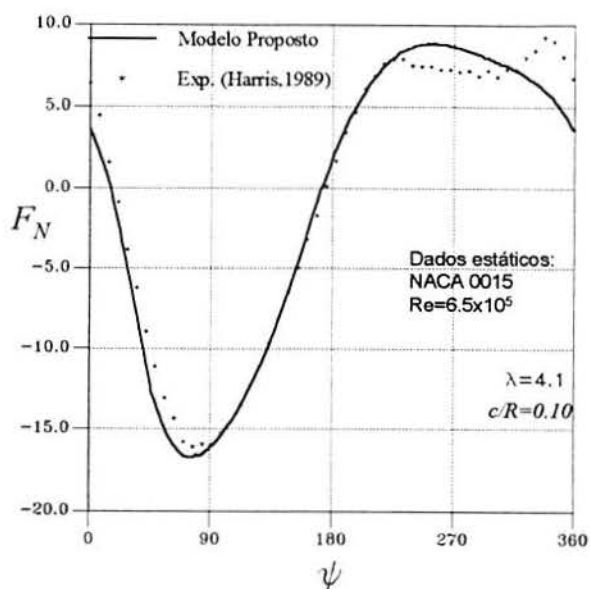
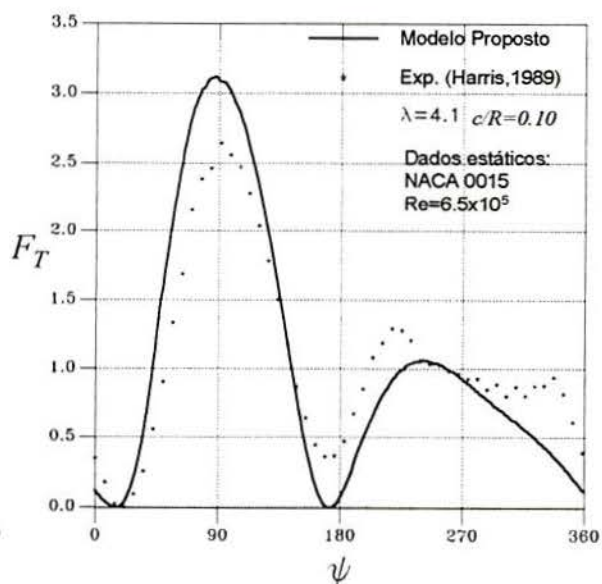
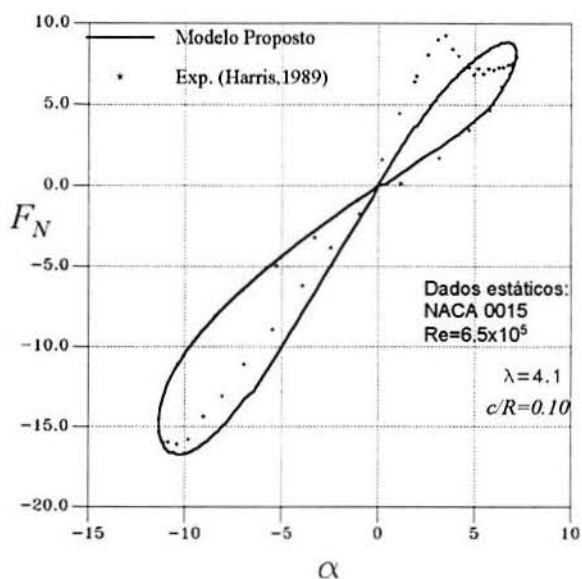
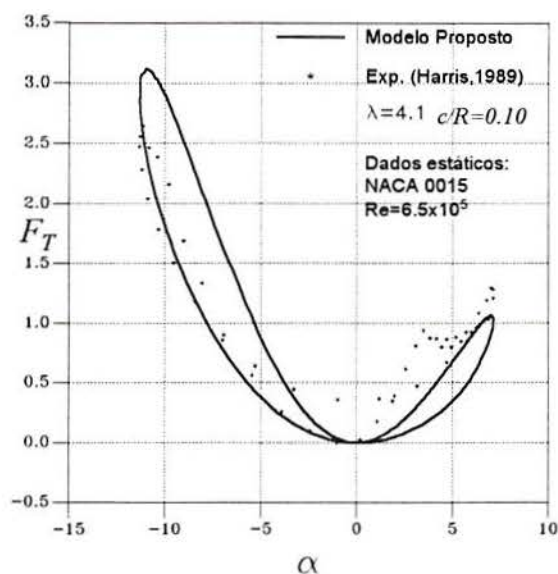
O trabalho apresentado envolve a modelagem das forças aerodinâmicas em condições de estol dinâmico em TEEV. Este, manifesta-se de maneira intensa para altas amplitudes de oscilação do ângulo de ataque. Tal situação ocorre neste tipo de turbinas para baixa relação de velocidade λ . O modelo foi restrito à análise de λ entre 1.6 e 2.64 regime no qual apresentam-se as maiores dificuldades para a modelagem das forças, contando-se com dados experimentais para a sua validade. O modelo proposto e modificado mostrou um desempenho adequado em tais condições.

Para valores maiores de λ foi observado que mesmo sem utilizar uma modelagem do estol dinâmico os coeficientes estáticos de C_L e C_D podem ser utilizados para decrever o comportamento de tais forças de forma razoável (ver Fig.2.16 e Fig.2.16 para $\lambda=4.10$ ou Fig.2.19 e Fig.2.20 para $\lambda=3.86$). Quando se tem modelado o fenômeno com os métodos MIT e Boing-Vertol os resultados melhoram, contudo existem dificuldades na modelagem da força normal na segunda semi-trajetória, sendo que a força tangencial é sub-estimada consideravelmente nesta mesma região (ver Fig.3.8 e Fig.3.9 para $\lambda=4.10$ e Fig.3.10 e Fig.3.11 para $\lambda=3.86$).

Para verificar a validade do modelo proposto em tais condições ($\lambda=4.10$ e $\lambda=3.86$) foram apresentados os resultados resumidos nas Fig.2.25 a Fig.2.28. Observa-se que as forças aerodinâmicas são modeladas de maneira satisfatória, porém existem dificuldades do modelo em descrever o comportamento na segunda semi-trajetória. Em relação aos efeitos de histerese, estes são bem reproduzidos tanto na forças normal como tangencial para os valores de λ apresentados. Quando comparam-se estes resultados com aqueles obtidos com maiores amplitudes de oscilação do ângulo de ataque, verifica-se que o modelo apresenta um melhor desempenho nas condições de estol dinâmico intenso (ver Fig.5.18 e Fig.5.19). Uma análise comparativa entre o modelo e os modelos Boeing-Vertol e MIT mostram que o modelo proposto apresenta uma melhor performance da força tangencial. Dos resultados anteriormente analisados verifica-se que, mesmo lidando com oscilações pequenas, existe a manifestação de fenômenos que a modelagem não consegue prever. Isto requer um estudo teórico e experimental específico que escape dos objetivos traçados no presente trabalho.

A modificação dos parâmetros apresentados neste capítulo para aprimorar o modelo às condições de estol dinâmico intenso, não modificaram sensivelmente os resultados para baixo λ , podendo ser utilizado indistintamente o modelo modificado ou o modelo original. Para $\lambda > 2.64$ observa-se que a aproximação $F_T = F_N \sin \alpha$ fornece resultados similares aos apresentados nas Fig.5.25 a Fig.5.28, podendo-se utilizar tal expressão como alternativa na simplificação do equacionamento.

a) Força normal para $\lambda=3.86$ b) Força Tangencial para $\lambda=3.86$ Figura 5.25 Forças aerodinâmicas em função do ângulo azimutal para $\lambda=3.86$ a) Força normal para $\lambda=3.86$ b) Força Tangencial para $\lambda=3.86$ Figura 5.26 Forças aerodinâmicas em função do ângulo de ataque para $\lambda=3.86$

a) Força normal para $\lambda=4.10$ b) Força Tangencial para $\lambda=4.10$ Figura 5.27 Forças aerodinâmicas em função do ângulo azimutal para $\lambda=4.10$ a) Força normal para $\lambda=4.10$ b) Força Tangencial para $\lambda=4.10$ Figura 5.28 Forças aerodinâmicas em função do ângulo de ataque para $\lambda=4.10$

Capítulo 6

CONCLUSÕES

Capítulo 6

CONCLUSÕES

Foram apresentadas diferentes metodologias que buscam a aproximação da modelagem do fenômeno de estol dinâmico em turbinas eólicas de eixo vertical. O trabalho culmina com a proposta de um modelo modificado para adequá-lo de maneira eficiente a tais condições. Contudo, as características do escoamento apresentados no movimento da pá, em tais turbinas, são de uma alta complexidade física, dificultando a modelagem e permanecendo o fenômeno como um problema em aberto. Os resultados obtidos com o presente trabalho permitiram aproximar-se quantitativa e qualitativamente dos resultados experimentais de referência, fornecendo-se uma ferramenta computacional para sua aplicação em projetos de engenharia.

6.1 Uso do Modelo de Vórtices Livres

Trabalhamos inicialmente com o modelo de vórtices livres, verificando as facilidades e limitações do mesmo. Tal modelo é uma ferramenta computacional que pode ser utilizada para alta relação de velocidades, onde o ângulo de ataque não supera o estol estático, permanecendo seus coeficientes aerodinâmicos no domínio linear. Mesmo nestas condições, os resultados apresentados mostram divergências com os resultados experimentais na segunda semi-trajetória da pá, tanto na força normal como na força tangencial. Em condições de baixa relação de velocidades são alcançadas grandes amplitudes de oscilação, manifestando-se o fenômeno de estol dinâmico, requerendo-se a implementação de um método eficiente que permita obter as características dos coeficientes de sustentação e arrasto. No presente trabalho foram estudados como alternativa para a solução de tal problema os denominados modelos semi-empíricos. Sendo testadas duas geometrias de aerofólios, foi verificado que o modelo apresenta os melhores resultados quando se trabalha com a geometria similar à utilizada nos testes experimentais de referência.

6.2 Modelos Semi-Empíricos

A aplicação dos modelos semi-empíricos MIT e Boeing-Vertol mostram-se eficientes para a modelagem da força normal, falhando na tentativa de modelar os resultados da força tangencial. Ambos modelos apresentam deficiências na modelagem da força tangencial, acreditando-se que modificações na expressão do coeficiente de arrasto permitirão um aperfeiçoamento da mesma. Dificuldades para a implementação do modelo Indicial impediram realizar uma comparação do seu comportamento aplicado às condições estudadas.

6.3 Modelo Proposto

O modelo ONERA emprega uma metodologia de última geração, tendo a vantagem de equacionar os coeficientes aerodinâmicos estudados (sustentação e arrasto) com procedimentos semelhantes. Pode-se constatar as facilidades do modelo descrevendo os diferentes regimes de estol dinâmico manifestados em aerofólios em movimentos oscilatórios. Quando aplicado na sua forma original para o caso das TEEV foram detectadas limitações, provenientes das condições críticas alcançadas pelo ângulo de ataque. Tal problema levou ao estudo, no modelo, de diferentes parâmetros que possibilitaram uma melhor performance em tais condições. Entre eles, os mais significativos foram o tempo característico, a introdução do parâmetro de estol e a proposta de uma nova expressão para o arrasto. A aplicação do modelo com tais modificações permitiu seu uso para grandes amplitudes de oscilação em comparação com os dados experimentais de referência.

6.3.1 Tempo Característico

As equações diferenciais do modelo proposto utilizam o tempo adimensional $\tau = Ut/b$, onde o termo b/U é definido como o *tempo característico*. Nos resultados apresentados foi verificada a influência deste termo propondo-se, inicialmente, a sua substituição pelo termo b/W , onde W é a velocidade relativa do aerofólio. Tal como foi mostrado no Cap.5, este parâmetro torna-se crítico para altas amplitudes de oscilação, com resultados insatisfatórios das forças aerodinâmicas para baixa relação de velocidades λ . Após diversos testes, verificou-se que o termo b/W_o , com $W_o = U + R\Omega$, é a expressão que melhor se ajusta para sua aplicação em TEEV.

6.3.2 Coeficiente de Arrasto

Os resultados apresentados mostram a importância, até agora pouco estudada, do equacionamento da força de arrasto como fator crítico. A carência de resultados experimentais deste coeficiente prejudicam a tentativa de definir melhor sua modelagem. A análise comparativa de modelos foi baseada no coeficiente de arrasto, obtido indiretamente dos experimentais de referência. Foram estudados três equacionamentos do arrasto. Os resultados mostraram que tais expressões divergem dos dados experimentais. O modelo proposto, na forma original, superestima o coeficiente de arrasto, resultando em divergências acentuadas na força tangencial. Como alternativa foi proposta uma expressão do arrasto que permite uma melhor modelagem das forças aerodinâmicas. Contudo não podemos afirmar que tal expressão possa explicar a contribuição experimental do arrasto em TEEV.

6.3.3 Parâmetro de Estol Dinâmico

A introdução do parâmetro de estol dinâmico foi um artifício encontrado para evitar que, em grandes amplitude de oscilação, as equações tomassem valores indesejados. Com tal expressão se diminuiu o efeito da primeira derivada do ângulo de ataque, possibilitando resultados satisfatórios em relação às forças aerodinâmicas para baixa relação de velocidades.

6.3.4 O Modelo e os Coeficientes Estáticos

Verifica-se influência significativa que tem a entrada e saída da região não-linear das curvas estáticas dos coeficientes aerodinâmicos nas equações diferenciais do modelo. Num determinado regime de escoamento esta região depende, principalmente, das características geométricas do aerofólio e do regime de escoamento. Portanto, divergências se manifestarão na modelagem, quando se utilizem curvas estáticas que não correspondam à geometria utilizada nos testes experimentais.

6.4 Comentários Finais

- O modelo de vórtices livres é uma ferramenta computacional que permite obter o campo de escoamento em turbinas de eixo vertical de maneira adequada. O modelo apresenta dependência das curvas estáticas dos coeficientes de sustentação e arrasto para a obtenção das forças aerodinâmicas. Tal limitação impede a modelagem dos efeitos não-estacionários em condições de estol dinâmico. Isto pode ser superado com uma adequada modelagem de tais coeficientes como, por exemplo, utilizando os modelos semi-empíricos apresentados, especialmente o modelo proposto.
- Com as modificações realizadas, o modelo proposto permite uma modelagem adequada das forças aerodinâmicas em pás de turbinas eólicas de eixo vertical.
- O modelo de arrasto apresentado é uma opção viável na aproximação do equacionamento da força tangencial. Existe, porém, a necessidade de contar com uma maior quantidade de dados experimentais que permitam uma verificação mais apurada de tal modelo.

6.5 Sugestões para Continuidade do Trabalho

Diferentes atividades podem ser desenvolvidas com a finalidade de dar continuidade ao trabalho apresentado. Entre elas podemos citar:

- Uso do modelo proposto junto aos modelos aerodinâmicos de TEEV, como o modelo de vórtices ou o modelo de múltiplos tubos de corrente, verificando-se a influência dos termos da velocidade relativa e ângulo de ataque.
- Aplicação da equação do arrasto proposta junto a outros modelos semi-empíricos para estudar seu comportamento.
- Estudo de outros parâmetros que podem contribuir na modelagem e que não foram considerados no presente trabalho tais como: i) efeito da curvatura do fluxo; ii) número de Reynolds localizado; iii) perdas aerodinâmicas por elementos estruturais; iv) efeitos transientes da velocidade do vento.
- Implementação computacional do modelo Indicial e sua comparação com o modelo proposto nas condições em que se manifesta o fenômeno em TEEV.
- Busca de novos resultados experimentais que permitam validar o modelo apresentado em outras condições de rotação da turbina.

Pela complexidade do campo de escoamento em TEEV observa-se, através da literatura existente, que o fenômeno de estol dinâmico nas pás destas turbinas manifesta-se de maneira própria, sem contar até o momento com uma caracterização definitiva. Somente a continuidade das pesquisas experimentais permitirá fornecer informações para compreender melhor o fenômeno, possibilitando posteriormente a reformulação dos modelos semi-empíricos para adaptá-los a tais condições.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] GIPE, P. **Wind energy comes of age**. New York: John Wiley, 1995. 636p.
- [2] ENCONTRO PARA O DESENVOLVIMENTO DAS ENERGIAS SOLAR EÓLICA E BIOMASSA NO BRASIL, 2., 1995, Brasília. **Anais...** Brasília: ABEER:FINEP: CNPq, 1995.
- [3] UNITED STATES. Department of Energy **Wind energy program overview fiscal year 1994** Washington, 1994.
- [4] SPRUCE, C. Machine features. **WindDirections**, v.7, n.4, p.9-10, Spring 1988.
- [5] HARRIS, A. et al. Vertical axis wind turbine aerodynamics in U.K. In: EUROPEAN WIND ENERGY CONFERENCE, 1989, Glasgow. **Proceedings...** Glasgow: EWEC, 1989. 2v. v.1, p. 64-69.
- [6] SADHU, D. Energia eólica como fonte energética em perspectiva no Brasil. In: WORKSHOP SOBRE ENERGIA EÓLICA, 2., 1987, Porto Alegre, RS. **Anais...** Porto Alegre: PROMEC/UFRGS, 1987. p. 23-29.
- [7] CARR, L.W. Progress in analysis and prediction of dynamic stall. **Jornal of Aircraft**, v. 25, n.1, p. 6-17, Jan. 1988.
- [8] CHAPPELLER, P. **Le vent les eoliennes et l'habitat**. Paris: Eyrolles, 1981. 103p.
- [9] PETOT, D. Differential equation modeling of dynamic stall. **Recherche Aerospatiale** n.5, p.59-72, 1989.
- [10] STRICKLAND, J.H.; WEBSTER, B.T.; NGUYEN, T. A vortex model of the Darrieus turbine: an analytical and experimental study. **Journal of Fluid Engineering** v.101, p. 500-505, Dec. 1979.
- [11] TEMPLIN, R.J. **Aerodynamic performance theory for NRC vertical axis wind turbine**. NEC, 1974. (Technical report, LTR-LA-160)
- [12] WILSON, R.E.; LISSAMAN, P.B.S.; WALKER, S.N. **Aerodynamics performance of wind turbines**. Corvallis: Oregon State University, 1976. 164p. (Report NSF/RS-760228).
- [13] SHANKAR, P.N. On the aerodynamic performance class of vertical shaft windmills. London, 1975. **Proceedings...** London: Royal Society of London, 1976. v.349 p.35-51.
- [14] STRICKLAND, J.H. **The Darrieus turbine: a performance prediction using multiple streamtube**. Albuquerque: Sandia Laboratories, 1975. (Report SAND 75-0430).

- [15] READ, S.; SHARPE, D.J. An extended multiple streamtube theory for vertical axis wind turbine. In: WORKSHOP WIND ENERGY, 2., 1980. **Proceedings...BWEA**, 1980. v1, p.65-72.
- [16] MADSEN, H.A. **The actuator cylinder: a flow model for vertical axis wind turbines**. Aalborg: Aalborg University Centre, Institute of Industrial Constructions and Energy Technology, 1982. 27p.
- [17] PARASCHIVOIU, I. Aerodynamic loads and performance of the Darrieus rotor. **Journal of Energy**, v.6, n.6, p.406-412, Nov/Dec. 1982.
- [18] HEALEY, J.V. Tandem-disk theory with particular reference to vertical axis wind turbines. **Journal of Energy**, v.5, n.4, p.251-254, July/Aug. 1981.
- [19] LOTH, J.L.; MCCOY, H. Optimization of Darrieus turbines with upwind and downwind momentum model. **Journal of Energy**, v.7, n.4, p.313-318, July/Aug. 1983.
- [20] PARASCHIVOIU, I.; DELCLAUX, F. Double multiple streamtube model with recent improvement. **Journal of Energy**, v.7, n.3, p.250-255, May/June 1983.
- [21] PARASCHIVOIU, I. et al. Aerodynamic analysis of the Darrieus rotor including secondary effects. **Journal of Energy**, v.7, n.5, p.416-421, Sept./Oct.1983.
- [22] PARASCHIVOIU, I. Predicted and experimental forces of the Darrieus rotor, **Journal of Energy**, v.7, n.6, p.610-615, Nov./Dec.1983.
- [23] PARASCHIVOIU, I.; FRAUNIE, P.; BEGUIER, C. Stream expansion effects on the Darrieus wind turbine. **Journal of Propulsion and Power**, v.1, n.2, p.150-155, Mar./Apr. 1985.
- [24] BRAHAMI, M.T.; MARCHAND, D.; PARASCHIVOIU, I. Darrieus rotor performance including stochastic wind effects. In: EUROPEAN COMMUNITY WIND ENERGY CONFERENCE AND EXHIBITION, 1988, Herning. **Proceedings...** Herning 1988
- [25] PARASCHIVOIU, I.; ALLET, A. Aerodynamic analysis of the Darrieus wind turbine including dynamic stall effects. **Journal of Propulsion and Power**, v.4, n.5, p.472-477, Sept./Oct. 1988.
- [26] MADSEN, H.A. **On the ideal and real energy conversion in a straight bladed vertical axis wind turbine: The actuator cylinder flow model compared with experiment**. Aalborg: Aalborg University Centre, Institute of Industrial Constructions and Energy Technology, 1983. 76p.
- [27] LARSEN, H.C. Summary of a vortex theory for cyclogiro. In: UNITED STATES NATIONAL CONFERENCE OF WIND ENGINEERING RESEARCH, Boulder, 1975. **Proceedings...** Boulder: Colorado State University, 1975.
- [28] HOLME, O. A contribution to the aerodynamic theory of the vertical-axis wind turbine. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON WIND ENERGY SYSTEMS, 1976, Cambridge. **Proceedings...** Cambridge: BHRA Fluid Engineering, 1976. p.4.55-72.
- [29] WILSON, R.E. Vortex sheet analysis of giromill. **Journal of Fluid Engineering**, v.100, p.340-342, Sept.1978.

- [30] FANUCCI, J.B.; WALTERS, R.E. Innovative wind machines: the theoretical performance of a vertical axis wind turbine. In: WORKSHOP VERTICAL-AXIS WIND TURBINE TECHNOLOGY, 1976, Albuquerque, New Mexico. **Proceedings...** Albuquerque, New Mexico: Sandia Laboratories, 1976. p.III:61-95. (Report SAND76-5586).
- [31] NGUYEN, T.V. **Vortex model of Darrieus turbine**. 1978. 126p. Msc. Thesis (Master of Science in Mechanical Engineering) - Departament of Mechanical Engineering Texas Tech University.
- [32] STRICKLAND, J.H.; SMITH, T.; SUN, K. **A vortex model of the Darrieus turbine: An analytical and experimental study**. Albuquerque: Sandia National Laboratories 1981. 144p. (SAND-81-7017)
- [33] VANDENBERGUE, D.; DICK, E. A free vortex simulation method for the straight bladed vertical axis wind turbine. **Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v.26, n.3, p.307-324, Dec.1991.
- [34] AMOS, G.W.; BRAGG, G.M. A comparison of analytical prediction methods for vertical axis wind turbines. In: EUROPEAN WIND ENERGY CONFERENCE, 1984. Hamburg. **Proceedings...** Hamburg: CEC UNESCO EWEA, 1984. p.394-397.
- [35] AZUMA, A.; KAWACHI, K. Local momentum theory it application on the rotary wing. **Journal of Aircraft**, v.16, n.1, p.6-14, Jan.1979.
- [36] NASU, K.; AZUMA, A. An experimental verification of the local circulation method for a horizontal axis wind turbine. [S.l.:s.n.] 1983 p.245-252.
- [37] AZUMA, A.; KIMURA, S. A method of calculation on the airloading of vertical axis wind turbine. In: INTERSOCIETY ENERGY CONVERSION ENGINEERING CONFERENCE, 18., 1983, Orlando. **Proceedings...** Orlando: IEEC, 1983. 7p.
- [38] FUNG, Y.C. **An introduction to the theory of aerolasticity**. New York: John Wiley, 1955. 490p.
- [39] JAMES, E.C. Unsteady aerodynamics of variable pitch vertical axis windmill. In: AIAA/ASS SOLAR ENERGY FOR EARTH CONFERENCE, 1975. Los Angeles. **Proceedings...** Los Angeles: AIAA, 1975. Paper 76-549.
- [40] HOLER, J.W. et al. **Dynamic stall regulation of the Darrieus turbine** Lubbock: Texas Tech University, Departament of Mechanical University, 1983. 162p. (SAND83-7029 Under Sandia contract No.74-1218).
- [41] FRAUNIE, P. **Analyse des effets instationnaires sur un profil d'aile anime d'un mouvement de trajectoire circulaire.** Marseille, 1987, 214p. These Doctorale (Docteur es Sciences), Institut de Mécanique Statistique de la Turbulence, Unite mixte d'Aix Marseille II CNRS. (Thèse 207/208/87/23).
- [42] BROCHIER, G. et al. Unsteady aerodynamic calculation of a aerofoil in rotating motion by potencial flow boundary layer coupling. In: EUROPEAN WIND ENERGY ASSOCIATION CONFERENCE AND EXIBITION, 1986, Rome. **Proceedings...** Rome: EWEC, 1986. p.513-518.

- [43] RAJAGOPALAN, R.G.; KLIMAS, P.C. Finite difference analysis of the three dimensional flow field of a vertical axis wind turbine. In: ASME WIND ENERGY SIMPOSIUM, 8., 1989 Houston. **Proceedings...** Houston: ASME, 1989. 7p.
- [44] PATANKAR, S.V. **Numerical heat transfer and fluid flow**. New York: McCraw-1980, 197 p.
- [45] ALLET, A. et al. A quasi 3-D viscous aerodynamic model for vertical-axis wind turbine. In: EUROPEAN COMMUNITY WIND ENERGY CONFERENCE, 1988, Herning, Denmark: **Proceedings...**Herning: EWEC, 1988. p.635-638.
- [46] RAJAGOPALAN, R.G.; KLIMAS, P.C.; A study of terrain influence on the flow field and performance of a vertical axis wind turbine. In: ASME WIND ENERGY SIMPOSIUM, 9., 1990 New Orleans. **Proceedings...** New Orleans: ASME, 1990. 5p.
- [47] KLIMAS, P.C. Vertical axis wind turbine aerodynamic performance predictions methods. In: VAWT DESIG TECHNOLOGY SEMINAR FOR INDUSTRY, 1980, Albuquerque. **Proceedings...** Albuquerque: Sandia Laboratory, 1980. (Report SAND80-0984).
- [48] CARDONA, J.L.E. **Nueva teoria turbillonaria no estacionaria para aeroturbinas de eje vertical**. Madrid, 1982. 149p. Tesis (Doctorado en Ingeniería)- Escuela Tecnica Superior de Ingenieros Aeronauticos, Universidad Politecnica de Madrid.
- [49] THWAITES, B. **Incompressible aerodynamics**. Oxford Claredon Press, 1960. 638p.
- [50] WHITE, F.M. **Viscous flow**. New York: McGraw-Hill, 1974. 725p.
- [51] BECERRIL, E. **Hidromecanica**. Paris: Dossat, 1960. 659p.
- [52] PRANDTL, L.; TIETJENS, O.G. **Fundamentals of hidro and aeromechanics**. New York: Dover, 1934. 270p.
- [53] MILNE-THOMSON, L.M. **Theoretical aerodynamics**. New York:Dover, 1958. 430p.
- [54] ABBOTT, I. H.; DOENHOFF A.E.V. **Theory of wing sections**. New York: Dover, 1959. 693 p.
- [55] FERNANDO, M.S.U.K; MODI, V.J. A numerical analysis of unsteady flow past a savonius wind turbine. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v.32, n.3, p.303-327, Oct. 1989.
- [56] MICHOS, A.; BERGELES, G.; ATHANNASSIADIS, N. Aerodynamic characteristics of NACA 0012 Airfoil in relation to wind generators. **Wind Engineering**, v.7, n.4 p.247-262, 1983.
- [57] JACOBS, E.N.; SHERMAN, A. **Airfoil section characteristics as affected by variations of the Reynolds number**. Washington: National Advisory Committee for Aeronautics, 1947, p.227-267. (NACA Reports, 586).

- [58] HARRIS, A. **Report on 25m VAWT at camarthan Bay.** VAWT MacAlpine Ltd., UK., 1989.
- [59] McCROSKEY, W.J. Some current research in unsteady fluid dynamics. **Journal of Fluids Engineering**, v.99, n.1, p.8-38, Mar. 1977.
- [60] McCROSKEY, W.J.; PUCCI, L. Viscous-inviscid interaction on oscillating airfoils in subsonic flow. **AIAA Journal**, v.20, n.2, p.167-174, Feb. 1982.
- [61] McCROSKEY, W.J. **The phenomenon of the dynamic stall.** 1981. NASA (TM 81264)
- [62] GIESING, J.P. Two-dimensional potential flow theory for multiple bodies in small amplitude motion. **AIAA Journal**, v.8, n.10, p.1945-1953, Oct.1970.
- [63] PARASCHIVOIU, I.; PARROUFFE, J.M. Unsteady potential flows for oscillating airfoils. **Canadian Aeronautics and Space Journal**, v.31, n.2, p.142-158, June 1985.
- [64] CHOI, D.H. Inviscid analysis of two-dimensional airfoils in unsteady motion using conformal mapping. **AIAA Journal**, v.28, n.12, p.2025-2033, Dec. 1990.
- [65] HAM, N.D. Aerodynamic loading on a two-dimensional aerofoil during dynamic stall. **AIAA Journal**, v.6, n.10, p.1927-1934, Oct.1968.
- [66] VEZZA, M.; McD GALBRAITH, R.A. An inviscid model of unsteady aerofoil flow with fixed upper surface separation. **International Journal for Numerical Methods in Fluids** v.5, n.5, p.577-592, June 1985.
- [67] CRIMI, P.; REEVES, B.L. **A method for analyzing dynamic stall of helicopter rotor blades.** May 1972. (NASA CR-2009)
- [68] RAO, B.M.; MASKEW, B.; DVORAK, F.A. A method for analyzing dynamic stall phenomenon of an oscillating airfoil by discrete vortex approximation. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON NUMERICAL METHOD IN FLUID DYNAMICS, 7., 1980, Stanford. **Proceedings..**Stanford: 1980. Paper 8.
- [69] METHA, U.B. Dynamic stall of an oscillating airfoil. In: AGARD CONFERENCE UNSTEADY AERODYNAMICS, 1977, Ottawa. **Proceedings...** Ottawa: AGARD Unsteady Aerodynamics No227, Set. 1977. p.23:1-32.
- [70] SHAMROTH, S.J.; GIBELING, H.J. Analysis of turbulent flow about an isolated airfoil using a time-dependent Navier Stokes Procedure. In: AGARD CP 296, Sep.1980.
- [71] SANKAR, N.L.; E TASSA, Y. Compressibility effects on dynamic stall of an NACA 0012 airfoil. **AIAA Journal**, v.19, n5, May 1981.
- [72] TASSA, Y. E.; SANKAR, N.L. Dynamic stall of NACA 0012 airfoil in turbulent flow numerical study. **AIAA paper** p.1281-1289, June 1981.
- [73] SHIDA, Y. et al. Computation of dynamic stall of a NACA 0012 airfoil. **AIAA Journal**, v.25, n.3, mar.1987.

- [74] DAUBE, O. et al. A. Numerical simulation and hydrodynamic visualization of transient viscous flow around and oscillating aerofoil. **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, v.9, n.8, p.981-920, Aug. 1989.
- [75] JOHNSON, W. Recent development in rotary-wing aerodynamic theory. **AIAA Journal**, v.24, n.8, p.1219-1244. Aug. 1986.
- [76] HANSEN, M.O.L.; MICHELSEN, J.A.; SORENSEN, N.N.; **Navier Stokes solver for rotating wing**. Roskilde, Denmark: Riso National Laboratory, 1995, p.47-58. (RISO-R-797-EN).
- [77] THOR, S.E. et al. **Dynamic stall and 3D effects**. Roskilde, Denmark: Riso National Laboratory, 1995, p.59-65. (RISO-R-797-EN).
- [78] CHRISTENSEN, H.F.; SORENSEN, N.N.; CHAVIAROPOULOS. **A comparative study between a dynamic stall modeled and experiments on HAWT** Roskilde, Denmark: Riso National Laboratory, 1995, p.66-71. (RISO-R-797-EN),
- [79] GORMONT, R.E. **A mathematical model of unsteady aerodynamics and radial flow for application to helicopter rotors**. Philadelphia: U.S. Army Air Mobility R&D Laboratory, Vertol Division, May, 1973. (Report on Boeing-Vertol Contract DAAJ02 -71-C00045)
- [80] THEODORSEN T. **General theory of aerodynamic instability and mechanics of flutter** Washington: National Advisory Committee for Aeronautics, 1934 p.413-433 (NACA Report 496).
- [81] MANDAL, A.C.; BURTON, J.D. The effects of dynamics stall and flow curvature on aerodynamics of Darrieus turbines applying the cascade model. **Wind Engineering**, v.18 n.6, p.267-281, 1994.
- [82] BIERBOOMS, W.A.A.M. A comparison between unsteady aerodynamic models. **Journal of Wind and Industrial Aerodynamics**, v.39 n.1-3, p.23-33, May 1992.
- [83] ALÉ, V.A. J.; SADHU, D.P. Modelo para estudo de aerodinâmica instável em turbinas eólicas. In: SEMINARIO NACIONAL DE ENERGIA SOLAR E EÓLICA SENESE, 7., 1992, Valparaíso. **Proceedings...** Valparaíso: Universidade de Playa Ancha de Ciencias de la Educación. 1992. p.3-12.
- [84] ALÉ, V.A. J.; SADHU, D.P. Unsteady aerodynamic model study and application in vertical axis wind turbine. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA MECÂNICA, 12., 1993, Brasília, DF. **Anais...COBEM**, 1993. 2v. v.2, p.825-828.
- [85] NOLL, R.B.; HAM, N.D. Effects of dynamics stall on SWECS. **Journal of Solar Energy Engineering**, v.104, p.96-101. May.1982.
- [86] YEZNASNI, A. **Influence du décrochage dynamique sur L'Etude aerodynamique d'une eolienne a axe horizontal**. Bruxelles, 1993. 214p. These (Docteur en Sciences Appliquées), Faculté des Sciences Appliquées, Ecole Polytechnique, Université Libre de Bruxelles.
- [87] BEDDOES, T.S. Practical computation of unsteady lift. **Vertica**, v.8, n.1, p.55-71, 1984.

- [88] LEISHMAN, J.G.; BEDDOES, T.S. A generalised model for airfoil unsteady aerodynamic behaviour and dynamic stall using the indicial method. In: ANNUAL FORUM OF THE AMERICAN HELICOPTER SOCIETY, 42., 1986. Washington **Proceedings...** Washington, D.C.: AHS 1986. p.243-265.
- [89] LEISHMAN, J.G.; BEDDOES, T.S. A semi-empirical model for dynamic stall. **Journal of the American Helicopter Society**, v.34 n.3, p.3-17, July 1989.
- [90] BISPLINGHOFF, R.L.; ASHLEED, H.; AND HALFMAN, R.L.; **Aerolasticity** Addison-Wesley Publishing Co., Reading, Mass., 1955., 860p.
- [91] JIANG, D.; COTON, F.N.; GALBRAITH, MCD R.A. A fixed wake vortex model for vertical axis wind turbines including unsteady aerodynamics **Wind Engineering**, v.15, n.16, p.348-360, 1991.
- [92] LIU, W-Q; PARASCHIVOIU, I.; MARTINUZZI, R.; Calculation of dynamic stall on Sandia 34M VAWT using an indicial model. **Wind Engineering**, v.16, n.6, p.313-325. 1992.
- [93] TRAN, C.T.; PETOT, D. Semi-empirical model for the dynamic stall in view of application to the calculation of responses of a helicopter blade in forward flight. **Vertica**, v.5 p35-53. 1981.
- [94] PETERS, D. Toward a unified lift model for use in rotor blade stability. In: ANNUAL NATIONAL FORUM OF THE AMERICAN HELICOPTER SOCIETY, 48., 1984, Arlington. **Proceedings...**Arlington: AHS, May 1984. p.525-538.
- [95] PETERS, A. D.; CHOUCANE, M.; Effect of dynamic stall on helicopter trim and flap-lag response. **Journal of Fluids and Structures**, v.1 p.299-318. 1987.
- [96] DAT, R.; TRAN C.T.; PETOT. D. Modele Phenomenologique de décrochage dynamique sur profil de pale d'helicoptere. In: COLLOQUE D'AÉRODYNAMIQUE APPLIQUÉE, 15., 1979 Lille. **Proceedings...** Lille: AAAF, 13-15 november, 1979. (ONERA T.P. n° 1979-149)
- [97] PETOT, D. Progress in the semi-empirical prediction of the aerodynamics forces due to large amplitude oscillations of an airfoil in attached or separated flow. In: EUROPEAN ROTORCRAFT FORUM, 9., 1983. Stresa, Italie. **Proceedings...** Stresa: 13-15 september, 1983. (ONERA T.P. 1983-111)
- [98] PETERS, D. Toward a unified lift model for use in rotor blade stability. In: ANNUAL NATIONAL FORUM OF THE AMERICAN HELICOPTER SOCIETY, 48., 1984, Arlington. **Proceedings...**Arlington: AHS, May 1984. p.525-538.
- [99] BRONSON, R. **Moderna introdução às equações diferenciais**. Tradução de alfredo Alves Farias. São Paulo: McGraw-Hill, 1977. 387pag.
- [100] BIERBOOMS, W.A.A.M. A dynamic model of a flexible rotor including unsteady aerodynamics. In: EUROPEAN WIND ENERGY CONFERENCE, 1989. Glasgow. **Proceedings...**Glasgow: EWEC, p.278-282, 1989.
- [101] ALÉ V.A.J.; SADHU, D.P. Aproximação computacional de dinâmica de estol em aerofólios com movimento cíclico rotacional. In: SEMINARIO NACIONAL DE ENERGIA SOLAR E EÓLICA, 8., 1992

- [102] TAKAMATSU, Y. et al. Experimental studies on a preferable profile for high efficiency and the blade characteristics of Darrieus-type cross flow water turbines. **Japan Society of Mechanical Engineers**, Series II, v.34, n.2, 1991.
- [103] YATES, E.C. Unsteady subsonic and supersonic flows - historical review; state of art. p. 95-153. *Computational Methods in Potencial Aerodynamics*, Editor: L. Morino Springer-Verlag, 1984.
- [104] SEARS, W.R. Some aspects of non-stationary airfoil theory and its practical applications. **Journal of Aeronautical Sciences**, v.8, n.3, p.104-108, 1941.
- [105] McKINNEY, W.; DELAURIER J. The wingmill: an oscillating-wing windmill. **Journal of Energy**, v.5, n.2, pp.109-115, Mar./Apr.1981.
- [106] KUSSNER, H.G. Nonstationary theory of airfoil of finite thickness in incompressible flow. *AGARD Manual on Aerolasticity, Part II, Ch.8*, 1960.
- [107] VAN DE VOOREN, A.I.; VAN DE VEL, H. Unsteady profile theory in incompressible flow. **Arch. Mech. Stosowanej** v.16, p709-735. 1964.
- [108] McCROSKEY, W.J. Inviscid flowfield of an unsteady airfoil. **AIAA Journal**, v.11, p.1130-1137, 1973.
- [109] OYE, S. **Instationære, aerodynamiske kræfter på todimensionalt vingeprofil**, Afdelingen for Fluid Mekanik. Lyngby: Afdelingen For Fluid Mekanik, Den Polytekniske Laereanstalt. 1981. 22p. (AFM. 81-05 Notat).
- [110] KIMURA, S. et al. Wind tunnel tests for the verification of a new approach to the analysis of VAWT. In:EUROPEAN WIND ENERGY CONFERENCE, 1984, Hamburg, FRG. **Proceedings...** Hamburg: EWEC, 1984.
- [111] MARTIN, J.M. et al. An experimental analysis of dynamic stall on an oscillating airfoil. **Journal of the American Helicopter Society**, v.19, p.26-32, Jan. 1974.
- [112] McCROSKEY, W.J; CARR, L.W; MCALISTER, K.W. Dynamic stall experiments on oscillating airfoils. **AIAA Journal**, v.14, pp.57-63, Jan. 1976.
- [113] JOHNSON W; HAM, N.D. On the mechanism of dynamic stall **Journal of the American Helicopter Society**, v.17, pp.36-45, Oct. 1972.
- [114] CARR, L.W; MCALISTER, K.W; MCCROSKEY, W.J. Analysis of development of dynamic stall based on oscillating airfoil experiments NASA TN D-8382, 1977.
- [115] McCROSKEY, W.J.; PHILIPPE, J.J. Unsteady viscous flow on oscillating airfoils **AIAA Journal**,v.13, p.71-79, Jan. 1975.
- [116] PARKER, A.G. Force and pressure measurements on an airfoil oscillating through stall **Journal of Aircraft**, v.13, p.823-827, 1976.
- [117] McALISTER, K.W.; CARR, L.W. Water tunnel visualization of dynamic stall. **Journal of Fluid Engineering**, v.101, p.376-380, Sept.1978.
- [118] HAM, N.D.; GARELICK, M.S. Dynamic stall considerations in helicopters rotors **Journal of American Helicopter Society**, p.40-50, July 1981,
- [119] STRICKLAND, J.H.; GRAHAM, G.M. Dynamic stall inspection correlation for airfoils undergoing constant pitch rate motions **AIAA Journal**, v.24,n4, p.678-679, Apr. 1986.

- [120] WALTER, J.M.; HELIN, H.E.; STRICKLAND, J.H. An experimental investigation of an airfoil undergoing large amplitude pitching motions. **AIAA Journal**, v.123, pp.1141-1142, Aug. 1985.
- [121] MARESCA, C.; FAVIER, D; REBONT, J. Experiments on an aerofoil at high incidence in longitudinal oscillations **Journal of Fluid Mechanics**, v.92, p.671-690, Pt.4, 1979.
- [122] FAVIER, D.; MARESCA, C.; REBONT, J. Dynamic stall due to fluctuations of the velocity and Incidence. **AIAA Journal**, v.20, n.7, p.865-871, July 1982.
- [123] OHMI, K. et al. Vortex formation around an oscillating and translating airfoil at large incidences **Journal of Fluid Mechanics**, v.211, p.37-60, 1990.
- [124] ASHLEY H. Some contributions to aerodynamic theory for vertical axis wind turbine. **Journal of Energy**, v.2, n2, p.113-119, March, 1978.
- [125] AKINS, R.E.; KLIMAS, P.C. Pressure distribution on an operating vertical axis wind turbine blade element In: BIENNIAL WIND ENERGY CONFERENCE, 6., 1983, Minneapolis, **Proceedings...**Minneapolis: American Solar Energy Society Annual Meeting, 1983, 8p.
- [126] VITTECOQ, P.; LANEVILLE, A. The aerodynamic forces for a Darrieus rotor with straight blades: wind tunnel measurements In: INTERNATIONAL CONFERENCE OF WIND ENGINEERING, 6., 1983, Proceedings Gold Coast, Australia: 1983.
- [127] BROCHIER, B. et al. Unsteady aerodynamic of an aerofoil in rotating motion by potential flow-boundary layer coupling. In: EUROPEAN WIND ENERGY ASSOCIATION CONFERENCE AND EXHIBITION, 1986, Italy. **Proceedings...**, Italy: EWEA, 1984, p.513-518.
- [128] HARRIS, A. Integrated research programme for VAWT blade aerodynamics under environmental and wind tunnel conditions. Final Report, 40P., Feb. 1991, Energy Research Unit, Rutherford Appleton Laboratory, Chilton, U.K. (Contract No: E/SA/CON/5099/1699).
- [129] ANGELL, R.K.; MUSGROVE, P.J.; MCD GALBRAITH, R.A. Collected data for tests on a NACA 0015 aerofoil. Vol.III: Pressure data relevant to the study of large scale vertical axis wind turbines. University of Glasgow Dpto. Aerospace Engineering., Feb. 1988. 188p. (G.U. Aero Report 8803).

Apêndice - A

AERODINÂMICA NÃO-ESTACIONÁRIA CLÁSSICA

Apêndice - A

AERODINÂMICA NÃO-ESTACIONÁRIA CLÁSSICA

Nesta revisão coloca-se em forma resumida a conceituação básica e os métodos de solução fornecidos na literatura para análise não-estacionária de aerofólios em escoamento bidimensional e incompressível. Posteriormente apresentam-se as equações que podem descrever as forças aerodinâmicas em aerofólios oscilatórios e a aplicação da teoria clássica em pás de turbinas eólicas.

Através da literatura observa-se que os primeiros esforços concentraram-se no estudo da solução não-estacionária de uma placa plana em movimento oscilatório. Posteriormente foram introduzidos outros efeitos como espessura e *camber* do aerofólio, tornando-se também importantes a influência do tipo de movimento e efeitos da camada limite.

A motivação dos trabalhos preliminares provém dos problemas de aeroelasticidade onde se trabalha com estruturas flexíveis. As características dinâmicas envolvem aspectos complexos, como velocidades induzidas e distribuição de pressão no aerofólio dependentes do tempo ou da frequência de oscilação. Um exemplo típico é o fenômeno de *flutter*, que é um problema de instabilidade por vibração autoexcitada originada pelas forças aerodinâmicas em função dos graus de liberdade, velocidades e acelerações. Este fenômeno pode ocorrer em asas de avião, pás de helicópteros e turbinas eólicas.

A principal restrição da teoria clássica é que as equações são válidas para regime de escoamento potencial onde as considerações de linearidade podem ser aplicadas. A natureza oscilatória é restrita a pequenas amplitudes, sendo que a frequência de oscilação pode alcançar uma ampla faixa de aplicação.

Mostra-se que através de diferentes funções de admitância como as de Theodorsen, Wagner, Kussner e Sears, podem ser determinadas as características de movimentação oscilatória de aerofólios e flutuações de velocidade na forma de rajada súbita ou de natureza oscilatória. Segundo o tipo de movimento as equações manifestam-se dependentes do tempo ou da frequência de oscilação, representadas adimensionalmente em função do comprimento característico e da velocidade de corrente livre.

A aplicação da teoria clássica tem sido utilizada em pás de turbinas eólicas. Especificamente na análise de elementos de pá em turbinas eólicas de eixo vertical (TEEV), existem estudos considerando efeitos oscilatórios por movimentos de giro (*pitch*) e elevação (*heave*) pela função de Theodorsen. Pode-se também incluir efeitos de velocidade de perturbação, normal à corda, como sendo de natureza pulsativa e expressada em termos da função de Sears pela equivalência a uma rajada em movimento harmônico.

A.1 Conceituação Básica

Denomina-se *envergadura* a distância entre extremos ou pontas de uma pá ou asa. O plano que divide em partes iguais a envergadura da pá denomina-se *plano de simetria*. Os termos *aerofólio* e *perfil aerodinâmico* têm neste trabalho o mesmo significado, correspondendo à geometria formada pela seção transversal de uma pá cortada por um plano paralelo ao plano de simetria. *Corda* é a linha reta que une os pontos extremos do aerofólio. *Linha de camber* é a linha que divide em partes iguais as curvas superior e inferior que formam o aerofólio.

Quando um aerofólio, de corda c , encontra-se submerso numa corrente de fluido viscoso, com uma certa velocidade de corrente livre U_∞ , este aerofólio apresentará uma força aerodinâmica cuja magnitude varia conforme o *ângulo de ataque* α . Tal ângulo é formado entre a direção da velocidade U_∞ e o eixo de referência, denominado linha da corda. Num fluido viscoso a força aerodinâmica apresenta duas componentes: uma força (de pressão) normal à superfície do corpo e uma força (de atrito) tangencial à superfície do mesmo. Quando a velocidade da corrente livre é muito menor que a velocidade de propagação do som, a variação da massa específica causada pelo movimento do corpo no fluido é pequena e pode-se considerar o escoamento como *incompressível*. Em certas condições, os efeitos da viscosidade podem ser levados em conta somente numa fina camada próxima da superfície do aerofólio, denominada camada limite. Fora desta camada o fluido pode ser considerado como não viscoso. Um fluido não viscoso e incompressível é denominado *fluido perfeito ou ideal*.

A força de sustentação L , atua perpendicularmente à direção do movimento, sendo representada de maneira adimensional pelo *coeficiente de sustentação*, definido como:

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 S} \quad (\text{A.1})$$

onde ρ é a massa específica do fluido, U_∞ a velocidade de corrente livre e S a superfície da pá.

A força de arrasto D atua na direção do movimento e é adimensionalmente representada pelo *coeficiente de arrasto*:

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 S} \quad (\text{A.2})$$

O momento da força aerodinâmica em torno de um eixo perpendicular ao plano de simetria é denominado *momento de giro (pitch)*, considerado positivo quando tende a levantar o bordo de ataque do aerofólio. Adimensionalmente é representado pelo *coeficiente de momento de giro*, definido como:

$$C_M = \frac{M}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 S c} \quad (\text{A.3})$$

De acordo com a teoria de aerofólios finos [38] em regime bidimensional incompressível o centro de pressão da sustentação é localizada a $1/4$ da corda a partir do bordo de ataque, denominado-se *centro aerodinâmico*. Se C_M é determinado em torno do centro aerodinâmico (denotado como $C_{Mc/4}$ ou C_{Mo}), este pode ser dado em função de C_L na forma:

$$C_M = -\frac{c}{4} C_L \quad (\text{A.4})$$

Num escoamento subsônico o centro de pressão se mantém em $c/4$, porém num escoamento supersônico este move-se próximo ao meio da corda. Os coeficientes aerodinâmicos C_L , C_D , C_M , são função do ângulo de ataque, formato do aerofólio e dos seguintes parâmetros adimensionais:

$$\text{a) Número de Reynolds: } Re = \frac{U_\infty c}{\nu} \quad (\text{A.5})$$

onde ν é a viscosidade cinemática do fluido.

$$\text{b) Número de Mach: } M = \frac{U_\infty}{a} \quad (\text{A.6})$$

onde a é a velocidade do som local.

$$\text{c) Frequência reduzida: } k = \frac{\omega b}{U_\infty} \quad (\text{A.7})$$

onde ω é a frequência angular de oscilação da pá e a corda média é dada por $b=c/2$.

Em escoamento permanente de um fluido incompressível C_L , C_D e C_M dependem somente de Re , α , e do formato do aerofólio.

A.1.1 Comportamento linear da sustentação

Quando α é pequeno, C_L apresenta um aumento linear em função de α . A constante proporcional é chamada de *inclinação da curva de sustentação*, $C_{L\alpha} = dC_L/d\alpha$. Na teoria de aerofólios finos em escoamento bidimensional e incompressível demonstra-se que $C_{L\alpha} = 2\pi$, e a sustentação nesta região linear pode ser representada como:

$$C_L = \frac{dC_L}{d\alpha} \alpha = 2\pi\alpha \quad (\text{A.8})$$

Quando se aumenta o ângulo de ataque até exceder um certo ângulo crítico, a sustentação alcança seu valor máximo caindo posteriormente, mesmo aumentando α . Diz-se então que o aerofólio perde sustentação quando excede o ângulo crítico, denominado *ângulo de estol estático* α_{es} . Abbott e Doenhoff [54] apresentam uma vasta quantidade de aerofólios com as características experimentais de C_L , C_D e C_M da família NACA.

A.2 Aerofólios em Movimento Oscilatório

A.2.1 Abordagem clássica do problema

Considera-se basicamente um aerofólio em escoamento bidimensional e incompressível. A este movimento é imposta uma oscilação harmônica de amplitude infinitesimal. O tratamento clássico [38] considera o problema limitado ao regime linear, utilizando o princípio de *superposição* das soluções particulares para gerar solução geral. Por exemplo, a solução de um aerofólio oscilatório com certo ângulo de ataque pode ser obtida pela superposição de duas soluções: i) uma solução não-estacionária de um aerofólio oscilando com espessura nula e camber nulo para $\alpha=0$; ii) outra solução estacionária de um aerofólio com espessura e camber para o ângulo de ataque dado.

Em aerodinâmica as equações fundamentais são essencialmente não-lineares, de tal forma que o princípio de superposição pode ser válido somente em alguns casos. Contudo, na teoria de aerofólios, considera-se que a perturbação no fluido devido à presença de um aerofólio é infinitesimal, isto é, a velocidade induzida pelo corpo sólido é infinitesimal em comparação com a velocidade da corrente não perturbada (corrente livre), de tal forma que as equações podem ser linearizadas. Em tal situação pode ser aplicado o princípio de superposição.

A.2.2 Aspectos Históricos

Segundo Fung [38], o primeiro cálculo numérico de forças aerodinâmicas para uma placa plana, em movimento oscilatório harmônico em escoamento bidimensional, foi realizado em 1922 por Birnbaum em sua tese em Gottingen, Alemanha. A partir da teoria de vórtices de contorno de Prandtl finalizada em 1928, Ackermann determina a sustentação num aerofólio em escoamento estacionário. Posteriormente, Birnbaum estende o conceito de Ackermann para aerofólio não-estacionário (ver Ref.13.2 e Ref. 13.3 apud Fung [38]), obtendo resultados para frequência reduzida até $k=0.12$. Na mesma época, Wagner (ver Ref.15.30 apud Fung.[38]) investiga as forças aerodinâmicas atuando num corpo que se move bruscamente a partir de uma posição estacionária para uma velocidade constante.

Em 1929 Glauert (ver Ref.15.23 e 13.14 apud Fung [38]), baseado no método de Wagner, publica dados de forças e momento atuando num corpo cilíndrico devido a movimento arbitrário e os coeficientes aerodinâmicos de uma asa oscilatória até $k=0.5$. No mesmo ano Kussner (Ref. 5.28 apud Fung [38]) estende o método de Birnbaum para obter coeficientes aerodinâmicos até $k=1.5$.

Em 1934 Theodorsen [80] publica a solução exata de uma asa com extensão (flap) em oscilação harmônica. A partir disto amplia-se ilimitadamente a faixa de k . Posteriormente novas contribuições foram feitas por pesquisadores de renome, entre eles: Cicala P., Kussner H.G., Karman Th. Von, Sears W.R., Dietze W.P., Jones R.T., Biot M.A. Detalhes destas contribuições são encontradas em Fung [38].

A.3 Parâmetros Básicos em Aerodinâmica Não-Estacionária

A.3.1 Frequência Reduzida

A frequência reduzida (Eq.A.7) é um dos parâmetros mais significativos nos fenômenos não-estacionários em aerofólios. Pode ser considerado como o parâmetro que relaciona o tempo adimensional necessário para convecção dos vórtices desde o aerofólio para a esteira.

Uma interpretação de k é dado por Von Karman (ver Fung [38]). Considera-se que quando ocorre uma perturbação na proximidade do aerofólio (ver Fig. A.1), o fluido sob a influência de tal perturbação move-se a jusante da corrente com velocidade U_∞ . Assumindo que a frequência de oscilação de tal perturbação ω , é igual à do corpo. O espaço percorrido pela perturbação ou “comprimento de onda” é dado como $l_p = 2\pi U_\infty / \omega$. A razão entre o comprimento característico do corpo c , e o comprimento de onda l_p , é dado por:

$$\frac{c}{l_p} = \frac{c}{2\pi U_\infty / \omega} = \frac{\omega c}{2\pi U_\infty} = \frac{k}{\pi} \quad (\text{A.9})$$

Desta forma, k pode representar uma razão proporcional entre o comprimento característico do corpo (corda) e o comprimento da onda de perturbação. A relação entre k e a esteira de vórtices também pode ser analisada explicitando l_p a partir da Eq.A.9:

$$l_p = \frac{2\pi U_\infty}{k} \quad (\text{A.10})$$

Observa-se então que, para um determinado aerofólio, a modificação da frequência de oscilação altera a distância entre vórtices da esteira.

A.3.2 Movimento Oscilatório

Os elementos de pás atuam como parte de um sistema flexível, tendo diferentes graus de liberdade. Numa análise bidimensional, o movimento oscilatório do aerofólio pode dar-se devido à torção (giro) ou devido à flexão (elevação) da pá. Estes são movimentos básicos estudados em aerodinâmica não-estacionária. Tal fenômeno provoca uma modificação no ângulo de ataque induzindo forças aerodinâmicas diferentes às condições estáticas. Acrescentam-se forças não-circulatórias, originadas pela própria movimentação do aerofólio, denominadas forças virtuais ou de massa aparente.

Considerando um aerofólio imerso num escoamento pode-se expressar a variação senoidal da incidência no tempo em torno de um ângulo médio na forma:

$$\alpha(t) = \alpha_m + \alpha_a \sin(\omega t) \quad (\text{A.11})$$

onde α_m é o *ângulo de incidência médio* e α_a a *amplitude do movimento*. O tempo t , é adimensionalizado pelo termo b/U_∞ , que representa o tempo de percurso da metade da corda do aerofólio à velocidade U_∞ :

$$\tau = \frac{t}{b/U_\infty} = \frac{tU_\infty}{b} \quad (\text{A.12})$$

substituindo t na forma adimensional, a expressão da incidência é dada por:

$$\alpha(\tau) = \alpha_m + \alpha_a \sin(k\tau) \quad (\text{A.13})$$

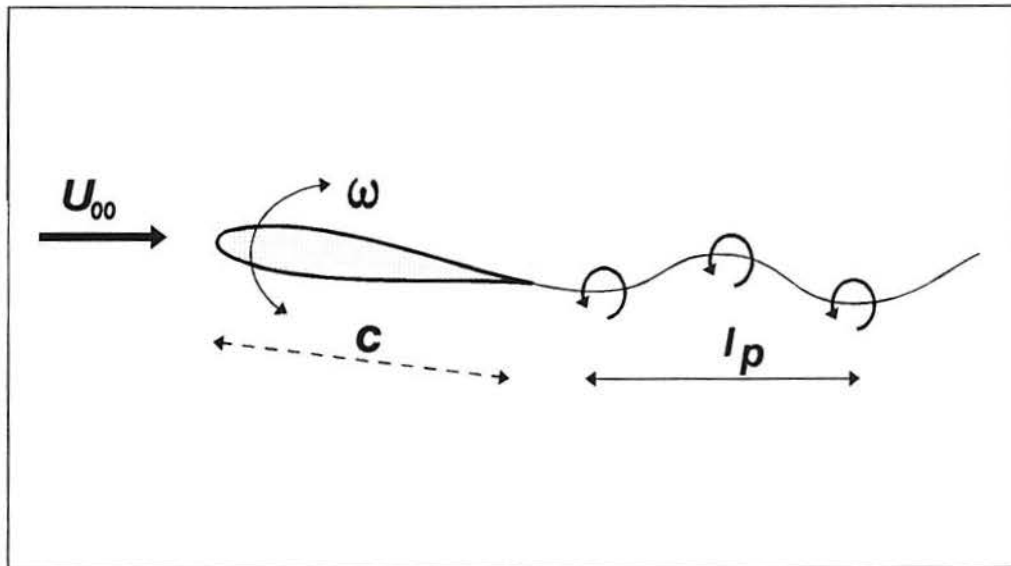


Figura A.1 Aerofólio em movimento oscilatório

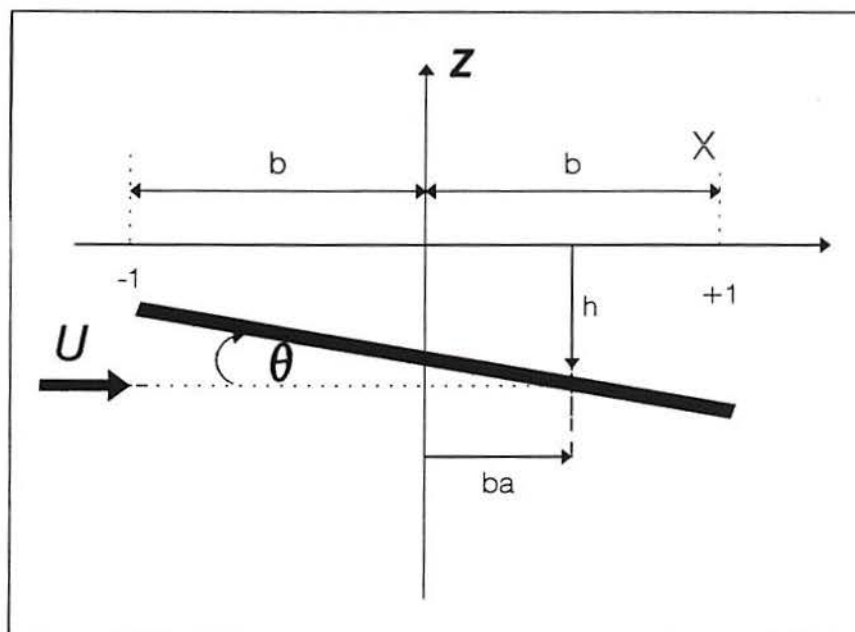


Figura A.2 Placa plana em movimento oscilatório

A.4 Solução de Theodorsen

Theodorsen [80] contribui como pioneiro na teoria de aerodinâmica não-estacionária, deduzindo as equações para escoamento potencial incompressível num aerofólio fino (placa plana) com pequenas oscilações em torno do ângulo médio nulo ($\alpha_m=0^0$) e movimento vertical harmônico. O método utilizado faz parte da teoria clássica não-estacionária, encontrada de forma detalhada no próprio trabalho de Theodorsen [80], em textos como o de Bisplinghoff et al. [90] e Fung [38] ou na revisão de Yates[103].

No método de Theodorsen, a distribuição da pressão sobre o aerofólio é obtida por um sistema de potencial de velocidades provenientes do escoamento retilíneo (termo de circulação) e representação dos termos fonte e sumidouro. As equações são obtidas pela integração da distribuição de pressão sobre o aerofólio sujeito a um movimento específico. A mudança da circulação no bordo de fuga é satisfeita aplicando a condição de Kutta.

Na Fig A.2 representa-se o aerofólio, onde U é a velocidade de corrente livre, b a semi-corda do aerofólio. Considera-se movimentação vertical de levantamento h , e uma oscilação com ângulo de giro θ , em torno do eixo situado a distância " ab " do centro (corda média) do aerofólio.

A.4.1 Sustentação

Os termos destas equações são de dois tipos: de origem circulatória e não circulatórias. O termo de natureza circulatória, L_C , produz emissão de vórtices no bordo de fuga, formando uma fina esteira. Caracterizam-se por estar afetados pela função de Theodorsen, $C(k)$. Os termos de natureza não circulatórias, L_{NC} , (denominados forças de massa aparente) são originados pelo movimento de giro (*pitch*) ou elevação (*heaving*) não produzindo efeitos de esteira.

Na Tab.A.1 apresenta-se um resumo destas o forças, assim como o ponto de ação das mesmas e o braço empregado no cálculo do momento em torno do eixo.

Tabela A.1 Termos da Sustentação

Força de sustentação	Expressão	Ponto de ação	Braço do
L_{NC1}	$\pi \rho b^2 U \theta$	$3/4c$	$b(1/2-a)$
L_{NC2}	$\pi \rho b^2 h$	$1/2c$	ab
L_{NC3}	$\pi \rho b^2 a \dot{\theta}$	$1/2c$	ab
L_C	$\pi \rho b U w C(k)$	$1/4c$	$(a+1/2b)$

A sustentação no sistema é dada finalmente pela contribuição dos termos de origem circulatória e não-circulatórios:

$$L = \rho b^2 \pi (U\dot{\theta} + \ddot{h} - ba\ddot{\theta}) + 2\pi\rho Ubc(k)(U\theta + \dot{h} + b(\frac{1}{2} - a)\dot{\theta}) \quad (\text{A.14})$$

Outra representação mais compacta do termo circulatório da sustentação pode ser dado (Theodorsen [80]) em função da *velocidade vertical de perturbação* w , atuando em $3/4$ da corda a partir do bordo de ataque:

$$L_c = 2\pi\rho U bwC(k) \quad (\text{A.15})$$

$$w = U\theta + \dot{h} + b(\frac{1}{2} - a)\dot{\theta}$$

A função de Theodorsen, $C(k)$, é uma expressão complexa dada em função da frequência reduzida:

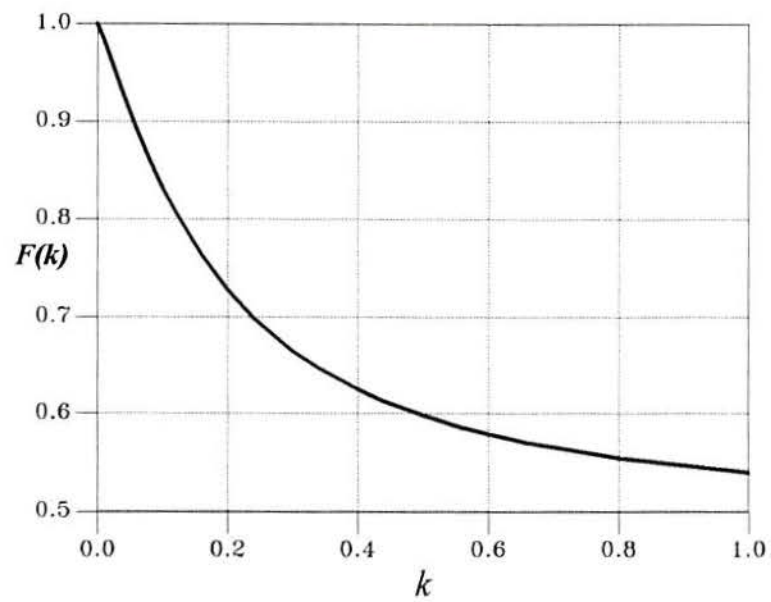
$$C(k) = F(k) + iG(k) \quad (\text{A.16})$$

As Fig. A.3a e A.3b mostram as funções $F(k)$ e $-G(k)$. O termo $F(k)$ representa a *deficiência da sustentação* devida ao movimento oscilatório e o termo $iG(k)$ representa o *atraso de fase* entre o movimento oscilatório e a resultante força aerodinâmica. Uma aproximação para $F(k)$ e $G(k)$ é dada por McKinney e DeLaurier [105] na forma:

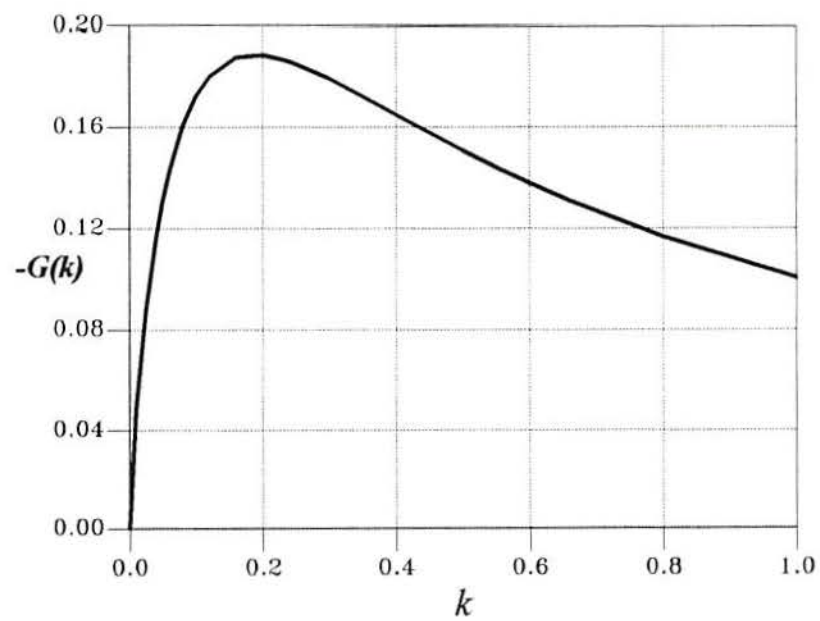
$$F(k) = 1 - \frac{c_1 k^2}{(k^2 + c_2^2)} \quad (\text{A.17.a})$$

$$G(k) = \frac{c_1 c_2}{(k^2 + c_2^2)} \quad (\text{A.17.b})$$

com $C_1 = 0.5A/(A + 2.32)$ e $C_2 = 0.181 + 0.7772/A$, onde A (*aspect ratio*) = b^2/S , onde b é a envergadura da pá e S é a área da mesma.



a) Componente $F(k)$ da função de Theodorsen



b) Componente $G(k)$ da função de Theodorsen

Figura A.3 Função de Theodorsen $C(k)=F(k)+iG(k)$

A.4.2 Momento em torno do eixo de giro

Levando em consideração os componentes da sustentação L_N e L_{NC} e o respectivo braço de ação, obtém-se o momento em torno do eixo de giro:

$$M = -\rho\pi b^2 \left(\left(\frac{1}{2} - a \right) U b \dot{\theta} + \left(\frac{1}{8} + a^2 \right) b^2 \ddot{\theta} - ab \ddot{h} \right) + 2\pi\rho b^2 U \left(a + \frac{1}{2} \right) C(k) \left(h + U\theta + b \left(\frac{1}{2} - a \right) \dot{\theta} \right) \quad (\text{A.18})$$

observa-se que no momento de giro é também incluído um termo que representa o *momento de inércia aparente* multiplicado pela aceleração angular:

$$M = -\rho\pi b^2 \frac{b^2}{8} \ddot{\theta} = -\frac{\rho\pi b^4}{8} \ddot{\theta} \quad (\text{A.19})$$

Tal termo reflete os efeitos inerciais de um cilindro de ar circunscrevendo o aerofólio.

As equações anteriores podem ser verificadas num aerofólio sem movimento de giro e com velocidade de translação vertical em regime permanente. Nesta configuração tem-se que $F(k)=1$ e $G(k)=0$, reduzindo-se as equações a forma:

$$L = 2\pi \frac{\rho}{2} U^2 c \left(\theta + \frac{\dot{h}}{U} \right) \quad (\text{A.20})$$

$$M = 2\pi \frac{\rho}{2} U^2 c \left(x_{cp} - 1/4 \right) \left(\theta + \frac{\dot{h}}{U} \right) \quad (\text{A.21})$$

onde $\alpha = \theta + \dot{h}/U$ é o ângulo de ataque. Estas equações são a solução clássica para sustentação e momento de um aerofólio fino.

A.4.3 Outras funções de admitância

A solução do fluxo bidimensional num aerofólio em movimento oscilatório com pequenas perturbações pode envolver outras funções de admitância. A aplicação destas funções pode ser encontrada em detalhes em Bisplinghoff et al. [90] e Fung [38], sendo que as mais importantes são:

- a) **Função de Wagner**: para aerofólio em avanço horizontal com mudança do ângulo de ataque.
- b) **Função de Kussner**: para aerofólio penetrando numa forte rajada.
- c) **Função de Sears**: para aerofólio estacionário numa rajada de natureza oscilatória.

A.4.3.1 Função de Wagner

A função de Wagner (ou *função Indicjal*) é utilizada na determinação do termo circulatório da sustentação para um aerofólio submetido a regime transiente em translação linear na forma:

$$L = 2\pi \rho U b w \Phi(\tau) \quad (A.22)$$

$$\Phi(\tau) = 0 \text{ para } \tau < 0$$

onde $\Phi(\tau)$ é chamada função de Wagner e τ é o tempo adimensional característico $\tau = Ut/b$. A função de Wagner representa o crescimento da circulação em torno de um aerofólio pelo aumento súbito da velocidade de perturbação vertical devido à variação de α . Considera-se w uniforme sobre o aerofólio: $w = U \sin \alpha \approx U \alpha$;

Expressões aproximadas da função de Wagner para $\tau > 0$, foram obtidas por diversos autores. Bisplinghoff et al. [90] apresentam a forma genérica da função de Wagner:

$$\Phi(k) = b_0 + b_1 e^{-a_1 \tau} + b_2 e^{-a_2 \tau} + b_3 e^{-a_3 \tau} \quad (A.23)$$

onde os coeficientes a_i e b_i da equação são tabelados para diferentes números Mach. Especificamente para $M=0$ a função de Wagner é dada por:

$$\Phi(k) = 1 - 0.165 e^{-0.0455 \tau} - 0.335 e^{-0.335 \tau} \quad (A.24)$$

A.4.3.2 Função de Kussner

A representação do termo circulatório da sustentação, devido a uma forte rajada, é dada por:

$$L = 2\pi \rho U b w \Psi(\tau) \quad (\text{A.25})$$

onde $\Psi(\tau)$ é a *Função de Kussner*, que tem uma forma genérica similar à da função de Wagner, modificada somente pelos seus coeficientes a_i e b_i . A aproximação para $M=0$ é dada por:

$$\Psi(k) = 1 - 0.5e^{-0.13\tau} - 0.5e^{-\tau} \quad (\text{A.26})$$

A Fig.A.4 mostra as curvas que representam as funções de Wagner (Φ) e Kussner (Ψ) obtidas com as Eq.A.24 e Eq.A.26.

A.4.3.3 Função de Sears

Esta função deduzida por Sears [104] é utilizada na determinação da sustentação de origem circulatória, num aerofólio imerso numa corrente com velocidade uniforme U , entrando numa rajada senoidal. Isto pode dar-se, por exemplo, numa região de turbulência com velocidade de rajada vertical oscilatória na forma:

$$w = -w_0 e^{i\omega t} S(k) \quad (\text{A.27})$$

onde w_0 é a amplitude (constante), $\omega=2\pi U/l_p$ a frequência com que a onda passa qualquer ponto do aerofólio, sendo l_p o comprimento desta onda. $S(k)$ é a *Função de Sears*, dada por:

$$S(k) = [J_0(k) - iJ_1(k)]C(k) + iJ_1(k) \quad (\text{A.28})$$

onde J_0 e J_1 são as funções de Bessel, $C(k)$ é a função de Theodorsen $C(k) = F(k) + iG(k)$. A função de Sears mostrada na Fig.A.5 pode ser aproximada pela expressão:

$$S(k)^2 = \frac{\alpha + k}{\alpha + (\pi\alpha + 1)k + 2\pi k^2} \quad (\text{A.29})$$

com $\alpha=0.1811$.

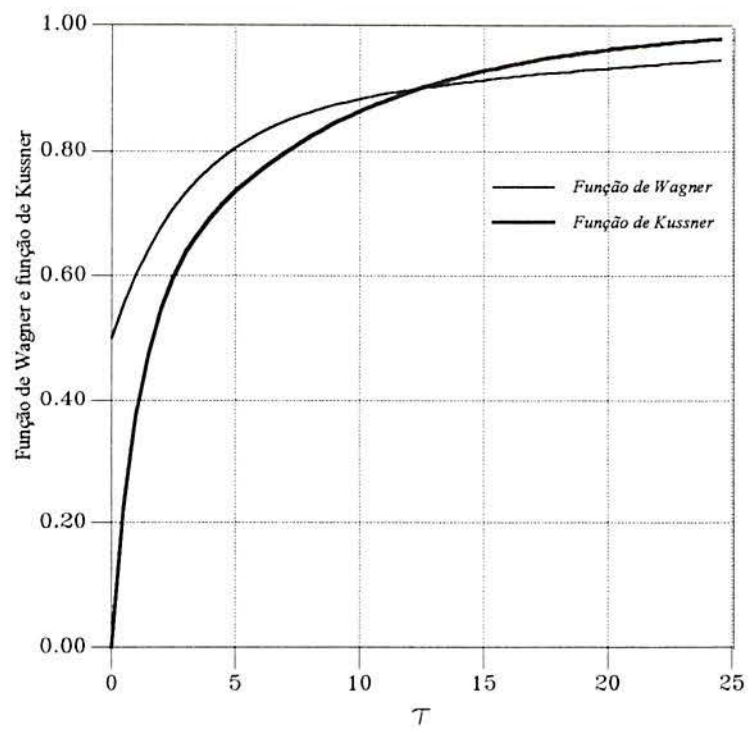


Figura A.4 Função de Wagner e função de Kussner

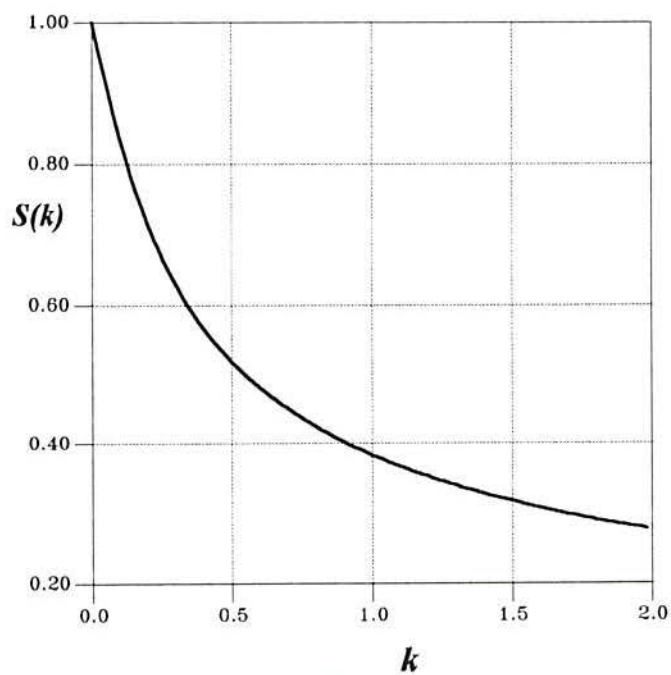


Figura A.5 Função de Sears

A sustentação é finalmente determinada como:

$$L = 2\pi \rho b U w_0 e^{-i\omega t} S(k) \quad (\text{A.30})$$

A.4.3.4. Contribuições ao modelo clássico

A principal preocupação dos pesquisadores em trabalhos posteriores para a melhoria do modelo clássico referem-se aos efeitos de espessura, camber, incidências médias, amplitude de oscilação, espessura de deslocamento da camada limite e confinamento do escoamento.

O efeito de espessura do perfil é analisado teoricamente por Kussner em 1964 [106] e por Van de Vooren e Van de Vel [107]. Posteriormente McCroskey [108] amplia o método de superposição analisando os efeitos não-estacionários num aerofólio oscilatório com espessura e camber. Conclui-se no trabalho que os gradientes de pressão no bordo de ataque podem explicar o atraso não-estacionário da separação da camada limite quando esta não interage significativamente com o fluxo principal.

A.5 Aplicação da Teoria Clássica em Turbinas Eólicas

A.5.1 Turbinas eólicas de eixo horizontal

A teoria não-estacionária em pás de turbinas eólicas de eixo horizontal é uma continuidade da aplicação das equações da teoria clássica em asas rotativas. Especificamente em pás de helicópteros, tem sido estudada por muitos anos. Por exemplo Gormont [79] faz uso da teoria clássica no regime linear utilizando as características estáticas de aerofólios bidimensionais e uma extensão do modelo de Theodorsen pela formulação da histerese baseada em testes experimentais com aerofólios em movimento oscilatórios. Introduce-se também nesse estudo efeitos não lineares e tridimensionais.

As características não-estacionária e bidimensional de pás de turbinas eólicas são fornecidas por Oye [109]. Diferentemente da análise de Theodorsen, faz uso direto do conceito de velocidade induzida e da representação de Glauert (ver Ref.[90]) para os vórtices. A complementação das equações de Oye [109] correspondem ao termo de força de arrasto e à inclusão de um movimento na direção x como representado na Fig.A.2. A movimentação oscilatória é dada por:

$$x = x_1 e^{i\omega t} \quad ; \quad z = z_1 e^{i\omega t} \quad ; \quad \alpha = \alpha_0 + \alpha_1 e^{i\omega t} \quad (\text{A.31})$$

A sustentação, arrasto e momento de giro são dados por:

$$L = 2\pi\rho bU(\alpha_0(U - \dot{x}) + wC(k)) + \pi\rho^2\dot{w} \quad (\text{A.32})$$

$$D = 2\pi\rho U\alpha_0\left(-\dot{z} + b\left(a + \frac{1}{2}\right)\dot{\alpha}_0 + \dot{w}(1 - C(k))\right) \quad (\text{A.33})$$

$$M = 2\pi\rho b^2\left(a + \frac{1}{2}\right)\left[\alpha_0(U - x) + wC(k)\right] + \pi\rho b^3a\dot{w} - \\ - 1/2\pi\rho b^3U\dot{\alpha} - 1/7\pi\rho b^4\ddot{\alpha} \quad (\text{A.34})$$

onde:

$$w = U\alpha - \dot{x}\alpha_0 + \dot{z} + b(1/2 - a)\dot{\alpha} \quad (\text{A.35})$$

$$\dot{w} = U\dot{\alpha} - \ddot{x}\alpha_0 + \ddot{z} + b(1/2 - a)\ddot{\alpha}$$

A.5.2 Turbinas eólicas de eixo vertical

Kimura et al.[110] fornecem a representação da sustentação não-estacionária, baseada na teoria clássica para uma TEEV. Considera-se a turbina girando com velocidade angular Ω , varrendo um ângulo azimutal $\psi = \Omega t$, em torno do eixo de rotação numa corrente uniforme U e um campo de velocidade induzida u . Os componentes da velocidade do elemento de um referencial fixo (Fig.A.6) são dadas por:

$$\vec{W} = \left[\begin{pmatrix} -U \cos \psi \\ -U \sin \psi \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -R\Omega \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_T \\ u_N \\ u_S \end{pmatrix} \right] \begin{bmatrix} i \\ j \\ k \end{bmatrix} \quad (\text{A.36})$$

O primeiro termo do vetor velocidade fornece os componentes da velocidade do vento, o segundo, a velocidade rotacional e o terceiro os componentes da velocidade induzida.

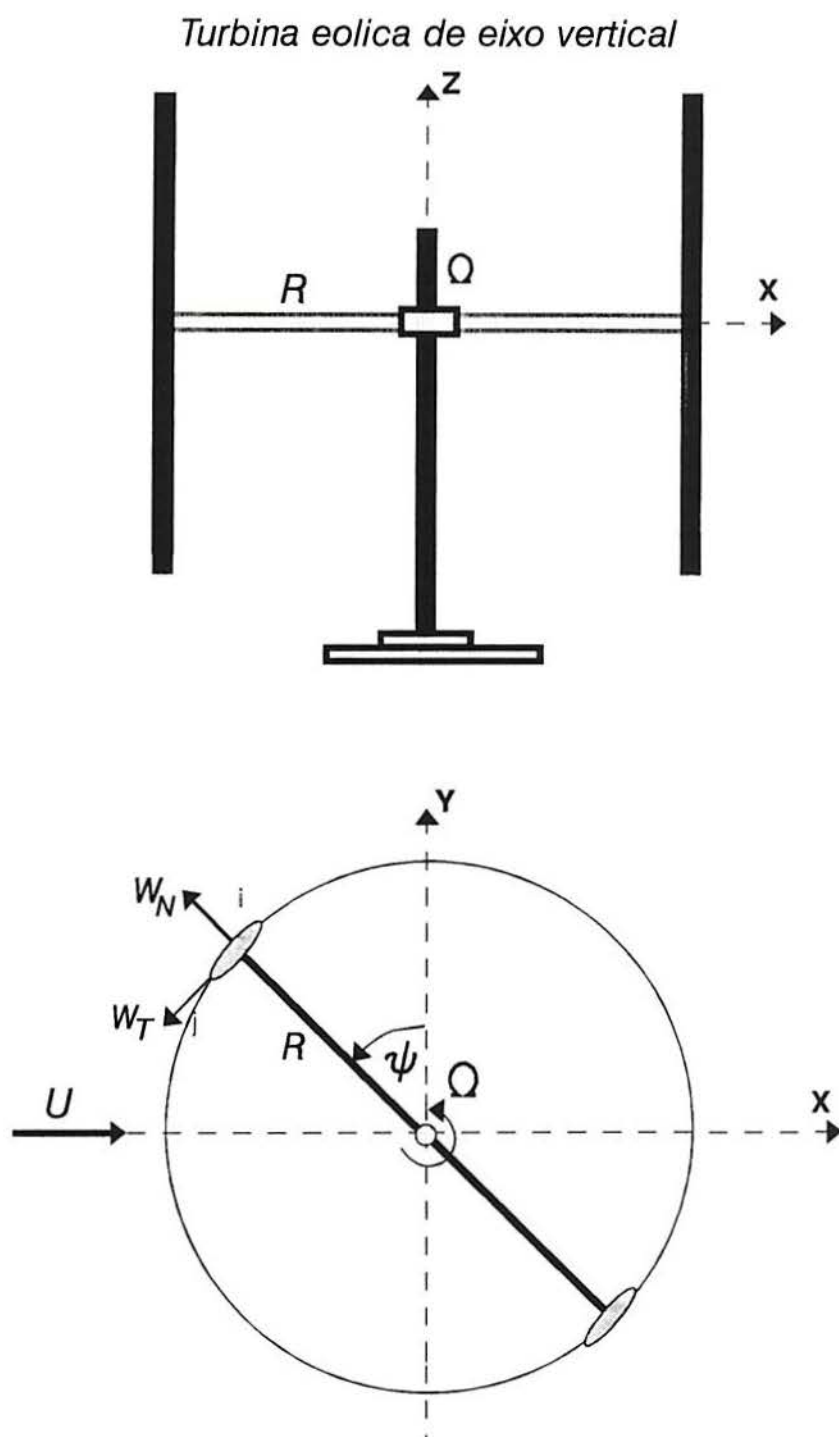


Figura A.6 Esquema de turbina eólica de eixo vertical

Também podem ser definidas a velocidade tangencial, W_T , a velocidade normal, W_N , e a resultante W , pelas seguintes expressões:

$$\begin{aligned} W_T &= U \cos \psi + \Omega R + u_T \\ W_N &= U \sin \psi - u_N \\ W &= \sqrt{W_T^2 + W_N^2} \end{aligned} \quad (\text{A.37})$$

O ângulo de ataque do elemento de pá é dado por:

$$\alpha = \varphi + \theta + \alpha_i \quad (\text{A.38})$$

onde φ é o ângulo de afluxo entre os componentes W_N e W_T , θ é o ângulo de giro (*pitch*) e α_i é o ângulo de ataque induzido.

$$\begin{aligned} \varphi &= \tan^{-1} \left(\frac{W_N}{W_T} \right) \\ \theta_{cl} &= \theta_0 + \theta_{lc} \cos \psi + \theta_{ls} \sin \psi \\ \alpha_i &= \tan^{-1} \left(\frac{u_N}{W} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.39})$$

Na sua análise Kimura et al.[110] seguem a prática adotada na indústria de helicópteros onde se considera para θ uma solução em série de Fourier. θ_{ci} é o ângulo de giro de controle cíclico e θ_0 representa o ângulo de giro fixo.

A aplicação da teoria clássica é baseada na análise de λ , parâmetro que relaciona as velocidades rotacional e de corrente livre ($\lambda = \Omega R / U_\infty$). Quando a turbina opera com alto valor de λ , o máximo ângulo de ataque numa revolução não excede o ângulo de estol estático do aerofólio, permanecendo o regime restrito ao domínio linear. O movimento de um elemento de pá é então aproximado pela teoria não-estacionária clássica. Considera-se que o aerofólio avança na sua trajetória tendo movimentos oscilatórios em giro (*pitch*), levante (*heave*) e penetrando dentro de um campo de velocidades verticais com pulsação similar a uma rajada.

Quando a velocidade de pulsação é suficientemente pequena comparada com a velocidade de avanço da pá, os efeitos não-estacionários são limitados àqueles causados pelos movimentos de giro e levante e pela velocidade de perturbação induzida u_p , sendo expressos em termos da função de Theodorsen $C(k)$ e função de Sears $S(k)$. Os termos de sustentação por circulação e não circulatório são dados por unidade de envergadura de pá como:

$$L_C = \rho b W^2 C_L \left[C(k) \left(\varphi + \theta_{lc} + \frac{c}{2} \frac{\dot{\theta}}{W} \right) + \theta_0 + S(k) \alpha_i \right] \quad (\text{A.40a})$$

$$L_{NC} = \rho \pi b^2 (\dot{u}_N + W \theta_{ci} + c \ddot{\theta}) \quad (\text{A.40b})$$

$$L = L_C + L_{NC} \quad (\text{A.40c})$$

O coeficiente de sustentação no domínio linear pode ser dado como $C_L = 2\pi\alpha$ ou determinado a partir de testes experimentais para aerofólios em condições estáticas.

A frequência reduzida é aproximada [14] por:

$$k = \frac{\Omega R}{2W} \approx \frac{c}{2R} \quad (\text{A.41})$$

muitas das TEEV em operação têm uma frequência reduzida em torno de $k=0.05$. Em tais condições, o baixo valor de k significa que os efeitos não-estacionários são fracos.

Outro aspecto importante a ressaltar é que a frequência reduzida, definida pela Eq.A.41, é dependente da *solidez* σ , parâmetro característico de turbinas eólicas e definida como a relação entre a área varrida pela turbina e a área das pás $\sigma = Nc/2R$, onde N é o número de pás.

A.5.3 Importância da teoria clássica para turbinas eólicas

Se observa que a introdução do modelo clássico em TEEV é válida quando a turbina opera com alta relação de velocidades (entre a velocidade rotacional e velocidade de corrente livre). Nestas condições, o ângulo de ataque não ultrapassa o ângulo de ataque crítico do aerofólio. Desta forma as forças aerodinâmicas permanecem com características lineares.

Sintetizando, podemos dizer que existe uma teoria capaz de descrever as características não-estacionárias de aerofólios em movimentos oscilatórios de pequena amplitude e que pode ser aplicada na análise de pás em movimento cíclico rotacional, como é o caso das TEEV. Nestas turbinas, a relação entre a relação de velocidades λ surge como fator delimitante na utilização da teoria clássica.

Apêndice - B
FENÔMENO DE ESTOL DINÂMICO

Apêndice B

FENÔMENO DE ESTOL DINÂMICO

B.1 Características do Fenômeno

Num aerofólio em condições não-estacionárias, com variações acentuadas no ângulo de ataque, podem ocorrer fenômenos provenientes de efeitos viscosos como a separação da camada limite e desprendimento de vórtices. Isto resulta num atraso temporal dos efeitos lineares ocorridos nas condições estáticas, aumentando consideravelmente as forças aerodinâmicas, envolvendo também efeitos de histerese. O fenômeno é denominado *estol dinâmico* e apresenta-se em pás de helicópteros, pás de turbomáquinas, turbinas eólicas, e em asas de avião. O ângulo crítico é denominado *ângulo de estol dinâmico* para diferenciar do *ângulo de estol estático* ocorrido em condições estacionárias. Em muitos casos este fenômeno é o fator predominante na limitação estrutural do sistema. Os primeiros estudos do fenômeno foram identificados em pás de helicópteros, onde os investigadores tentavam, sem sucesso, prever a performance aerodinâmica utilizando as teorias potenciais convencionais.

Trabalhos experimentais para análise de estol dinâmico têm sido realizados utilizando diversas técnicas, incluindo visualização de fluxo, medições com anemômetro de fio quente e sensores de pressão. Tem-se estabelecido (Ref. [111],[112],[113]) que o fator predominante no estol dinâmico é a perturbação do escoamento por emissão de um forte vórtice a partir do bordo de ataque. Este vórtice passa sobre a superfície do aerofólio, deformando a distribuição de pressão e produzindo forças transientes e momentos que são fundamentalmente diferentes dos encontrados em condições de escoamento em regime permanente. Se estima que o vórtice se desloca com uma velocidade de 30% a 40% da velocidade de corrente livre.

Propõe-se inicialmente [113] que o processo começa com a rápida explosão de uma bolha formada no bordo de ataque, provocando separação laminar. Posteriormente, McCroskey et al.[112] realizam investigações com objetivos de determinar onde e quando inicia a separação da camada limite e qual o mecanismo que alimenta o vórtice do bordo de fuga. O resultado mais significativo destas investigações mostra que a formação e explosão de uma bolha no bordo de ataque é um caso especial e não um fenômeno genérico em estol dinâmico. Indica-se que a emissão de vórtice e sua intensidade parecem ser alimentados pela separação abrupta da camada limite turbulenta e não pela formação da bolha típica de escoamentos em regime laminar.

Trataremos aqui, a descrição do fenômeno de estol dinâmico, baseados principalmente no trabalho de McCroskey [61], que fornece um completo estudo do mesmo. São revisados os diferentes tipos de regimes de escoamento e a importância dos principais parâmetros envolvidos no fenômeno. Posteriormente se realiza uma revisão do fenômeno de estol dinâmico em TEEV, mostrando-se, através de um resumo de ensaios experimentais, as características próprias do fenômeno nestas turbinas.

Num perfil aerodinâmico fixo, com elevado ângulo de incidência, o escoamento apresenta-se muito diferente do comportamento num perfil em movimento oscilatório que alcance o mesmo ângulo. Diversos estudos experimentais realizados para o caso de aerofólios em movimento oscilatório senoidal, têm mostrado que as principais características não-estacionárias manifestadas são:

- Efeitos de histerese amplificando-se as curvas das forças aerodinâmicas (C_L , C_D , C_M), sendo estas função do ângulo de incidência instantâneo $\alpha(t)$.
- Valores máximos de C_L , C_D , C_M , podem exceder consideravelmente aos apresentados no regime estático, com um comportamento qualitativamente diferente.

B.2 Parâmetros de Estol Dinâmico

Na Tabela B.1 (de Ref.[61]) apresentam-se um resumo dos principais parâmetros estudados para verificação da influência no fenômeno de estol dinâmico .

Tabela B.1 Parâmetros estudados em estol dinâmico

Parâmetro	Efeito
Frequência reduzida	grande
Ângulo médio e amplitude de oscilação	grande
Número de Mach	pequeno para $Mo < 0.2$
Número de Reynolds	pequeno se Mo é pequeno
Formato do aerofólio	grande em alguns casos
Tipo de movimento	pouco estudado
Efeitos tridimensionais	pouco estudado

B.3 Estol Dinâmico Num Ciclo de Oscilação

As principais fases do fenômeno ocorridas num ciclo de oscilação são mostradas qualitativamente e quantitativamente na Fig.B.1, correspondendo ao caso específico de um perfil NACA 0012, oscilando com frequência reduzida $k=0.15$ e $Re=2.5 \times 10^6$. Cabe ressaltar que nem sempre se manifestam todos estes fenômenos e nem da mesma forma. Eles dependem da natureza do movimento oscilatório, do tipo de aerofólio e do regime de escoamento considerado.

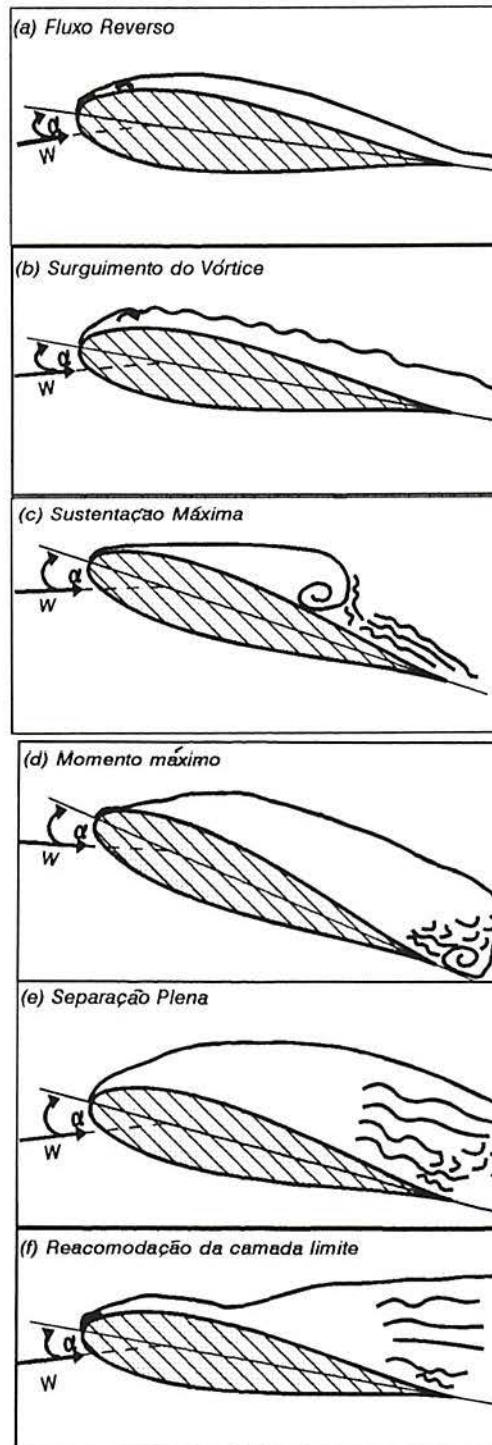
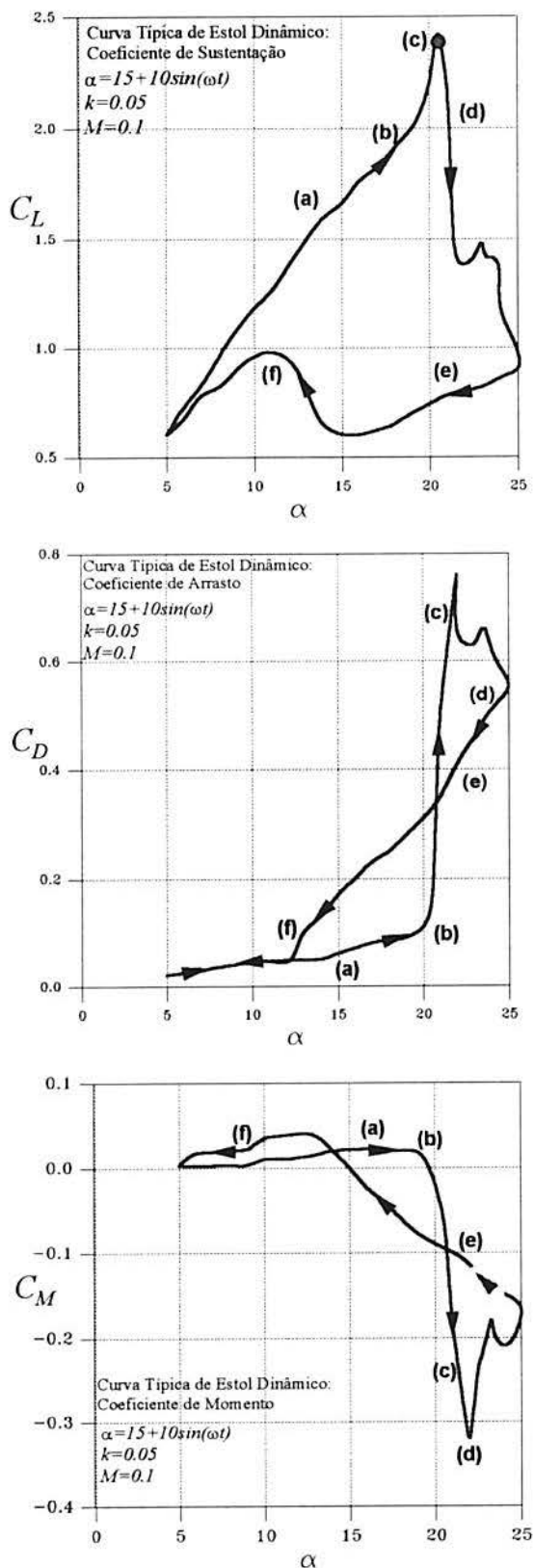


Figura B.1 Fenômeno de estol dinâmico num ciclo de oscilação

B.3.1 Etapas Básicas Num Ciclo

- i) **Formação do vórtice:** Num primeiro momento (etapa “a” da Fig.B.1) quando o ângulo de ataque aumenta e supera o ângulo estático a sustentação cresce em forma linear. Se apresenta um recuo da camada limite e surgimento de fluxo reverso dentro da mesma, porém, sem grandes mudanças no fluxo externo, pelo qual as forças e momento aerodinâmicos parecem uma extrapolação linear do regime normal sem separação. Inicia a formação de um vórtice.
- ii) **Desprendimento e movimento do vórtice:** Uma segunda fase (etapa “b” e “c” da Fig.B.1) é identificada pela reorganização do fluxo externo na camada limite. Observa-se uma forte separação desenvolvendo-se na parte dianteira do aerofólio, associada com a emissão de um vórtice concentrado. A movimentação do vórtice ao longo da superfície do aerofólio produz um aumento contínuo da força de sustentação. Contudo, se produzem fortes mudanças na configuração do momento de giro (*pitch*) devido à redistribuição da pressão ao longo do aerofólio.
- iii) **Abandono do vórtice no bordo de fuga:** Na movimentação do vórtice (etapas c-d da Fig.B.1) em direção do bordo de fuga se atinge a sustentação máxima, a qual não coincide com o momento máximo, que ocorre posteriormente quando o vórtice alcança o bordo de fuga, antes de ocorrer o descolamento pleno da camada limite.
- iv) **Reacondicionamento do fluxo:** Após o vórtice abandonar o bordo de fuga (etapa “e” da Fig.B.1), se inicia a etapa do descolamento da camada limite plenamente desenvolvida. Manifesta-se a fase em que o fluxo se reacondiciona (etapa “f”) a partir do bordo de ataque, voltando a um escoamento sem separação. Nesta etapa, forças e momentos voltam a adquirir os valores observados no regime estacionário.

B.3.2 Resumo do Fenômeno num Ciclo

Efeito na sustentação e momento:

- (a) -Se excede o estol estático
-Faixa de extrapolação linear
- (b) -Divergência nos valores do momento
-Aumento de C_L devido ao aumento do vórtice
- (c-d) -Máxima sustentação e rápido decaimento
-Momento máximo
- (d) -Reacondicionamento para faixa linear.

Estrutura do fluxo:

- (a) -Fluxo reverso na camada limite
-Formação de vórtice
- (b) -Desprendimento e avanço vórtice sobre a superfície do aerofólio.
- (c) -Vórtice passa no bordo de fuga
-Estol plenamente desenvolvido
- (d) -Reacondicionamento da camada limite e fluxo externo.

B.4 Regimes de Estol Dinâmico

A importância do ângulo de ataque máximo, α_{\max} , é mostrado no trabalho de McCroskey et al. [112] no qual se definem quatro importantes regimes de interação potencial-viscosa para aerofólios oscilatórios:

- I Regime linear**
- II Estol dinâmico inicial**
- III Estol dinâmico superficial**
- IV Estol dinâmico intenso**

O primeiro regime pode ser estudado apartir da Fig.B.2a. Nestas condições ($\alpha_{\max}=11^{\circ}$), praticamente não existe separação e os efeitos viscosos são pequenos. Quando α_{\max} é aumentado para 14° , (Fig.B.2b) ocorre uma leve separação durante uma pequena fração do ciclo, deformando-se o *loop* de histerese da distribuição de pressão, modificando desta forma as características dos coeficientes aerodinâmicos. Esta regime representa o caso limite da máxima sustentação que pode ser obtida sem prejudicar os resultados do coeficiente de arrasto e de momento.

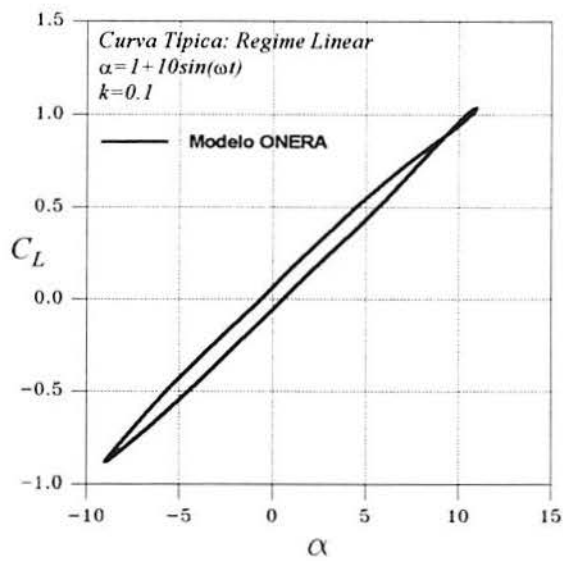
Um aumento adicional de α_{\max} para 15° (Fig.B.2c) produz um aumento na intensidade e duração do fenômeno de separação, este tipo de interação potencial-viscosa produz o denominado estol dinâmico superficial. Qualquer aumento adicional de α_{\max} (Fig.B.2d) leva ao regime de estol dinâmico intenso, que apresenta uma grande zona viscosa sobre a totalidade da superfície superior do aerofólio durante uma grande fração do ciclo.

B.4.1 Regime Linear

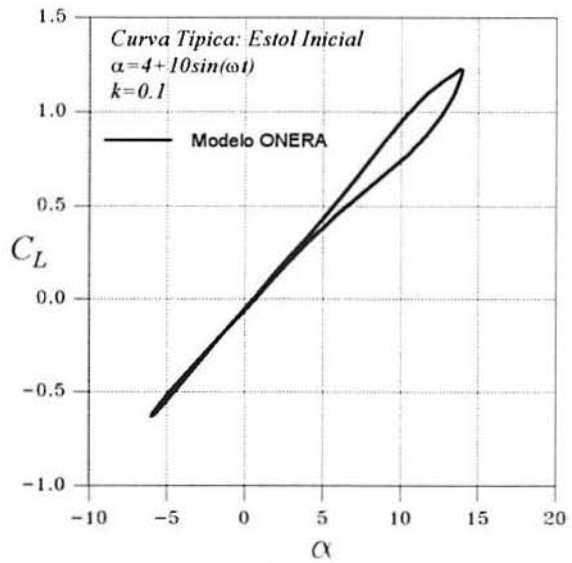
Neste regime (Fig.B.2a) os efeitos viscosos são confinados a uma fina camada limite. Efeitos básicos de oscilação podem ser derivados a partir da teoria não-estacionária de aerofólios de espessura fina. Contudo, torna-se difícil prever efeitos provenientes de: espessura e camber do aerofólio, grande amplitude de oscilação e camada limite.

B.4.2 Estol Dinâmico Inicial

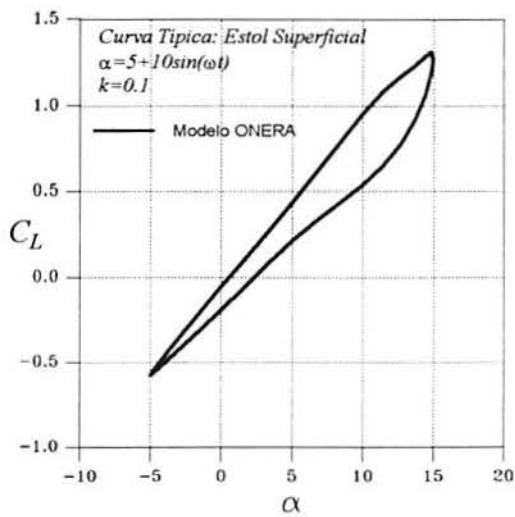
Para propósitos de modelamento matemático, os regimes linear e estol inicial são similares, já que em ambos a camada viscosa permanece relativamente fina. No entanto, o desafio do modelamento matemático é maior, pois a magnitude da interação potencial-viscosa aumenta rapidamente com pequenos aumentos de α_{\max} no regime de estol inicial. Além disso, dependendo da geometria do aerofólio e do número de Mach, a extensão da separação do escoamento pode aumentar ou diminuir com o decréscimo de k , onde os efeitos viscosos tendem a ser anulados pelos efeitos não-estacionários da região linear. Como resultante destes fatores, o regime de estol inicial (Fig.B.2b) é um importante nexos entre os domínios linear (antes do estol) e estol superficial.



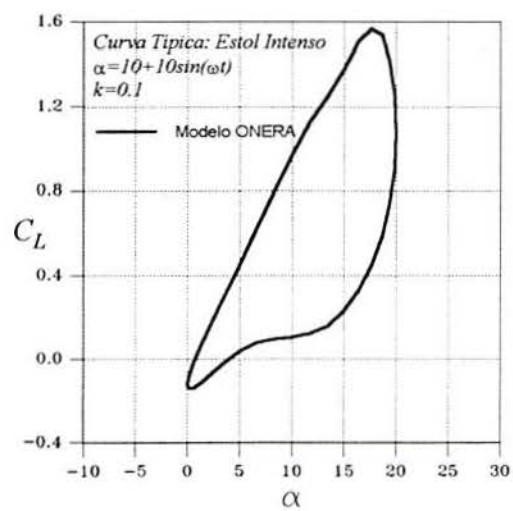
(a) Regime linear



(b) Regime inicial



(c) Regime superficial



(d) Regime intenso

Figura B.2 Regimes típicos de estol dinâmico

B.4.3 Estol Dinâmico Superficial

O descolamento (não-estacionário) superficial da camada limite (Fig.B.2c) preserva muitas das características de um descolamento estacionário, uma queda da sustentação, um crescimento significativo do arrasto e uma curva descendente de C_M . Os efeitos não-estacionários causam uma histerese crescente na evolução das forças aerodinâmicas e do amortecimento aerodinâmico negativo os quais são significativos neste regime. A região de separação é aproximadamente da ordem de grandeza da espessura do aerofólio, tendo um crescimento maior que no caso do escoamento estacionário.

O comportamento qualitativo do descolamento é muito sensível à forma do aerofólio, frequência reduzida e número de Mach. O comportamento quantitativo está estreitamente ligado às características do descolamento da camada limite no bordo de ataque e no bordo de fuga. Estas características dependem de α_{\max} , k , M .

B.4.4 Estol Dinâmico Intenso

Indica-se (McCroskey [61]), que uma combinação de grandes amplitudes de oscilação e grandes ângulos máximos, são fatores indispensáveis para o desenvolvimento do descolamento intenso (Ver Fig. B.2d). Nestas condições, e se o número de Mach for muito pequeno (de modo que as ondas de choque não se produzam no bordo de ataque) as características qualitativas do escoamento são relativamente insensíveis ao tipo de perfil e número de Reynolds.

O descolamento dinâmico neste regime (ver Fig.B.1 e Fig.B.2d) inicia pela formação de vórtices na região próxima do bordo de ataque. Estes vórtices escapam do interior da camada limite e viajam ao longo da superfície superior do aerofólio, produzindo valores mais elevados de C_L , C_D e C_M , que os encontrados no regime estacionário durante o aumento da incidência. Para o resto do ciclo, o efeito de histerese é muito importante na evolução de cada um destes coeficientes. A perda de C_L e C_M após alcançar seus máximos são muito mais importantes que no regime de descolamento superficial. A espessura da região de separação aumenta consideravelmente provocando emissão de vórtices, como mostrado na Fig.B.3.

A fronteira que delimita o descolamento superficial do intenso, se situa aproximadamente entre $15^\circ < \alpha_{\max} < 20^\circ$.

O interesse principal dos investigadores é estudar as características do descolamento e transição da camada limite já que elas são estreitamente ligadas com a formação inicial e emissão de vórtices. Resultados notáveis têm sido publicados por Carr et al. [114], McCroskey et al. [112,115] e Parker et al. [116].

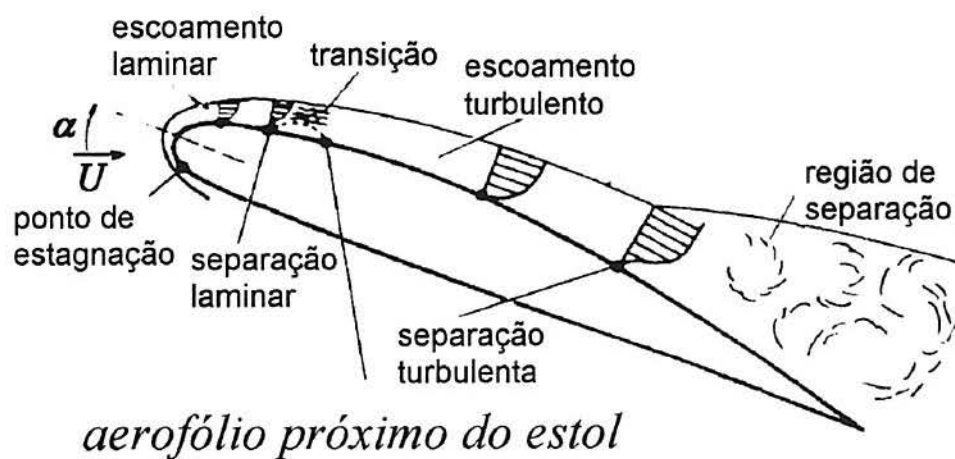
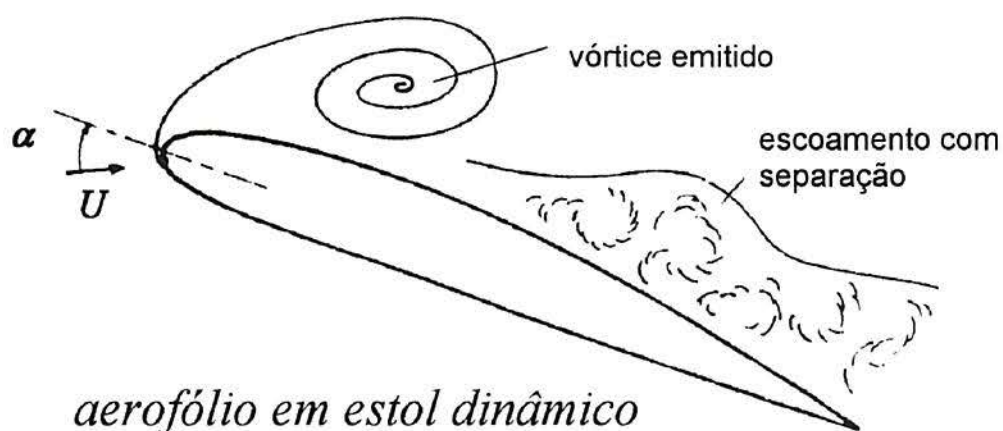


Figura B.3 Características de separação num aerofólio

B.5 Efeito dos Parâmetros Principais

B.5.1 Frequência Reduzida

Este parâmetro apresenta-se como um dos mais significativos no fenômeno de estol dinâmico. Curvas típicas mostrando o efeito deste parâmetro são apresentadas na Fig.B.4. Sua influência, no entanto, depende do regime de estol em que se encontra o aerofólio, e as considerações em que se dá a separação da camada limite. McCroskey [4] mostra que, em regime superficial, as tendências das curvas de C_L podem ser bem diferentes, para aerofólios com geometrias diferentes, semelhantes condições de movimento.

No caso de estol intenso, McCroskey [61] apresenta graficamente o efeito de k , para oscilação $\alpha(t)=15^\circ+10^\circ \sin \omega t$. Mostra-se nestas condições, que os efeitos de estol dinâmico, surgem marcantes para $k>0.05$. A intensidade do vórtice torna-se independente da frequência para $k>0.15$. Ohmi et al.[123] mostram que para aerofólio com maior amplitude de oscilação ($\alpha(t)=10^\circ + 45^\circ \sin \omega t$) a frequência reduzida se mantém como o parâmetro mais importante.

B.5.2 Ângulo Médio e Amplitude de Oscilação

Nos movimentos harmônicos α_a e α_m não podem ser separados, já que o ângulo máximo $\alpha_{\max}=\alpha_m+\alpha_a$ é muito importante na determinação de grau de separação da camada limite. Em testes onde α_a é fixo, variando α_m para um certo k , observa-se (Fig.B.6) que, dependendo do valor de α_m , podem surgir os diferentes regimes de estol. Da mesma forma, se α_m é fixado variando α_a , os regimes de estol dinâmico são observados; sendo que os diferentes regimes podem ocorrer em diferentes fases do ciclo.

B.5.3 Geometria do Aerofólio

No regime de estol superficial (Fig.B.7) a geometria do bordo de ataque é o fator principal que determina as características de separação. McCroskey et al. [115] registram três tipos de descolamento da camada limite em função da geometria do aerofólio:

- i) Descolamento no bordo de fuga
- ii) Descolamento brusco da camada limite em regime turbulento posterior ao bordo de ataque, especialmente no caso de perfil NACA 0012.
- iii) Descolamento no bordo de ataque, observado quando o raio do bordo de ataque é pequeno.

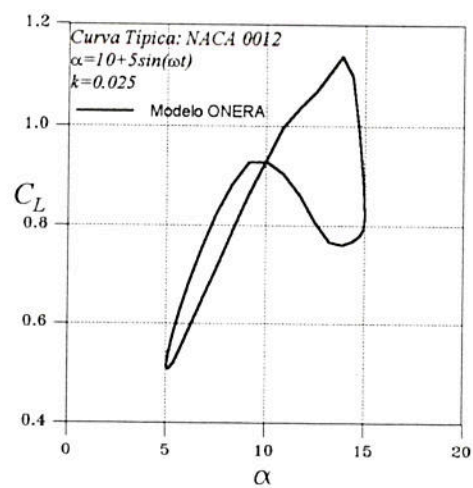
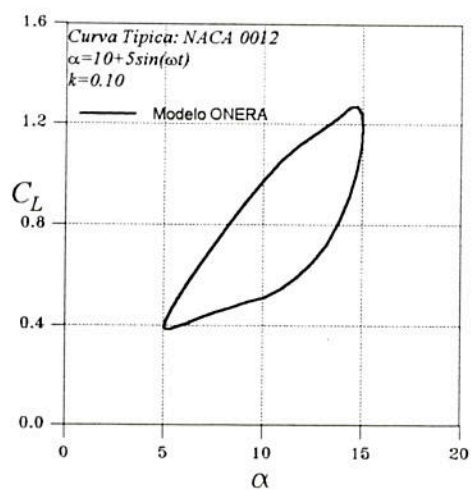
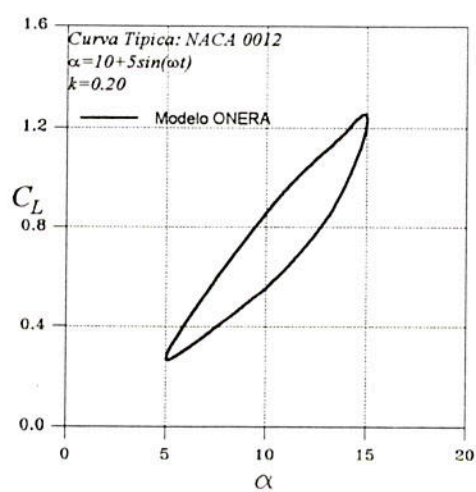
(a) $k=0.025$ (b) $k=0.10$ (c) $k=0.20$

Figura B.4 Efeito da frequência reduzida

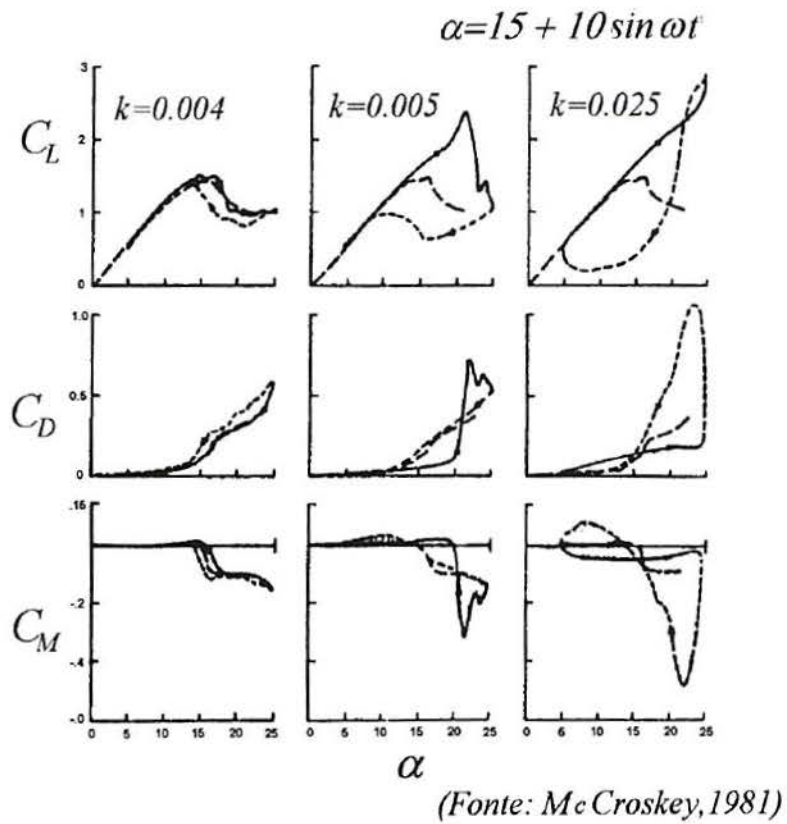


Figura B.5 Efeito da frequência reduzida em estol intenso

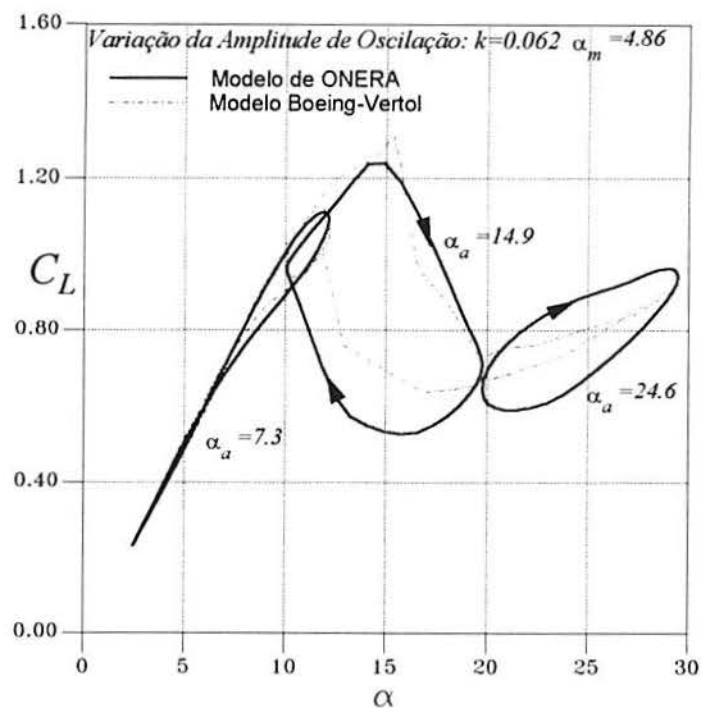
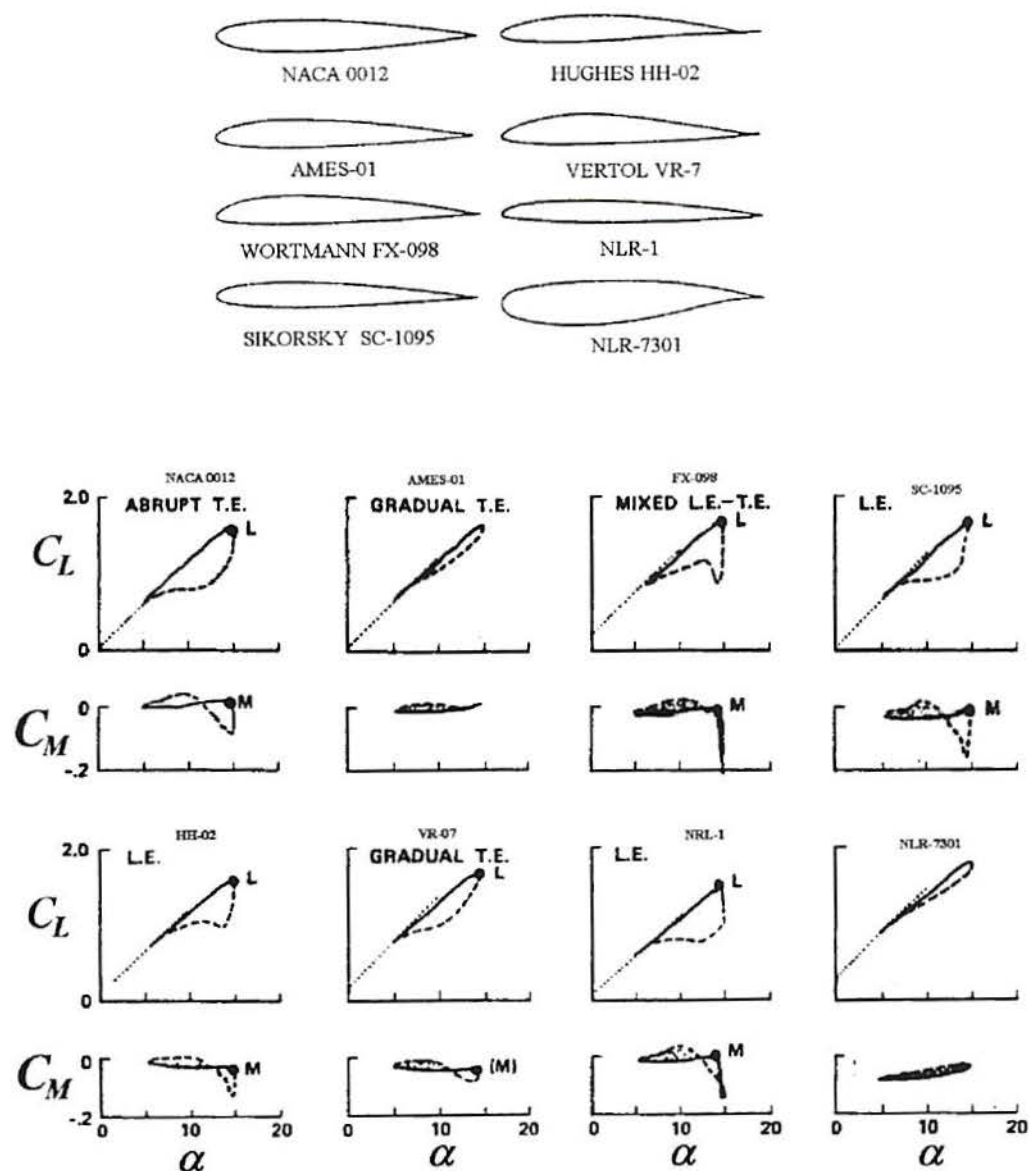


Figura B.6 Variação da amplitude de oscilação



(Fonte: McCroskey, 1981)

Figura B.7 Efeito da geometria do aerofólios

B.5.4 Número de Reynolds e número de Mach

O efeito de Re (com relação à corda) permanece como uma questão pouco estudada. Ao contrario que em condições estáticas, parece ter menos importância na intensidade do fenômeno de estol dinâmico nos diferentes regimes de escoamento. Ohmi et al.[123] indicam que em testes com grande amplitude de oscilação, os efeitos de Re são menos significativos que os outros parâmetros estudados. Na Fig.B.8 mostra-se a influência de Re para um aerofólio oscilatório com $k=0.15$ e $\alpha=15^\circ + 10^\circ \sin \omega t$.

Para baixo número de Mach, o número de Reynolds e geometria do aerofólio parecem ter influência (McCroskey ref.[61]) na posição do vórtice principal, localizado geralmente dentro de 20% da corda a partir do bordo de ataque. Para alto número de Mach, a separação é associada com a onda de choque que se produz no bordo de ataque, modificando-se as características do fenômeno. Na Fig.B.9 mostra-se a variação do fenômeno de estol dinâmico em função do número de Mach.

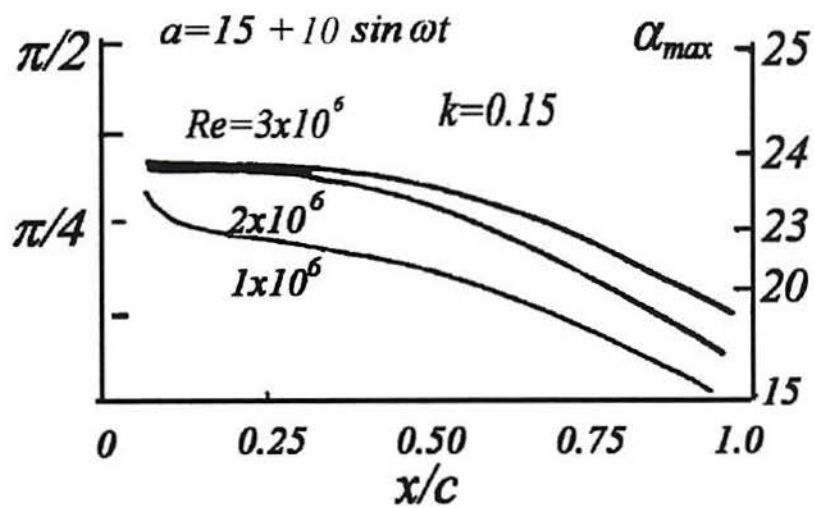
B.5.5 Outros Tipos de Movimentos

A maior parte dos estudos tem analisado separadamente as influências dos diferentes parâmetros. Por exemplo na ref. [116] estuda-se o escoamento em aerofólios em movimento oscilatório em giro; sendo que na ref.[112] se estuda o movimento de translação paralela ou normal à direção da corrente livre. Resultados apresentados no trabalho de McCroskey [61] manifestam uma equivalência destes movimentos (Fig.B.10) para estol intenso, porém, diferenças significativas têm sido reportadas para o caso de estol superficial.

Favier et al. [122] investigam os efeitos não-estacionários gerados pelo aerofólio quando se considera simultaneamente flutuações de incidência e velocidade (α e U), observando-se também o fenômeno de emissão de vórtices e efeitos de histerese. Os resultados mostram diferenças de estol dinâmico quando as variações de α e U encontram-se em fase, e fora de fase. O principal efeito não-estacionário é relacionado com o atraso no tempo ($\alpha_{ed}-\alpha_{ee}$), obtido entre as incidências de estol dinâmica e estática, a qual induz os *loop* de histerese nos coeficientes C_L , C_D , C_M .

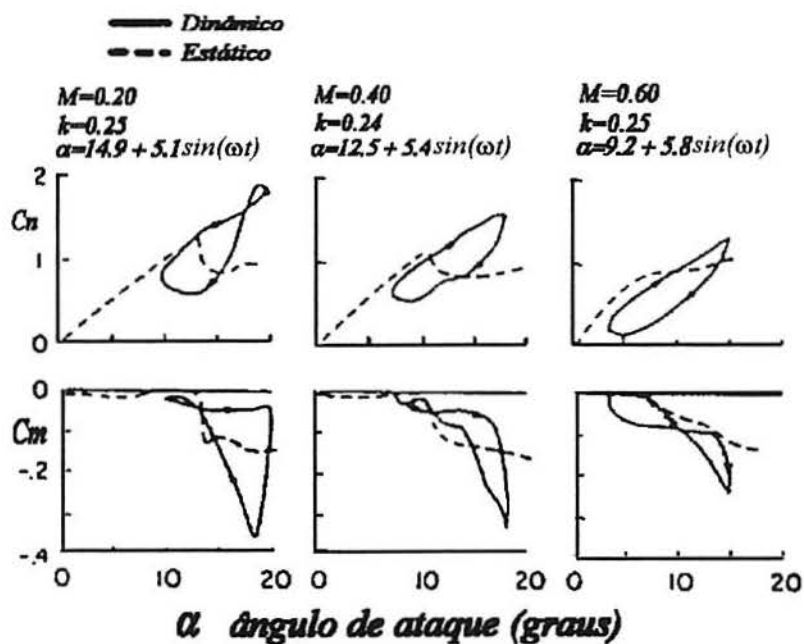
B.5.6 Efeitos Tridimensionais

Os estudos para análise tridimensional do fenômeno de estol são muito reduzidos na atualidade, permanecendo um problema estudado, porém sem conclusões definitivas.



(Fonte: In Yeznasni, 1993)

Figura B.8 Efeito do número de Reynolds



(Fonte: McCroskey, 1981)

Figura B.9 Efeito do número de Mach

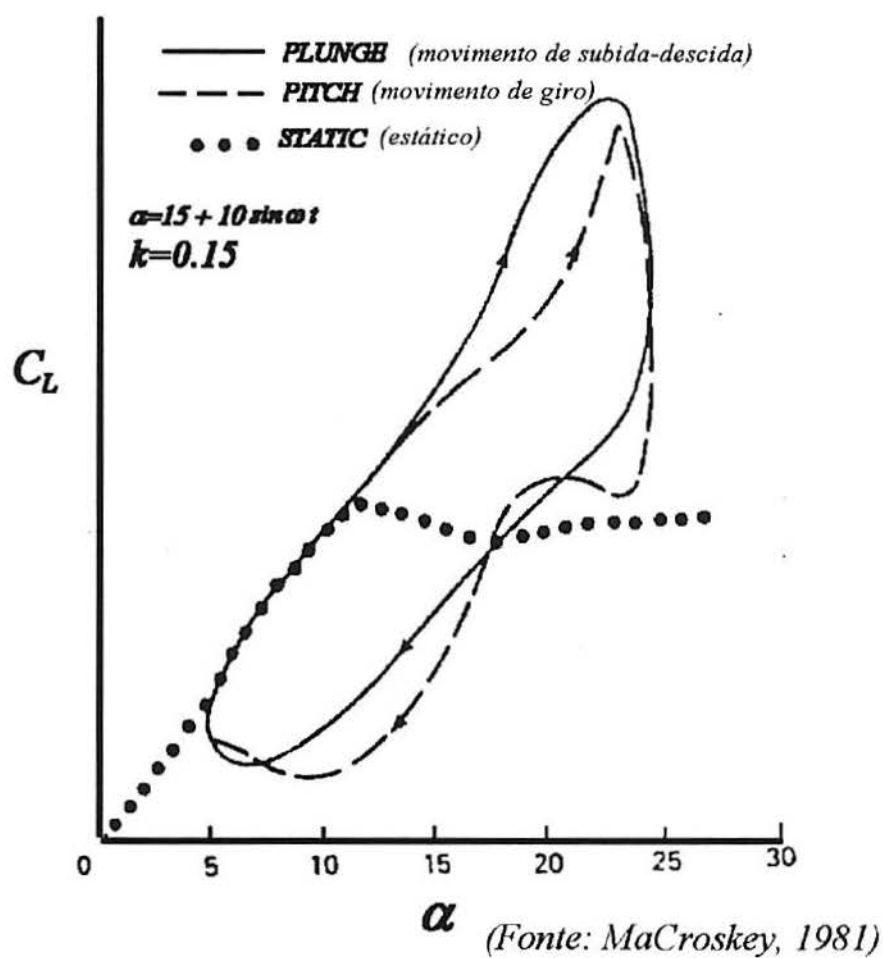


Figura B.10 Efeito de diferentes tipos de movimentos

B.6 Condições dos testes experimentais

A maior parte dos testes é realizada para movimentos de giro (pitch) oscilatórios nos quais os efeitos de separação são obtidos para ângulos amplitudes entre $\alpha_m=1^\circ$ a 10° e em torno de um ângulo de ataque médio, α_a , de 0° a 15° como mostrado, por exemplo nos trabalhos de Martin et al. [111] McCroskey e Philippe [115], McAlister e Carr [117]

Análise de estol dinâmico com ângulos maiores que os anteriores foram feitos por Ham e Garelick [118] apresentando medições com sensores de pressão superficial em aerofólios em movimento de giro até 30° . Strickland e Graham [119] apresentam uma revisão de testes realizados para ângulos maiores, em movimentos em giro nos quais considera-se o parâmetro adimensional $\dot{\alpha}c/2U_\infty$ constante no movimento. Medições com sensores de pressão têm sido feitos para ângulos ataque até 60° . Experiências com visualização (Ref.9 apud [119]) para NACA 0012 foram feitas observando o fenômeno de separação dinâmica no bordo de ataque para $Re < 3 \times 10^4$ e $\dot{\alpha}c/2U_\infty > 0.26$. Outros autores (ref.10 apud [119]) obtêm dados de estol dinâmico do bordo de ataque para $Re > 3 \times 10^4$ e $\dot{\alpha}c/2U_\infty > 0.06$. Walker et al. [120] obtêm visualização de fluxo para Re da ordem de 4.5×10^4 e razão $\dot{\alpha}c/2U_\infty > 0.30$. Strickland and Graham [119] mostram que o parâmetro $(\dot{\alpha}c/2U_\infty)^{1/2}$ correlaciona muito bem os resultados experimentais, graficando a diferença entre o ângulo de estol dinâmico e o ângulo de estol estático $(\alpha_{ed} - \alpha_{ee})$ versus $(\dot{\alpha}c/2U_\infty)^{1/2}$.

Por meio de visualização Ohmi et al. [123] estudam as características dos vórtices produzidos em aerofólios 2-D com movimentos de grande incidência, excedendo consideravelmente o estol estático. Considera-se um aerofólio em movimento de elevação (*heaving*) e oscilação harmônica de giro (*pitch*). A incidência varia entre 0° e 45° para Re entre 1500 e 1×10^4 . Os testes são realizados para $k=0.1$, 0.5 e 1.0. Os resultados mostram que a frequência reduzida, k , é o fator predominante quando o aerofólio oscila em grandes ângulos de incidência. Quando a frequência é aumentada, a esteira de vórtices torna-se dependente do produto da frequência reduzida e da amplitude de oscilação [123]. Observa-se no mesmo trabalho que os efeitos combinados de alta frequência reduzida e grandes amplitudes podem dar um aumento da superposição de vórtices do bordo de ataque, a partir do qual uma expansão gradual de vórtice é desenvolvida na superfície superior do aerofólio. Indica-se, além disto, que os efeitos de Re são menos significativos que os outros parâmetros estudados.

B.7 Estol Dinâmico em TEEV

As TEEV com pás retas ou curvas, formam um sistema que opera com ângulo de passo fixo num campo de escoamento não-estacionário complexo. Durante uma rotação, a velocidade relativa do escoamento no aerofólio, que consiste numa soma vetorial das velocidades da pá e do vento, varia ciclicamente em magnitude e direção. Esta velocidade é modificada pela presença de velocidades induzidas, vórtices nos extremos das pás, e emissão de vórtices a partir da esteira da pá atravessando a semi-trajetória circular a montante. Estes efeitos não-estacionários junto com o efeitos de interação esteira-pá, têm um papel significativo nas forças aerodinâmicas das pás.

O aspecto não-estacionário mais representativo nas TEEV é o efeito de estol dinâmico, que ocorre para baixo λ durante a partida ou parada, ou em fortes rajadas. Tal fenômeno influi nas forças aerodinâmicas e nas curvas de potência, excedendo as predições em regime permanente. Também é fortemente afetado o projeto do sistema de amplificação de velocidades, tamanho do gerador e o projeto global do sistema. De acordo com a estrutura de vórtices, a esteira das pás e da coluna central geram vibrações aeroelásticas no rotor para diferentes condições de operação. Por isto a importância em prever o fenômeno de estol dinâmico na otimização das TEEV.

Até o presente, não existe um modelo matemático capaz de prever a sustentação e arraste na região de separação das pás de TEEV, e as características de estol dinâmico são aproximadas por métodos semi-empíricos provenientes de testes experimentais para movimentos oscilatórios senoidais.

Vários trabalhos experimentais têm sido publicados (ver ref. [5], [10], [25],[40-41], [124-127]) onde estuda-se as TEEV em túnel aerodinâmico e canais hidráulicos. Sensores de pressão e extensômetros facilitam a obtenção de forças aerodinâmicas nas pás, enquanto que anemômetros de fio quente e laser doppler têm sido utilizados para estudar o campo velocidades. Efeitos de esteira e fenômenos importantes de estol dinâmico são qualitativamente detectados a partir de visualização do fluxo.

Nas páginas seguintes, centraremos a atenção aos resultados mais significativos, obtidos experimentalmente no que diz respeito a compreensão do fenômeno de estol dinâmico nas TEEV.

B.7.1 Aspectos Não-Estacionários em TEEV

Sabemos que o fenômeno de estol dinâmico manifesta-se acentuadamente nos movimentos oscilatórios quando α supera α_{ec} . No movimento rotacional de pás retas, em TEEV, o ângulo de ataque instantâneo pode ser dado por [31]:

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{(U_{\infty} + u) \sin \psi + w \cos \psi}{(U_{\infty} + u) \cos \psi - w \sin \psi + \Omega R} \right) \quad (B.1)$$

onde ψ é o ângulo azimutal, U_{∞} é a velocidade de corrente livre, ΩR a velocidade rotacional (com Ω a velocidade angular e R o raio da turbina), e u, w as velocidades locais induzidas. Considerando as velocidades induzidas muito pequenas, e introduzindo a relação de velocidades $\lambda = \Omega R / U_{\infty}$, se obtém a expressão:

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{\sin \psi}{\lambda + \cos \psi} \right) \quad (B.2)$$

Como mostra-se na Fig. B.11, α apresenta valores elevados aproximadamente para $\lambda < 4$, o que ratifica-se em testes experimentais.

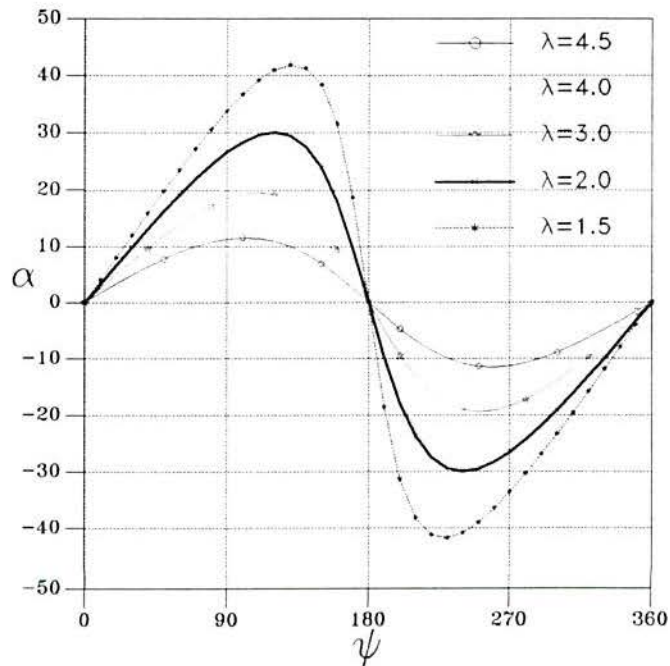


Figura B.11 Variação do ângulo de ataque em TEEV

Observa-se além disto, que o aerofólio, numa revolução, experimenta câmbios no ângulo de ataque similar a um aerofólio em movimento oscilatório. Este ângulo oscila aproximadamente em torno de um ângulo médio nulo. Como se observa, a amplitude de oscilação é dependente de λ , a qual por sua vez também é um indicativo da frequência de oscilação. Disto se tem que o surgimento de fenômeno de estol dinâmico está associado a λ , e que os regimes de estol intenso manifestam-se para valores baixos de λ .

Na situação real, o ângulo de ataque não mantém a simetria nas semi-trajetórias, alcançando um valor diferente de α_{\max} . Isto se deve, principalmente, a que o campo de velocidades é diferente nestas trajetórias, onde as velocidades induzidas afetam a velocidade relativa local, a qual é determinante para obter α (ver por exemplo Fig. B.18)

O parâmetro de frequência reduzida, k , indicador de efeitos não-estacionários em aerofólios com movimentos oscilatórios, não apresenta a mesma representatividade em TEEV. Para alto λ , a velocidade relativa, W , é da ordem de grandeza da velocidade rotacional. Ashley [124] mostra que em tal situação a relação aproximada de k é dada por:

$$k = \frac{\Omega c}{2W} = \frac{\Omega c}{2\Omega R} = \frac{c}{2R} \quad (\text{B.3})$$

A expressão pode ser relacionada com a *solidez*: $\sigma = Nc/2R$, onde N é o número de pás e R o raio da turbina sendo uma medida da frequência de oscilação para alto λ . Indica-se [124] que para valores de $\sigma = 0.04$ os efeitos não-estacionários são fracos, a menos que o ângulo de ataque aproxima-se do estol estático.

Considerando a definição de $k = \Omega c / 2U_\infty$, $\lambda = \Omega R / U_\infty$ e $\sigma = Nc / 2R$, encontramos também uma relação da frequência reduzida com estes dois parâmetros na forma: $k = \lambda \sigma / N$. Turbinas Darrieus de escala natural, tem c/R entre 0.05 e 0.10. Considerando em regime de estol dinâmico ($\lambda = 2.5$) e $c/R = 0.05$ achamos para duas pás, nestas condições, $k = 0.063$.

Nos estudos de modelos semi-empíricos depara-se que também os efeitos não-estacionários podem ser representados pela variação temporal do ângulo de ataque na forma:

$$k^* = \frac{\alpha}{W} \quad (\text{B.4})$$

tal representação é uma forma apropriada para definir efeitos não-estacionários em TEEV uma vez que é função da taxa de variação temporal de α e da velocidade relativa local. Como W varia na trajetória circular do aerofólio, k também varia para um determinado λ .

B.7.2 Representação das forças aerodinâmicas em TEEV

As forças normal e tangencial (F_N , F_T) são geralmente obtidas em testes experimentais por integração da distribuição de pressão superficial do aerofólio ou diretamente extensômetros. Os coeficientes normal, C_N , e tangencial, C_T , são utilizados para uma representação adimensional na forma:

$$C_N = \frac{F_N}{\frac{1}{2} \rho c W^2} \quad C_T = \frac{F_T}{\frac{1}{2} \rho c W^2} \quad (\text{B.5})$$

onde ρ é a massa específica do fluido, c a corda do aerofólio e W a velocidade relativa local. Outra forma adimensional utilizada para representação das forças nas pás e dada de maneira similar à anterior, porém, utilizando a velocidade de corrente livre, U_∞ , em vez da velocidade relativa local:

$$F_N^* = \frac{F_N}{\frac{1}{2} \rho c U_\infty^2} \quad F_T^* = \frac{F_T}{\frac{1}{2} \rho c U_\infty^2} \quad (\text{B.6})$$

B.7.3 Trabalho de Strickland et al.

Strickland et al. [10] e Nguyen [31] apresentam a determinação das forças instantâneas em TEEV de pás retas num canal hidráulico (altura de 1.25m, 10m de comprimento e largura de 5m). A escolha da água como fluido de trabalho facilita a visualização da estrutura do escoamento, além disso, permite fazer medições de frequências relativamente baixas já que o fluido é apropriado para baixo número de Reynolds. Com isto, medições de força e pressão são mais fáceis de realizar. Emprega-se um aerofólio *NACA 0012* com $c=9.14\text{cm}$. A turbina tem diâmetro $D=1.22\text{m}$ operando com $Re=4 \times 10^4$ e se obtiveram resultados para três relações de velocidade: $\lambda=2.5$, 5.0 e 7.5 . Se utilizam uma duas e três pás, com solidez respectiva de $Nc/R=0.15$, 0.30 e 0.40 . As forças foram medidas com extensômetros e a estrutura do campo de escoamento é analisada por visualização. A esteira de vórtices é observada ao injetar corante através de orifícios no bordo de fuga do aerofólio. Na Fig.B.12 mostra-se os resultados obtidos de F_T e F_N comparados com o modelo de vórtices VDART (2-D). Observa-se, especialmente para $\lambda=2.5$ que F_T apresenta uma trajetória com fortes oscilações e a dificuldade do modelo utilizado na predição de F_T em todos os casos de λ , especialmente na segunda semi-trajetória da pá.

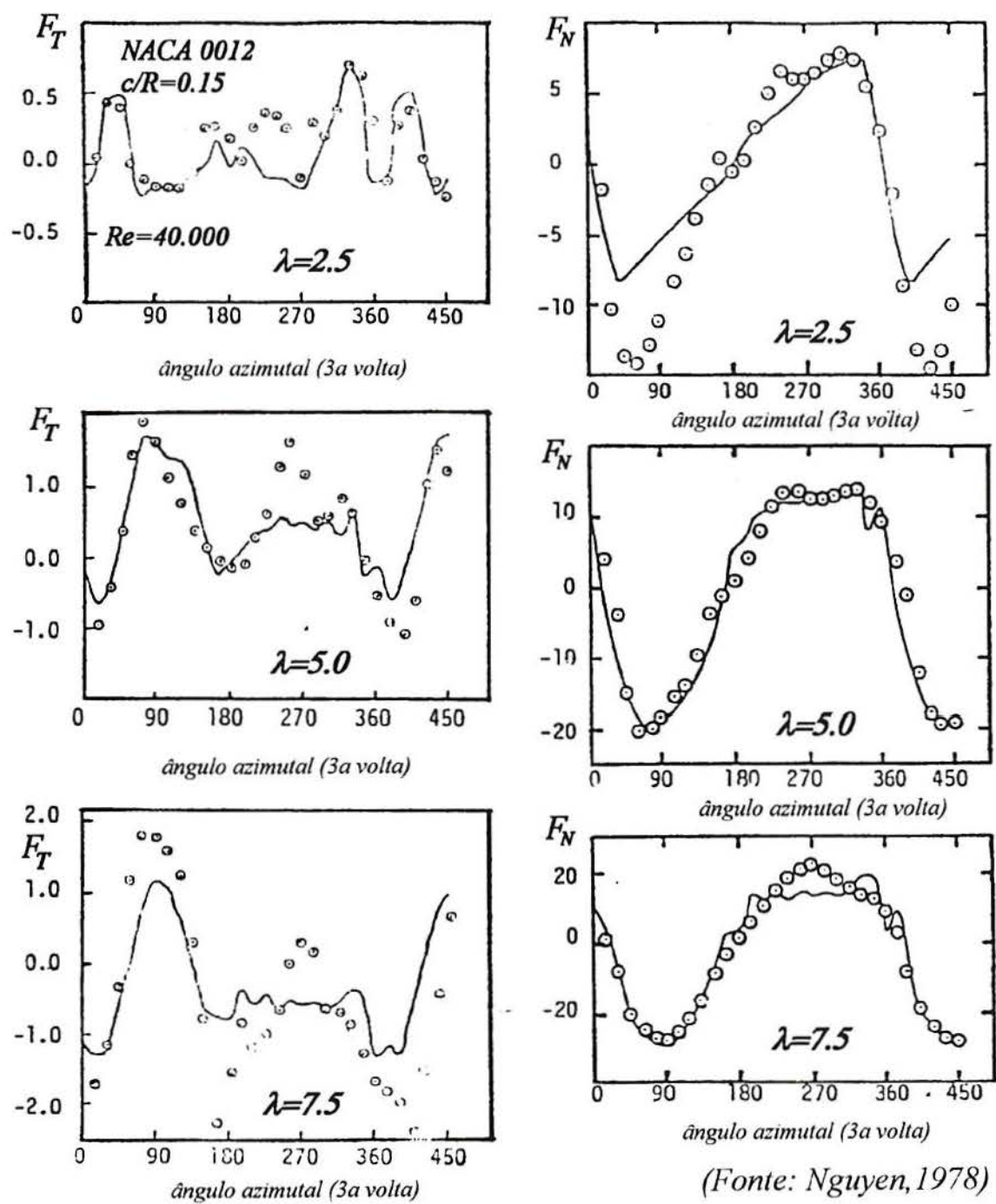


Figura B.12 Forças normal e tangencial adimensionais

B.7.4 Trabalho de Oler et al.

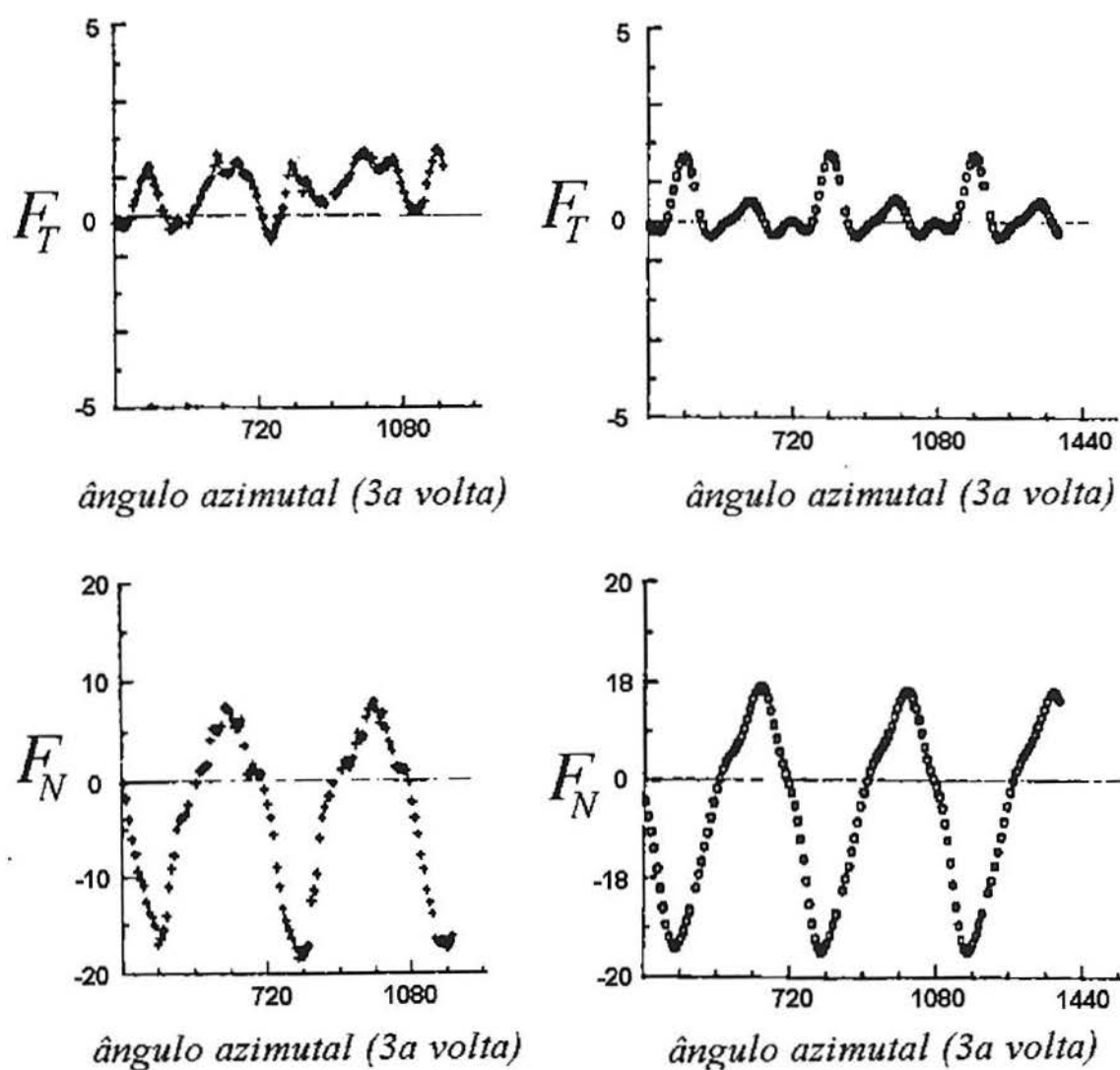
No trabalho de Oler et Al. [40] são obtidas experimentalmente em canal hidráulico as forças aerodinâmicas da TEEV. Dois procedimentos foram realizados: o primeiro, por meio de sensores de pressão na superfície do aerofólio, se obtém a distribuição de pressão que integrada fornece as forças instantâneas (F_T e F_N). No segundo caso, semelhante ao método realizado por Strickland et al. [10], emprega-se extensômetros para medir diretamente as forças aerodinâmicas transientes. Na experiência é utilizado um rotor de $D=1.22m$ com uma única pá e aerofólio *NACA 0015* com $c=15.24cm$, dando uma relação $c/R=0.25$ e condições de escoamento $Re=67.000$ e relação de velocidades: $\lambda=2.5, 5.1$ e 7.6 .

As comparações (ver Fig.B.13) são boas utilizando sensores de pressão e extensômetros entre 0° e 180° . As integrações de pressão produzem maiores valores de F_T que as medições com extensômetros na região entre 180° e 360° para $\lambda=2.5$. Nestas condições é detectado que manifesta-se o estol dinâmico sobre a superfície interna no percurso azimutal $100^\circ < \psi < 140^\circ$, correspondendo a ângulo de ataque $20^\circ < \alpha < 23^\circ$. Sobre a superfície externa, se detecta o fenômeno de estol dinâmico para posição azimutal $265^\circ < \psi < 290^\circ$ correspondendo a ângulo de ataque $18^\circ < \alpha < 23^\circ$.

A integração da pressão utilizando somente cinco sensores de pressão fornece pouca exatidão das forças tangenciais e forças normais de pobre qualidade, recomendando os próprios autores, um aumento do número de sensores para melhorar tal deficiência.

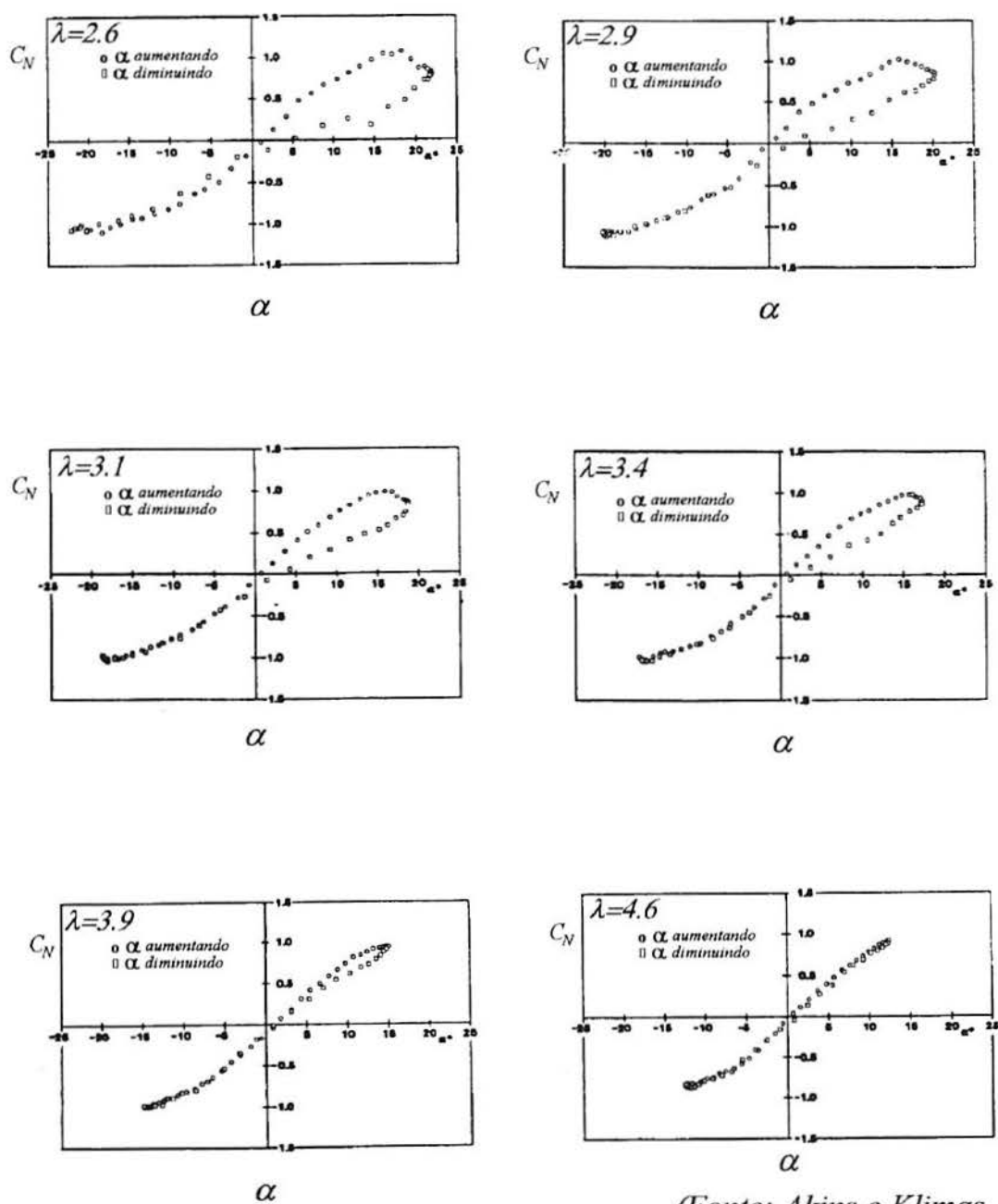
B.7.5 Trabalho de Akins e Klimas

A distribuição de pressão numa pá foi obtida por Akins e Klimas [125] para uma turbina Sandia 17-M (*NACA 0018*, $D=17m$, $c=0.6m$, $c/R=0.07$) utilizando 17 transdutores de pressão em cada lado da superfície do aerofólio. Foi utilizado equipamento apropriado para medir acelerações radial, tangencial e vertical e um sistema para determinar a velocidade do vento incidente na pá e o ângulo de ataque. Mostra-se que efeitos de estol dinâmico manifestam-se fortemente na semi-trajetória a montante do rotor. Devido a problemas na determinação do ângulo de ataque é utilizado o ângulo de ataque aproximado, definido pela Eq.B.2 onde λ é calculado utilizando uma velocidade medida sobre o rotor e correção para o centro da turbina. Na Fig.B.14 mostra-se C_N para diferentes λ onde aprecia-se o *loop* de histerese que aumenta quando λ diminui, porém este efeito não manifesta-se para um valor negativo de C_N .



Fonte: Oler et al., 1983

Figura B.13 Forças normal e tangencial de TEEV em canal hidráulico



(Fonte: Akins e Klimas, 1983)

Figura B.14 Coeficiente normal em regime de estol dinâmico

B.7.6 Trabalho de Vittecoq e Laneville

Vittecoq e Laneville [126] utilizam uma TEEV de pás retas com *NACA 0018* determinado F_N e F_T em túnel de vento (1.82mx1.82m) através extensômetros, validando as forças obtidas com as apresentadas nos resultados experimentais de Strickland et al. [10]. Foi utilizado um modelo de duas pás com $R=0.3m$, $H=0.6m$, $c/R=0.2$ e perfil *NACA 0018*. Medições indicam que estol dinâmico apresenta-se para valores de λ menores que 3.5.

A comparação dos resultados com os de Strickland et al. [10] (que utilizam aerofólio *NACA 0012*) para $\lambda=2.5$ mostram (Fig.B.15) que F_T diverge consideravelmente nas duas experiências, especialmente entre $80^\circ < \psi < 120^\circ$ e $210^\circ < \psi < 390^\circ$. As diferenças de F_T , são explicadas pelos autores pelo uso de filtro para eliminar ruídos, gerando uma atenuação do sinal e uma mudança de fase. Ressalta-se que nas duas experiências foram utilizados fluidos diferentes: ar em Vittecoq e Laneville [126] e água em Strickland et al [10], o qual pode variar os efeitos da difusão da vorticidade e a interação viscosa no campo de escoamento e entre as pás.

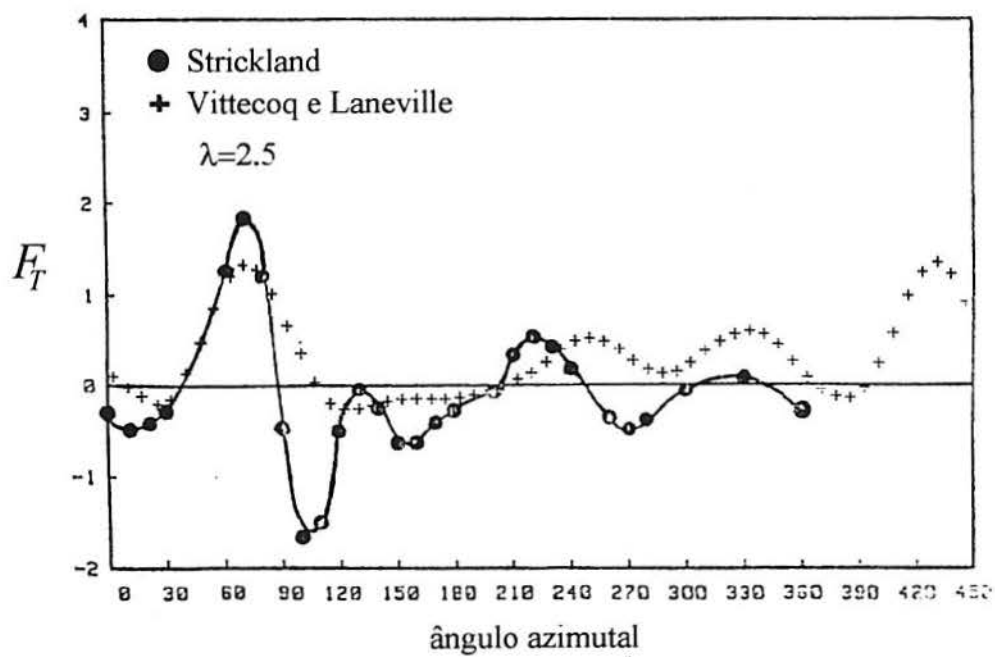
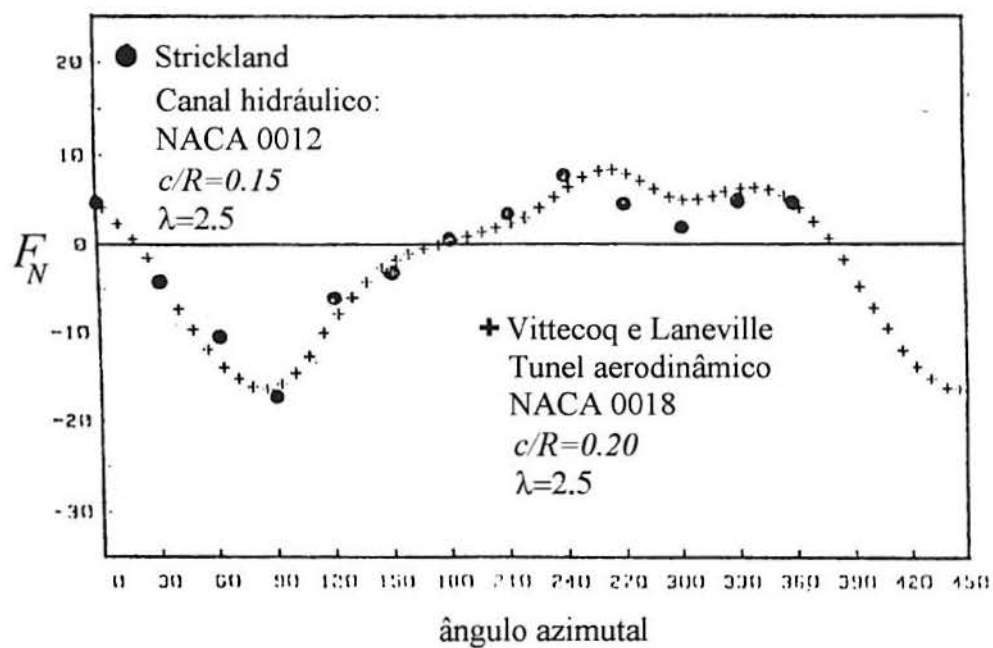
Efeitos de estol mostram-se quando F_N alcança seus máximos: em $\psi=90^\circ$ para $\alpha=-21.8^\circ$ e em $\psi=245^\circ$ com $\alpha=23.5^\circ$. Para explicar as diferenças dos resultados experimentais de F_N , indica-se que no caso dos testes em canal hidráulico realizados por Strickland et al. [10] a força F_N foi filtrada.

B.7.7 Trabalho de Fraunié e Brochier et al.

Fraunié [41] e Brochier et al. [127] determinam as características de escoamento dentro do rotor e na esteira para uma TEEV de pás retas. Estuda-se o fenômeno de vórtices periódicos formados focalizando o estudo na faixa de λ em que ocorre estol dinâmico. Observação do fenômeno é feita utilizando injeção de corante e bolhas de hidrogênio registrado em imagens de vídeo e fotografias. Medições de velocidade foram feitas utilizando velocímetro laser doppler.

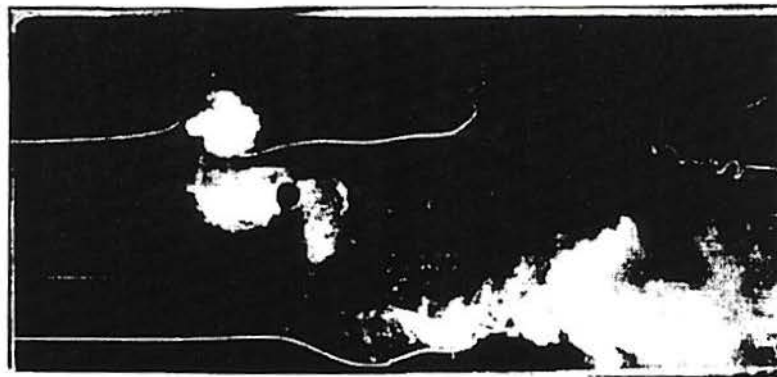
Os testes são realizados em canal hidráulico de seção de 20x20cm e altura $h=1.5m$. O rotor é movido por motor com rotação variável. A relação de velocidades (λ) estudadas esta na faixa entre 1 e 8. Foi utilizado um modelo de $D=12cm$ de pás retas com 20cm de comprimento, adotando-se um perfil *NACA 0018*, $c=2cm$ e $c/R=0.33$. A velocidade de corrente no canal e de $U=15cm/s$ dando um $Re=10^4$. O uso de água como fluido de trabalho facilita o estudo da estrutura do fluxo operando num apropriado Re da pá. Na Fig.B.16 mostra-se a estrutura da esteira para diferentes valores de λ .

Os resultados para $\lambda=2.5$ mostram (Fig.B.17) que o fenômeno de estol dinâmico manifesta-se pela emissão de dois vórtices girando em sentidos opostos na parte direita do círculo de rotação (no ponto onde a velocidade da pá e a velocidade do fluido encontram-se na mesma direção). O primeiro vórtice é emitido a partir do bordo de fuga e gira na mesma direção que o rotor; enquanto que o segundo vórtice surge no bordo de fuga e gira no sentido contrário. Este sistema de vórtices é arrastado pela corrente para fora do círculo do rotor. No caso de $\lambda=2.14$, este duplo vórtice cruza a pá no caminho meio contribuindo para aumentar a sustentação.



(Fonte: Vittecoq e Laneville, 1983)

Figura B.15 Comparação experimental das forças aerodinâmicas

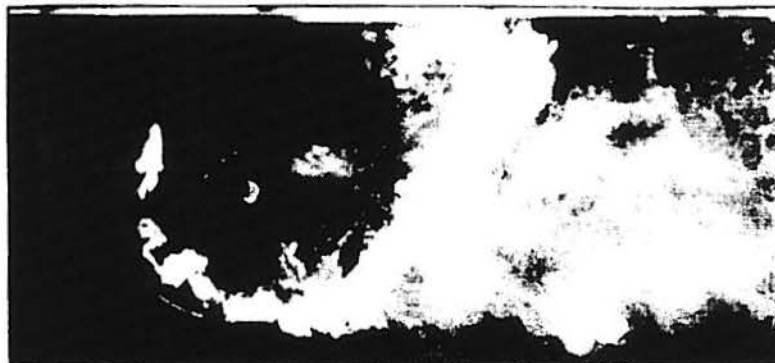


$\lambda=1.3$



túnel hidrodinâmico:
NACA 0012
 $c/R=0.30$

$\lambda=2.14$



$\lambda=3.3$

(Fonte: Fraunié, 1987)

Figura B. 16 Vizualização do fluxo em regime de estol dinâmico

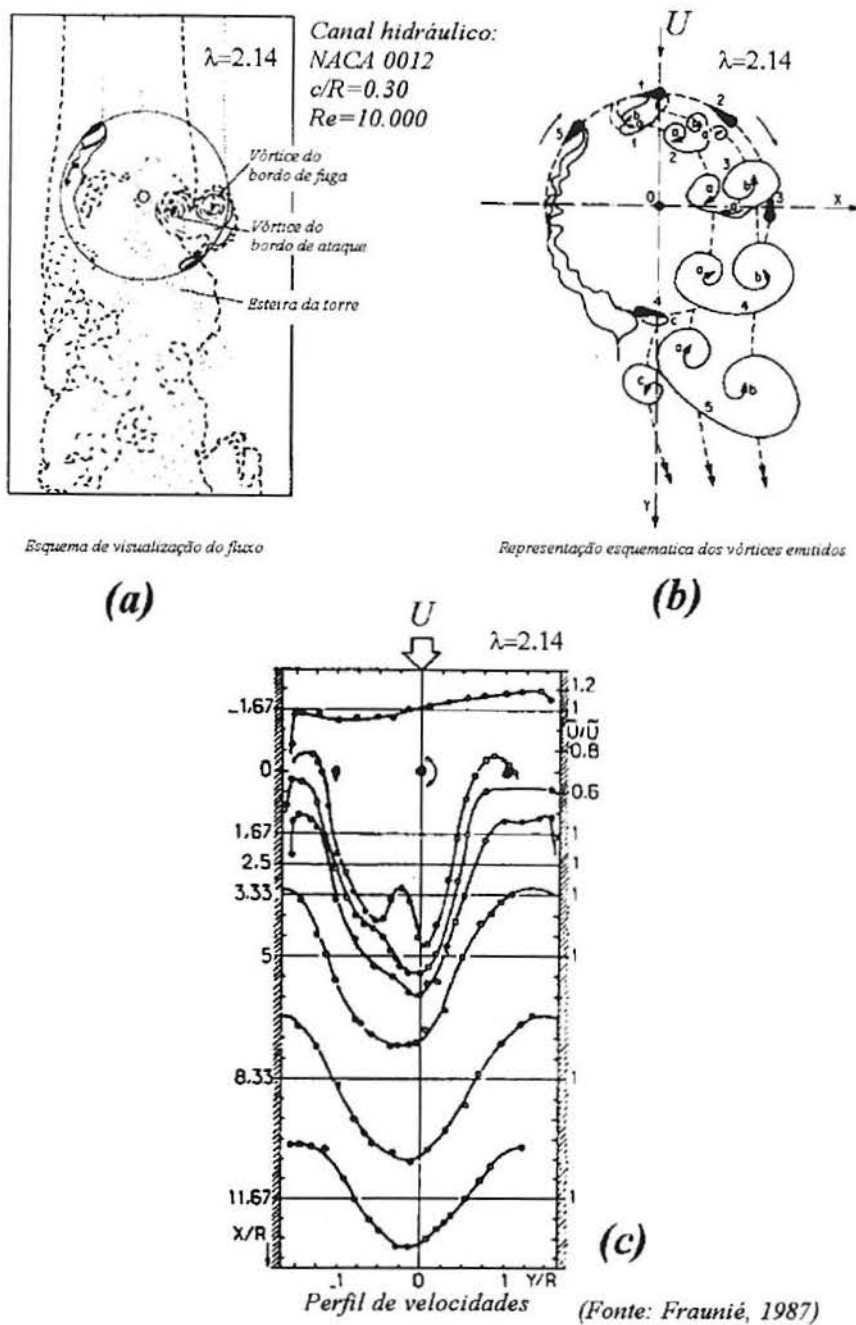


Figura B.17 Representação do campo de escoamento de uma TEEV

Diferentes posições dos pares de vórtices durante a rotação são mostrados na Fig.B.17b, desde a emissão até sua difusão na esteira. O par de vórtices é seguido por outro emitido na região a jusante da trajetória da pá. Mostra-se que nestas condições existe uma assimetria entre o lado esquerdo e direito do círculo de rotação existindo uma *zona de baixa turbulência*. Liu et al.[92] utilizam um modelo semi-empírico unicamente nesta zona na trajetória azimutal entre 135° e 15° . Considera-se que na outra região existe alta turbulência a qual estabiliza a camada limite impedindo a formação do vórtice de borda de ataque portanto os efeitos do fenômeno de estol dinâmico. Outro efeito significativo que surge examinado a distribuição da velocidade (Fig.B.17c) é a inversão da esteira em $x/R=5$.

Os testes feitos por Brochier et al.[127] são bidimensionais com baixo nível de turbulência, indicando-se que nestas condições os efeitos de estol dinâmico são mais significativos, em câmbio os testes de Akins e Klimas [125] são tridimensionais para altos níveis de turbulência. No trabalho de Parashivoiu [25], mostra-se melhorias na predição da performance aerodinâmica em TEEV, aplicando o modelo semi-empírico de Gormont [79] de acordo com as assimetrias detectadas por visualização no trabalho de Brochier et al. [127].

B.7.8 Trabalho de Harris et al.

No trabalho de Harris et al.[5] se faz um resumo de diversas pesquisas experimentais utilizando protótipos em escala natural de 6 e 25 metros de diâmetro e modelos em túnel de vento. Ressalta-se a necessidade de utilizar graficamente as próprias forças aerodinâmicas e não os coeficientes adimensionais, já que se considera que estes podem levar a uma amplificação de erros, especialmente na trajetória de volta da pá onde a velocidade local é baixa para λ pequenos. Detalhes destas pesquisas são mostradas em Harris (ref.[58],[128]) para uma turbina de $D=25m$, $H=18m$, $c=1.25m$ e solidez $\sigma=0.10$. Foram utilizados 17 sensores de pressão em toda a superfície do aerofólio. Na Fig.B.18 e Fig.B.19 mostra-se os resultados do ângulo de ataque e velocidade relativa adimensional obtidos com modelamento de tubos de corrente dos autores [25]. O comportamento F_N e F_T adimensionais no regime de estol dinâmico é mostrado nas Fig. B.20 a Fig.B.23 para diferentes λ . Observa-se claramente o comportamento diferenciado que apresenta a turbina para baixo λ , especialmente na segunda semi-trajetória. Também observa-se que existe um desfase do valor de F_{Nmax} e F_{Tmax} na primeira semi-trajetória, avançando desde aproximadamente $\psi=60^\circ$ para o menor λ ate aproximadamente $\psi=100^\circ$ para o maior valor de λ .

O comportamento suave que apresenta a curva de α em função do ângulo azimutal, nos diferentes regimes de escoamento (Fig. B.18), facilita o uso dos modelos semi-empíricos na predição do fenômeno de estol dinâmico, uma vez que estes requerem as derivadas temporais do ângulo de ataque. Como exemplo apresenta-se na Fig.B.18 o ângulo de ataque para $\lambda=2.64$ do trabalho de Harris [128], o qual pode ser facilmente aproximada por uma função contínua.

Outros estudos vem sendo realizados para estudar a fenomenologia não-estacionária em pás de TEEV. Angell et al. [129] fazem um análise experimental de aerofólios em movimento oscilatório simulando as condições de pás em TEEV para diferentes λ . Na Fig.B.24 mostra-se estes resultados, especificamente para um aerofólio *NACA 0018*, $Re=1.5 \times 10^6$ e $k=0.020$, em regime de estol dinâmico.

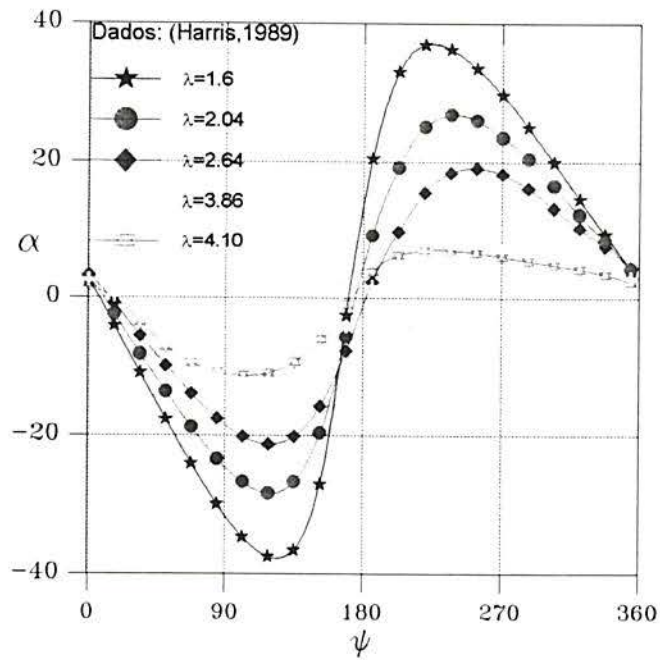


Figura B.18 Ângulo de ataque em TEEV

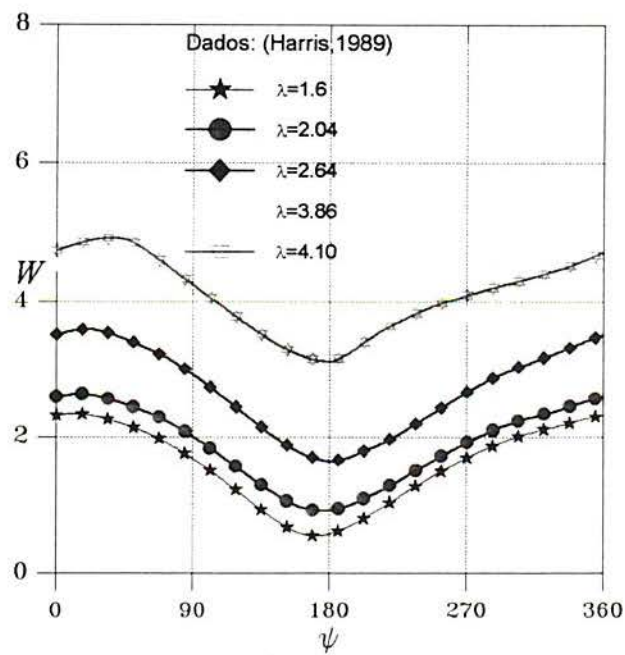


Figura B.19 Velocidade adimensional em TEEV

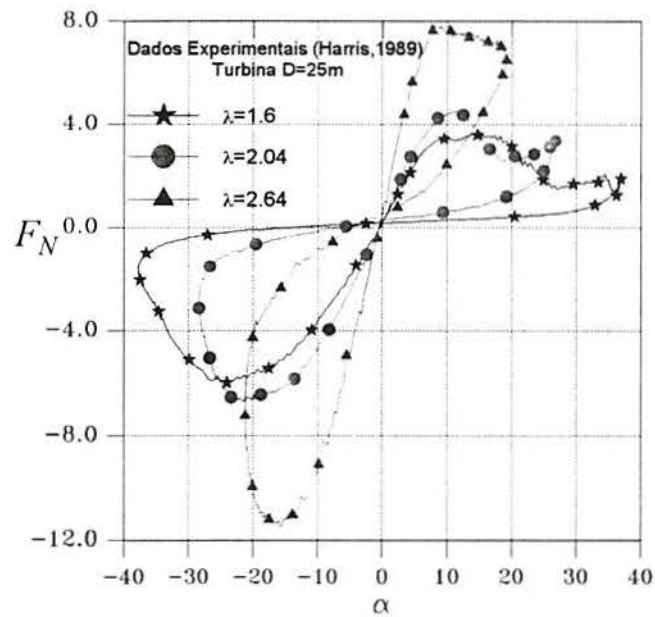


Figura B.20 Força normal adimensional em condições de estol dinâmico

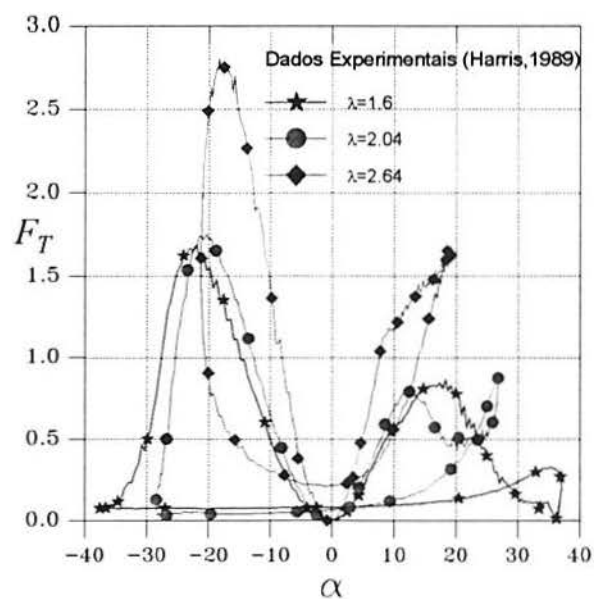


Figura B.21 Força tangencial em condições de estol dinâmico

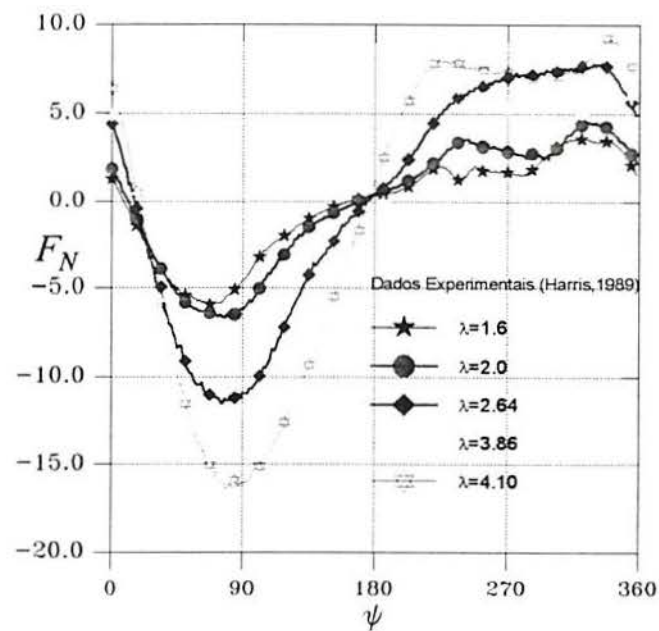


Figura B.22 Força normal adimensional em função do ângulo azimutal

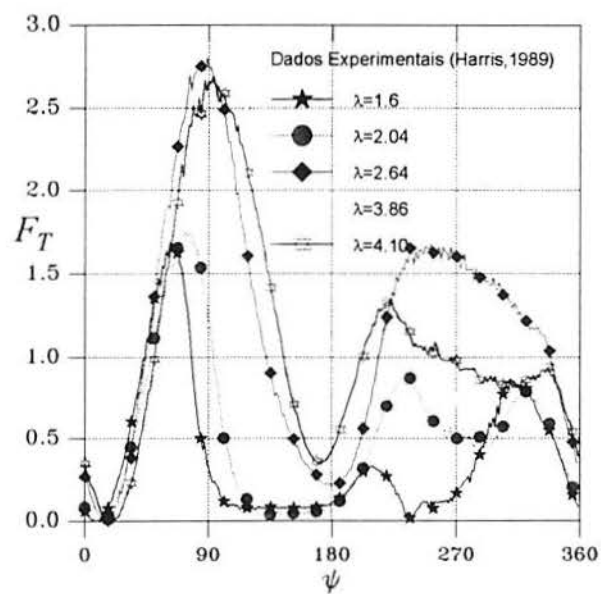


Figura B.23 Força tangencial adimensional em função do ângulo azimutal

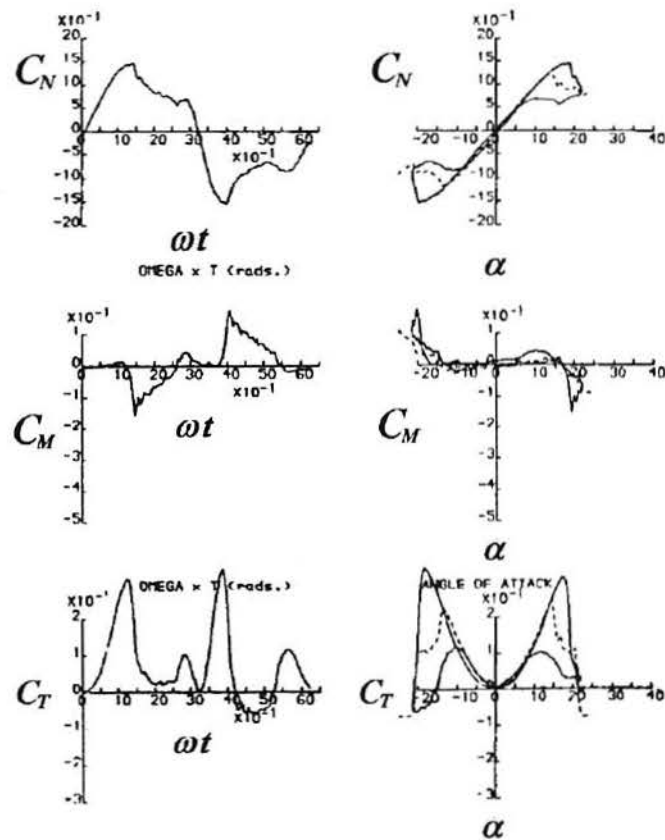
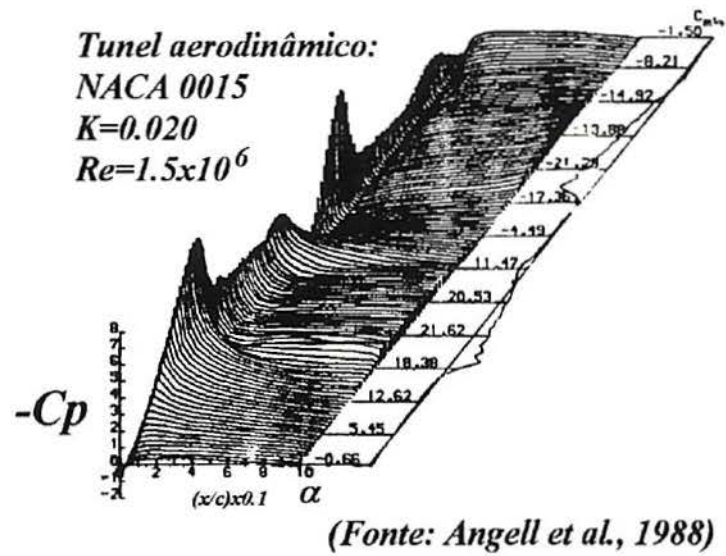


Figura B.24 Características de estol dinâmico simulando uma TEEV

B.7.9 Análise da Distribuição de Pressão em TEEV

O fenômeno de estol dinâmico pode ser apreciado em detalhe estudando a distribuição de pressão na superfície do aerofólio. Apesar dos poucos sensores de pressão utilizados, Oler et al. [40], apresentam dados úteis para estudar o fenômeno, cujos resultados são expostos a seguir. Os dados mostram o coeficiente de pressão obtida pela definição:

$$C_p = \frac{P - P_o}{\frac{1}{2} \rho U_b^2} \quad (\text{B.7})$$

onde $U_b = U_T + U_\infty$, com U_T a velocidade tangencial da pá e U_∞ a velocidade de corrente livre. P_o é a pressão estática sob a superfície do tanque correspondente à altura das tomadas de pressão da pá, que medem a pressão P .

a) Superfície interna do aerofólio

Para $\lambda=2.5$ e uma pá, o fenômeno de separação é detectado para $\psi=110^\circ$ (Fig.B.25) existindo um achatamento da curva de C_p , no lado interior da superfície do aerofólio. Para $\psi=117^\circ$ ($\alpha=23^\circ$) o aerofólio apresenta-se (no lado interior) em condições totalmente em estol. Na vizinhança deste ângulo azimutal, supõe-se que o vórtice é emitido desde o bordo de ataque e inicia seu movimento ao longo da superfície do aerofólio. Para $\psi=124^\circ$ este vórtice parece passar na proximidade de $x/c=0.36$ e afeta significativamente a pressão na superfície do aerofólio nesta posição. O aerofólio permanece em condições de estol até um ângulo azimutal de $\psi=150^\circ$. Neste ponto o escoamento se re-estrutura, como mostrado para $\psi=153^\circ$.

b) Superfície externa do aerofólio

O início da separação é dado para $\psi=265^\circ$ mostrado na Fig. B.26. Para $\psi=272^\circ$, o ângulo de ataque é $\alpha=-23^\circ$, a pá encontra-se totalmente em estol sobre a superfície exterior. Como no caso da superfície interior em estol descrita anteriormente, um vórtice é emitido no bordo de ataque e inicia o movimento ao longo da superfície. O efeito deste vórtice na tomada de pressão $x/c=0.36$ pode ser vista para $\psi=279^\circ$. O fluxo parece próximo do condicionamento para $\psi=300^\circ$, contudo, o valor de C_p na posição $x/c=0.81$ indica uma forte perturbação da pressão devido provavelmente ao vórtice emitido.

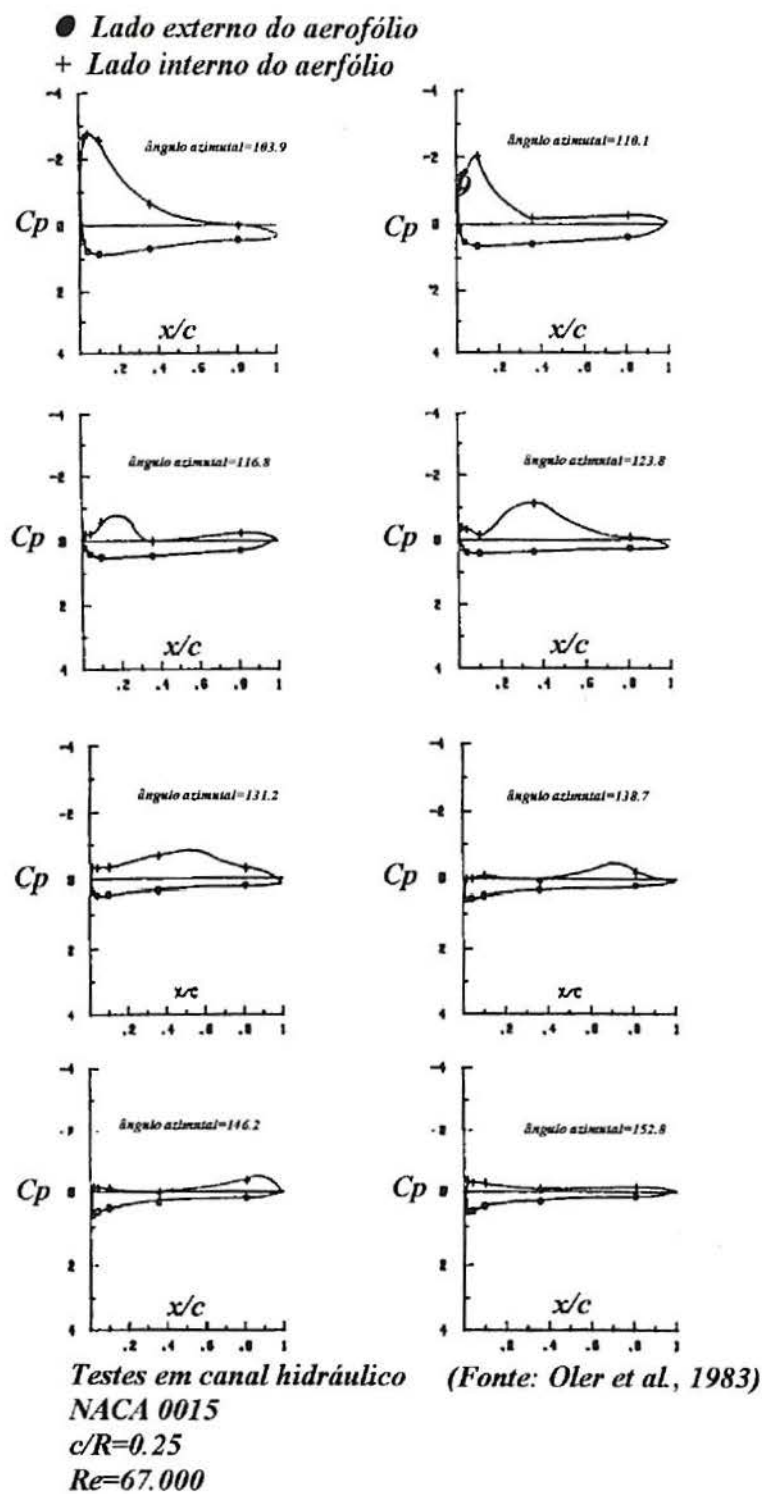
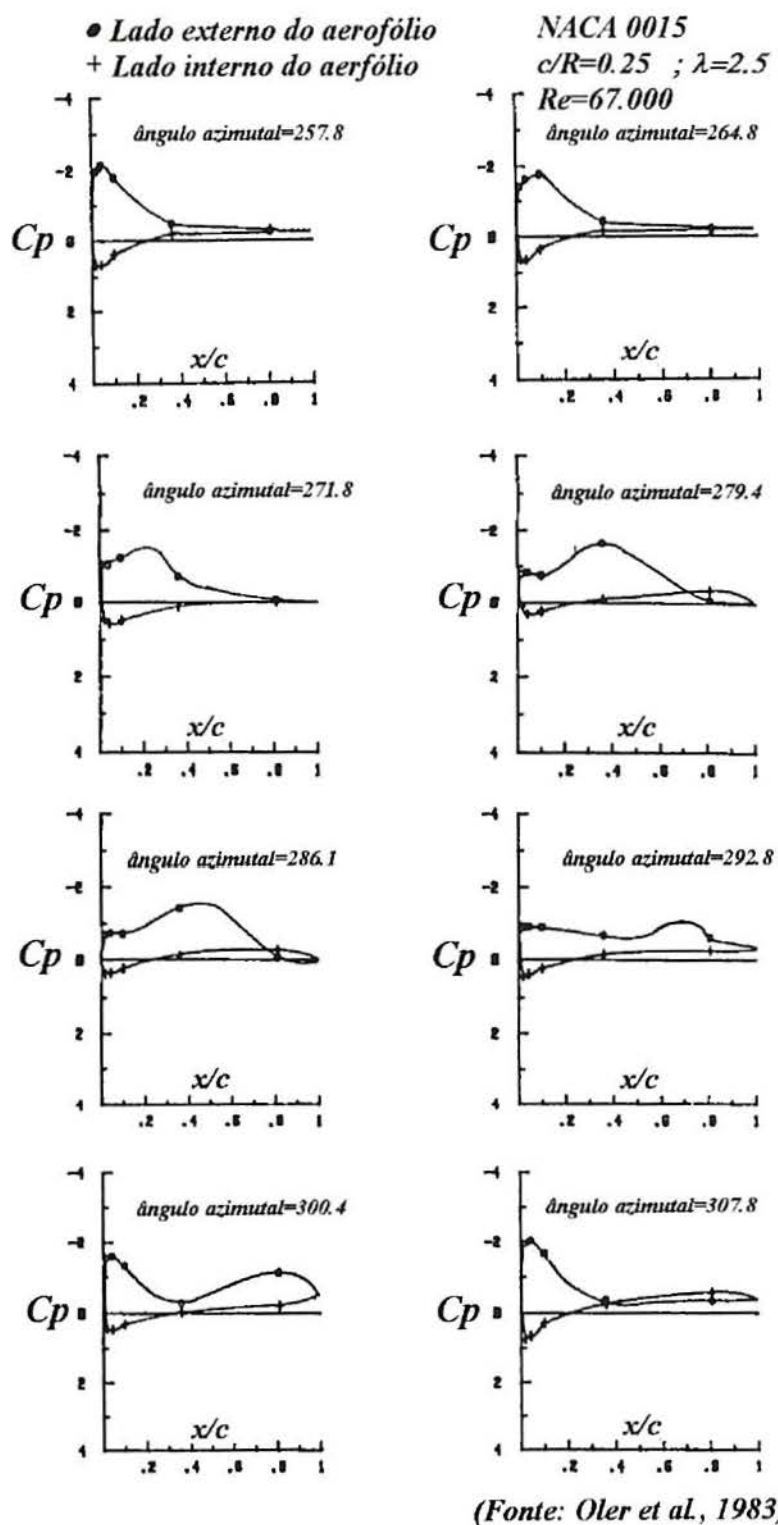


Figura B.25 Estol dinâmico na primeira trajetória para $\lambda=2.5$

Figura B.26 Estol dinâmico na segunda trajetória para $\lambda=2.5$

B.7.9 Considerações gerais de estol dinâmico em TEEV

Ainda não existe uma quantidade de trabalhos experimentais que permita um conhecimento apurado do fenômeno de estol dinâmico em pás de TEEV, portanto, os resultados aqui apresentados são tomados como de natureza exploratória.

O fenômeno apresenta-se nas duas semi-trajetórias do percurso da pá, manifestando-se mais acentuadamente na região a montante onde as forças aerodinâmicas são de maior magnitude. A força tangencial apresenta dificuldades de medição pela sua ordem de grandeza bem inferior à força normal. Os resultados mostram que a força tangencial é também a que apresenta maiores divergências quando comparadas com outras experiências ou com análises teóricas.

A principal diferença encontrada neste tipo de movimento, em comparação com outros movimentos oscilatórios, é que o fenômeno manifesta-se dependente de λ . Oler et al. [40] fazem uma análise importante, detectando a formação de vórtice na região onde manifesta-se o fenômeno de estol dinâmico. Brochier et al. [127] detectam, para $\lambda=2.14$, a formação de um vórtice duplo, cada um girando em sentido contrário. Harris et al. [58,128] providenciam com suas experiências resultados apropriados para validar modelos que estudam o comportamento do fenômeno de estol dinâmico. Contudo, requerem-se novos testes para ampliar a faixa de resultados e conferir os já existentes.

Pela complexidade do campo de escoamento em TEEV, nota-se, através dos diversos trabalhos estudados, que o fenômeno de estol dinâmico nos aerofólios destas turbinas manifesta-se de maneira própria, sem contar até o presente uma caracterização definitiva. Somente a continuidade de pesquisas experimentais permitirá fornecer informações para compreender plenamente o comportamento do fenômeno, possibilitando posteriormente a reformulação dos modelos semi-empíricos para adaptá-los a tais condições.

Apêndice-C

INFORMAÇÃO ADICIONAL DO MODELO PROPOSTO

Apêndice-C

INFORMAÇÃO ADICIONAL DO MODELO PROPOSTO

C.1 Solução para Pequena Amplitude de Oscilação.

O sistema de equações diferenciais lineares com coeficientes variáveis, definido pela Eq. 4.1 (Cap.4), é dado por:

$$\sum_{k=1}^3 A_{r\phi_K} \phi_K + A_{r\dot{\phi}_K} \dot{\phi}_K + \dots = \sum_{k=1}^3 A_{r\phi_K} C_K(\alpha, \mu) - A_{r\dot{\theta}} \dot{\theta} - A_{r\alpha} \dot{\alpha} - \dots \quad (C.1)$$

Impondo-se um movimento ao aerofólio, as funções θ , α e μ são expressas em função do tempo adimensional τ . O lado direito das equações pode ser escrito somente como função de τ na forma:

$$\sum_{k=1}^3 A_{r\phi_K} \phi_K + A_{r\dot{\phi}_K} \dot{\phi}_K + \dots = S_r(\tau). \quad (C.2)$$

C.1.1 Coeficientes Independentes de α e μ

Em movimentos com pequena amplitude de oscilação os termos α e μ desviam-se muito pouco do seu valor médio e pode-se considerar que as variações dos coeficientes do lado esquerdo da Eq.C.2 em relação a α e μ são desprezíveis. Neste caso, as soluções das equações são formuladas por uma *integral da superposição das respostas impulsivas*:

$$\phi_r(\tau) = \int_{-\infty}^{\tau} G_{rK}(\tau - u) S_K(u) du \quad (C.3)$$

$G_{rK}(\tau)$ representa a *matriz de respostas impulsivas* determinada a partir do lado esquerdo da Eq.C.2.

A solução dada pela Eq.C.3 depende da evolução das funções enlaçadas no tempo ($u \leq \tau$), representando a dependência *histórica* no tempo.

C.1.2 Coeficientes Dependentes de α e μ

O efeito do *histórico* no tempo permanece quando os coeficientes são dependentes de $\alpha(\tau)$ e $\mu(\tau)$. Porém neste caso a solução é dada por:

$$\phi_r(\tau) = \int_{-\infty}^{\tau} G_{rj}(\tau) G_{jk}^{-1}(u) S_K(u) du \quad (C.4)$$

$G_{\eta}(\tau)$ é a *matriz de transição* do lado esquerdo das Eqs.C.2. O termo $G(\tau)$ representa uma matriz com superposição de *eigen-soluções* do conjunto de equações homogêneas da Eq.C.2, dada como:

$$G(\tau) = \sum_{K=1}^3 \Pi_K e^{P_K \tau} \quad (C.5)$$

onde Π_K são matrizes com termos constantes e P_K representa as raízes da equação característica:

$$\det(A_{i\phi_j} + P A_{i\phi_j} + P^2 A_{i\ddot{\phi}_j} + \dots) = 0 \quad (C.6)$$

Tran e Petot [93] colocam as seguintes observações para facilitar a identificação dos coeficientes envolvidos no lado esquerdo da Eq.C.2:

1. O termo P_K representa também os *pólos da matriz da função de transferência* do conjunto de equações diferenciais dadas pela Eq.C.2. A natureza das respostas transientes seguindo as variações do lado esquerdo da Eq.C.2 dependem da natureza destes pólos. A estabilidade do escoamento requer que sejam *real e negativo* ou *complexos conjugado com a parte real negativa*

2. As respostas harmônicas, isto é, o *módulo e fase* das forças aerodinâmicas resultantes da oscilação harmônica do aerofólio, também dependem da natureza dos pólos P_K . Um *pólo real e negativo* fornece uma evolução monótona das respostas em função da frequência do movimento. No entanto, dois *pólos complexos conjugados* levam a uma solução similar ao de um sistema de vibração estrutural, com rápido desenvolvimento do *módulo e fase* na vizinhança da *frequência de ressonância*.

Considerando-se as simplificações realizadas no Cap.4, as Eqs.4.9 são descritas por uma equação diferencial independente de *terceira ordem* da forma:

$$\begin{aligned} A_{r\phi_r} \phi_r + A_{r\dot{\phi}_r} \dot{\phi}_r + A_{r\ddot{\phi}_r} \ddot{\phi}_r + A_{r\phi} \phi = C_r(\alpha, \mu) - A_{r\dot{\theta}} \dot{\theta} - A_{r\dot{\alpha}} \dot{\alpha} - A_{r\dot{\mu}} \dot{\mu} \\ - A_{r\ddot{\theta}} \ddot{\theta} - A_{r\ddot{\alpha}} \ddot{\alpha} - A_{r\ddot{\mu}} \ddot{\mu} \end{aligned} \quad (C.7)$$

A solução para movimentos com pequena amplitude de oscilação é dada por:

$$\phi_r(\tau) = \int_{-\infty}^{\tau} G_r(\tau - u) S_r(u) du \quad (C.8)$$

C.2 Modelo para Sustentação

O modelo é aplicado inicialmente para oscilações harmônicas com baixo ângulo de incidência, isto é, no domínio linear. Nestas condições é verificado experimentalmente [93] que os coeficientes medidos em função da frequência são suaves e contínuos. Como resultado, as equações de ϕ_K podem ser representadas por uma equação de primeira ordem. Em termos de função de transferência, num plano complexo, isto significa que se trabalha com um único *pólo negativo*.

Pelo contrário, quando a incidência média é maior que a incidência em que ocorre separação da camada limite, a simulação pode ser feita unicamente com *dois pólos complexos*. Do anterior tem-se que, para trabalhar no regime de estol dinâmico, o modelo deve ter (num plano complexo) *um pólo negativo e dois pólos complexos*.

A dificuldade neste caso é permitir o uso de dois pólos complexos somente no regime de estol. O problema é resolvido introduzindo-se duas incógnitas auxiliares. Uma incógnita representa o comportamento da força aerodinâmica no regime linear, que é resolvida por meio de *uma equação diferencial de primeira ordem*, admitindo-se *um pólo real*. A outra incógnita representa o comportamento da força aerodinâmica no regime de estol, sendo resolvida por *uma equação diferencial de segunda ordem* admitindo-se *dois pólos complexos conjugados*.

A adição das duas incógnitas representa a solução do comportamento aerodinâmico da força em condições de estol dinâmico. As duas equações diferenciais poderiam ser reduzidas a uma única equação de terceira ordem, como proposto originalmente no modelo. No entanto, os autores do modelo [93] preferem a solução do sistema de duas equações diferenciais.

Considerando-se um aerofólio com $\mu = 1$ e $\theta = \alpha$

$$\dot{C}_{L_1} + \lambda C_{L_1} = \lambda C_{L_\alpha} \alpha + (\lambda s + \sigma) \dot{\alpha} + s \ddot{\alpha} \quad (\text{C.9a})$$

$$\ddot{C}_{L_2} + 2\xi\omega_n \dot{C}_{L_2} + \omega_n^2 (1 + \xi^2) C_{L_2} = -\omega_n^2 (1 + \xi^2) (\Delta C_L + E \frac{d\Delta C_L}{d\alpha} \dot{\alpha}) \quad (\text{C.9b})$$

$$C_L = C_{L_1} + C_{L_2} \quad (\text{C.9c})$$

onde:

λ é um parâmetro de atraso temporal (*time delay*)

s é uma quantidade relacionada à *massa aparente*

σ representa um parâmetro que relaciona a sustentação ao giro do aerofólio

E é um parâmetro que desloca a fase da oscilação de C_L no regime linear

ω_n é identificado como uma *frequência natural* associada ao estol

ξ é um *fator de amortecimento*

O lado esquerdo da Eq.C.9a representa o *pólo real e negativo* ($-\lambda$) e o lado esquerdo da Eq.C.9b representa os *dois pólos complexos conjugados* ($-\xi\omega_n \pm i\omega_n$).

C.3 Função de Transferência Aerodinâmica

No modelo é utilizado um procedimento experimental em túnel aerodinâmico para a identificação dos coeficientes envolvidos nas equações diferenciais. O sistema consiste num mecanismo com um cilindro hidráulico para movimentação do aerofólio (Fig.4.2). O sistema é governado por um sinal de *entrada* $\theta(t)$ impondo-se um movimento arbitrário ao aerofólio, resultando uma função de *saída* $f(t)$ dependente do tempo. Com tal sistema podem ser realizados testes com pequena amplitude de oscilação e oscilações randômicas.

Para um processo *randômico estacionário* a admitância ou função de *transferência aerodinâmica* $A(i\omega)$ é definida como a razão entre a *densidade de potência espectral cruzada da saída* $\Phi_{f\theta}(\omega)$ e a *densidade de potência espectral da entrada* $\Phi_{\theta\theta}(\omega)$

$$A(i\omega) = \frac{\Phi_{f\theta}(\omega)}{\Phi_{\theta\theta}(\omega)} \quad (C.10)$$

O termo $\Phi_{f\theta}(\omega)$ representa a transformação de Fourier da *função de correlação cruzada* $\varphi_{f\theta}(t)$ da relação *saída-entrada*:

$$\Phi_{f\theta}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{f\theta}(t) e^{-i\omega t} dt \quad (C.11)$$

com $\varphi_{f\theta}(t)$ dado por:

$$\varphi_{f\theta}(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f(u+t) \theta(u) du \quad (C.12)$$

O termo $\Phi_{\theta\theta}(\omega)$ representa a transformada de Fourier da *função de autocorrelação* $\varphi_{\theta\theta}(t)$ da saída:

$$\Phi_{\theta\theta}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{\theta\theta}(t) e^{-i\omega t} dt \quad (C.13)$$

com $\varphi_{\theta\theta}(t)$ dado por:

$$\varphi_{\theta\theta}(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \theta(u+t) \theta(u) du \quad (\text{C.14})$$

A função de saída $f(t)$ é dependente do tempo e dada pela *integral de convolução*

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} a(t) \theta(t-u) du \quad (\text{C.15})$$

O termo $a(t)$ é a função da resposta impulsiva, definida como a transformada inversa de Fourier do sistema.

$$a(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A(i\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (\text{C.16})$$

C.4 Equações Para o Coeficiente de Momento

As expressões do coeficiente de momento de giro (*pitch*) são muito similares às equações definidas para a sustentação. O termo $dC_{M1}/d\alpha$ é considerado desprezível, resultando na expressão:

$$\begin{aligned} C_{M1} &= C_{ML} + (s + \sigma)\dot{\alpha} + s\ddot{\alpha} \\ \ddot{C}_{M2} + a\dot{C}_{M2} + rC_{M2} &= -[r\Delta C_M + E\dot{\alpha}] \\ C_M &= C_{M1} + C_{M2} \end{aligned} \tag{C.17}$$

onde C_{ML} representa o coeficiente de momento linear estático.

C.4.1 Equações com termos de Circulação

No domínio linear as equações são compatíveis com as expressões da teoria clássica. As equações são escritas como:

$$\begin{aligned} \ddot{\Gamma}_2 + a\frac{1}{\tau}\dot{\Gamma}_2 + r\frac{1}{\tau^2}\Gamma_2 &= -\left(r\frac{1}{\tau}U\Delta C_M + E\frac{1}{\tau}\dot{W}_0\right) \\ C_M &= \frac{1}{U^2}\left[U^2C_{M1} + (\sigma_3 + d)b\dot{W}_0 + \sigma_3 U\dot{W}_1 + sb\dot{W}_1 + U\Gamma_2\right] \end{aligned} \tag{C.18}$$

Ambas formulações têm em comum os parâmetros σ , r , a , E , com representação similar à dada para a sustentação, sendo que os coeficientes específicos encontram-se na Tab.C.1. Nas equações b é a semi-corda do aerofólio e $d=d_l\Delta C_L$, com d_l definido na Tab.C.1. Considerando-se um retardo no tempo do surgimento do estol $\Delta\tau_d=2$, os parâmetros restantes são definidos como:

$$\begin{aligned} \sigma_3 &= -\frac{\pi}{4}(1 + 1.4M^2) \\ s &= -\frac{3\pi}{16}\left[-1.26 - 1.53 \tan^{-1}(15(M - 0.7))\right] \end{aligned} \tag{C.19}$$

Tabela C.1 Coeficientes utilizados no modelo

Parâmetro	C_L	C_D	C_M
λ	0.10 - 0.40	-	placa plana
s	0.05 - 0.15	0.0	placa plana
σ_0	0.05 - 0.15	0.003	placa plana
σ_1	-0.15 - 0.00	-0.05 - 0.0	0.0 - 0.15
d_1	-0.15 - 0.00	0.05 - 0.50	0.0 - 0.15
a_0	0.10 - 0.40	0.00 - 0.50	0.1 - 0.40
a_2	0.00 - 0.60	0.00 - 0.60	0.0 - 0.60
r_0	0.00 - 0.40	0.10 - 0.40	0.1 - 0.40
r_2	0.00 - 0.60	0.00 - 0.60	0.0 - 0.60
E_2	-0.20 - 0.00	-0.05 - 0.00	0.0 - 0.60

Tabela C.2 : Coeficientes para um aerofólio genérico.

Parâmetro	C_L	C_D	C_M
λ	placa plana	-	placa plana
s	placa plana	0.0	placa plana
σ_0	placa plana	0.003	placa plana
σ_1	-0.04	-0.04	-
d_1	-0.04	0.04	0.0
a_0	0.30	0.25	0.25
a_2	0.20	0.25	0.10
r_0	0.20	0.20	0.20
r_2	0.20	0.20	0.20
E_2	-0.20 - 0.00	-0.05 - 0.00	-0.01

C.5 Coeficientes para Placa Plana

C.5.1 Coeficientes nas Equações da Sustentação

Considerando o uso de placa plana, no modelo são fornecidas por Petot [9] as seguintes expressões para λ , σ_0 , s :

$$\lambda = 0.17 - 0.13M$$

$$s = 2\pi \left(\frac{\pi}{180} \right)$$

(C.20)

$$\sigma_0 = \left[1.62 - 2.1 \left((1 - M^2)^{1/2} - 0.65 \right)^{1.5} \right] \pi \left(\frac{\pi}{180} \right)$$

$$\sigma_0 = 1.62\pi \left(\frac{\pi}{180} \right)$$

C.5.2 Coeficientes nas Equações da Circulação

Utilizando as Eqs.4.17 (Cap.4) o modelo representa adequadamente os movimentos de giro e elevação vertical da teoria não-estacionária clássica para placa plana na região linear. Os seguintes parâmetros descrevem adequadamente tais condições:

$$\lambda = 0.17 - 0.13M$$

$$f = 0.53 + 0.25 \left[(1 - M^2)^{1/2} - 1 \right]$$

$$s = \pi + 5\pi \left[(1 - M^2)^{0.285} - 1 \right]$$

(C.21)

$$\sigma = \frac{2\pi}{(1 - M^2)^{1/2}}$$

$$k = \frac{\pi}{2} + 1.96\pi \left[(1 - M^2)^{1/2} - 1 \right]$$

C.6 Coeficientes para um Aerofólio Genérico

No caso de não serem conhecidas as características do aerofólio, Petot [9] propõe o uso de parâmetros para um aerofólio genérico, com coeficientes resumidos na Tab.C.2. Outras características necessárias no equacionamento são expostas a seguir. Para o ângulo de estol estático sugere-se uma expressão em função do número de Mach, válida para C_L , C_D e C_M na forma:

$$\alpha_{ee} = 15^\circ (1 - M^2) \quad (C.22)$$

C.6.1 Equações do Coeficiente de Sustentação

$$C_{L_l} = k_0 \alpha \quad (C.23)$$

$$k_0 = 0.10 \frac{(1 - M^2)}{(1 - M^2)^{1/2}}$$

Para $\alpha \leq \alpha_{ee} \Rightarrow \Delta C_L = 0$. Para $\alpha > \alpha_{ee}$, ΔC_L é dado por:

$$\Delta C_L = (k_0 - k_1)(\alpha - \alpha_{es}) - c_1 \left[\exp(h_1(\alpha - \alpha_{es})) - 1 \right] \quad (C.24)$$

$$k_0 = 0.10 M^4$$

$$c_1 = 0.70(1 - M)$$

$$h_1 = -0.5 + (1.5 - M)M^2$$

C.6.2 Equações do Coeficiente de Arrasto

Os coeficientes são dados em Tab.C.2. As características gerais do aerofólio são dadas por:

$$C_{D_l} = C_{D_0} = 0.008 \quad (C.25)$$

Para $\alpha \leq \alpha_{ee} \Rightarrow \Delta C_D = 0$. Para $\alpha > \alpha_{ee}$, ΔC_D é dado por:

$$\Delta C_D = (C_{D_0} - k_1) \left[1 - \left(\frac{\alpha_0 - \alpha}{\alpha_0 - \alpha_{ee}} \right)^n \right] \quad (C.26a)$$

com

$$\begin{aligned}
 k_1 &= 0.30 \\
 n &= \frac{\alpha_0 - \alpha_{ee}}{\alpha_1 - \alpha_{ee}} \\
 \alpha_0 &= 25^\circ \\
 \alpha_1 &= 18^\circ - 2 \tan^{-1}(4M)
 \end{aligned}
 \tag{C.26b}$$

Os coeficientes dos parâmetros s , r , a , E encontram-se na Tab.C.2.

C.6.3 Equações Para o Coeficiente de Momento

Os coeficientes dos parâmetros d , r , a , E são definidos na Tab C.2. Os parâmetros σ_3 e s são dados na Eq. 4.23 (Cap.4).

Para $\alpha \leq \alpha_{ee} \Rightarrow \Delta C_M = 0$. Para $\alpha > \alpha_{ee}$, ΔC_M é dado por:

$$\begin{aligned}
 \Delta C_M &= c_1 \left[\exp(h_1(\alpha - \alpha_{ee})) - 1 \right] \\
 c_1 &= -0.090 - 0.08 \exp(-30(M - 0.6)^2) \\
 h_1 &= -0.40 - 0.21 \tan^{-1}[22(0.45 - M)]
 \end{aligned}
 \tag{C.27}$$

C.7 Solução Numérica das Equações

C.7.1 Solução Numérica do Termo C_{LI}

A Eq.4.21 (Cap.4), que descreve o regime linear do termo C_{LI} , é uma equação diferencial de primeira ordem, sendo resolvida aplicando diretamente o método de Runge Kutta de quarta ordem na forma:

$$\begin{aligned}
 C_{LI_{n+1}} &= C_{LI_n} + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \\
 k_1 &= \Delta t f(t_n, C_{LI_n}) \\
 k_2 &= \Delta t f\left(t_n + \frac{1}{2}\Delta t, C_{LI_n} + \frac{1}{2}k_1\right) \\
 k_3 &= \Delta t f\left(t_n + \frac{1}{2}\Delta t, C_{LI_n} + \frac{1}{2}k_2\right) \\
 k_4 &= \Delta t f(t_n + \Delta t, C_{LI_n} + k_3)
 \end{aligned} \tag{C.28}$$

onde n é o contador do tempo, Δt é o intervalo de tempo considerado e $f(t, C_{LI})$ é a função definida como:

$$f(t, C_{LI}) = -\lambda \frac{W}{b} C_{LI} + \lambda \frac{W}{b} C_{LI\alpha} \alpha + (\lambda s + \sigma) \dot{\alpha} + \frac{b}{W} s \ddot{\alpha} \tag{C.29}$$

C.7.2 Redução da Equação de Segunda Ordem

Para resolver a equação diferencial que define C_{L2} , esta deve ser primeiramente reduzida a um sistema de equações diferenciais de primeira ordem e, posteriormente, aplica-se o método de Runge Kutta. Para tanto podemos analisar o problema genérico de valor inicial, como apresentado por Bronson [99]. Um sistema de equações diferenciais é dado por:

$$b_n(t) \frac{d^n x}{dt^n} + b_{n-1}(t) \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + \dots + b_1(t) \dot{x} + b_0(t)x = g(t) \quad (C.30)$$

$$x(t_0) = c_0, \dot{x}(t_0) = c_1, \dots, x^{(n-1)}(t_0) = c_{n-1}$$

Esta equação diferencial de ordem n pode ser reduzida a um sistema de primeira ordem. Inicialmente procede-se isolando o termo de maior ordem e definindo novos coeficientes:

$$\frac{d^n x}{dt^n} = a_{n-1}(t) \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + \dots + a_1(t) \dot{x} + a_0(t)x + f(t)$$

$$a_j(t) = -b_j(t) / b_n(t) \quad (j = 0, 1, \dots, n-1) \quad (C.31)$$

$$f(t) = g(t) / b_n(t)$$

Definindo n novas variáveis (n é o número da ordem da equação diferencial original) pelas equações:

$$x_1(t) = x(t), x_2(t) = \frac{dx(t)}{dt}, x_3(t) = \frac{d^2 x(t)}{dt^2}, \dots, x_n(t) = \frac{d^{n-1} x(t)}{dt^{n-1}} \quad (C.32)$$

As novas variáveis encontram-se interligadas pela equações:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= x_3(t) \\ \dot{x}_3(t) &= x_4(t) \\ &\dots\dots\dots \\ \dot{x}_{n-1}(t) &= x_n(t) \end{aligned} \quad (C.33)$$

Diferenciando a equação:

$$\dot{x}_n(t) = \frac{d}{dt} \left[\frac{d^{n-1} x(t)}{dt^{n-1}} \right] = \frac{d^n x(t)}{dt^n} \quad (C.34)$$

e substituindo esta na equação diferencial de ordem n :

$$\begin{aligned}\dot{x}_n(t) &= a_{n-1}(t) \frac{d^{n-1}x}{dt^{n-1}} + \dots + a_1(t)\dot{x} + a_0(t)x + f(t) \\ \dot{x}_n(t) &= a_{n-1}(t)x_n(t) + \dots + a_1(t)x_2(t) + a_0(t)x_1(t) + f(t) \\ \dot{x}_n(t) &= a_0(t)x_1(t) + a_1(t)x_2(t) + \dots + a_{n-1}(t)x_n(t) + f(t)\end{aligned}\tag{C.35}$$

C.7.3 Solução Numérica de C_{L2}

Utilizando-se da conceituação anterior, a equação diferencial de segunda ordem que define C_{L2} pode ser reduzida a um sistema de duas equações diferenciais de primeira ordem na forma:

$$\begin{aligned}x_1(t) &= C_{L2} \\ x_2(t) &= \dot{C}_{L2} \\ \dot{x}_1(t) &= 0x_1(t) + 1x_2(t) + 0 \\ \dot{x}_2(t) &= a_0(t)x_1(t) + a_1x_2(t) + f(t)\end{aligned}\tag{C.36}$$

A solução numérica por Runge Kutta para o sistema é dada como:

$$x_{i,n+1}(t) = x_{i,n} + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)\tag{C.37}$$

onde

$$\begin{aligned}k_1 &= \Delta t f_1(t_n, x_1, x_2) \\ k_2 &= \Delta t f_1(t_n + \frac{1}{2}\Delta t, x_{1n} + \frac{1}{2}k_1, x_{2n} + \frac{1}{2}k_1) \\ k_3 &= \Delta t f_1(t_n + \frac{1}{2}\Delta t, x_{1n} + \frac{1}{2}k_2, x_{2n} + \frac{1}{2}k_2) \\ k_4 &= \Delta t f_1(t_n + \Delta t, x_{1n} + k_3, x_{2n} + k_3)\end{aligned}\tag{C.38}$$

$$\begin{aligned}
 x_{2_{n+1}}(t) &= x_{2_n} + \frac{1}{6}(l_1 + 2l_2 + 2l_3 + l_4) \\
 l_1 &= \Delta t f_2(t_n, x_1, x_2) \\
 l_2 &= \Delta t f_2\left(t_n + \frac{1}{2}\Delta t, x_{1_n} + \frac{1}{2}l_1, x_{2_n} + \frac{1}{2}l_1\right) \\
 l_3 &= \Delta t f_2\left(t_n + \frac{1}{2}\Delta t, x_{1_n} + \frac{1}{2}l_2, x_{2_n} + \frac{1}{2}l_2\right) \\
 l_4 &= \Delta t f_2(t_n + \Delta t, x_{1_n} + l_3, x_{1_n} + l_3)
 \end{aligned} \tag{C.39}$$

com as funções e os valores iniciais dados por:

$$\begin{aligned}
 f_1(t, x_1, x_2) &= \dot{x}_1(t) = 0x_1(t) + 1x_2(t) + 0 \\
 f_2(t, x_1, x_2) &= \dot{x}_2(t) = a_0(t)x_1(t) + a_1x_2(t) + f(t) \\
 x_1(t_0) &= C_L(t_0) \\
 x_2(t_0) &= \dot{C}_L(t_0)
 \end{aligned} \tag{C.40}$$

O mesmo tratamento numérico é realizado para o sistema de equações que define o *coeficiente de arrasto*, com a diferença de que é necessário resolver somente uma única equação diferencial de primeira ordem.